

名师导学

初三数学巩固提高讲座

吕学礼

主编

· 明知白

副主编



北京工业

出版

封面设计：郑玉水



ISBN 7-5639-0406-9/G · 199

定价：8.50 元

名师导学

初三数学巩固提高讲座

主 编 吕学礼
副主编 明知白

北京工业大学出版社

内 容 简 介

本书源于课本,有些内容略高于课本,对初中三年级的数学基础知识,既复习巩固,又综合运用;对数学技巧方法,既说明思路,又广为举例.希望通过本书的学习能达到帮助学生拓宽知识、提高能力的目的.

本书为讲座集形式,将教材每一章分为若干讲座,每一讲座就一个讲题综合讲述,并附有习题和答案.全书分为五章,共16个讲座.

本书主编是著名的中学教材专家,参加了1954年至1980年期间历届中学数学教学大纲的起草工作,参加了1954年至今人民教育出版社出版的历次中学数学通用课本、教学指导书、教学参考书、习题集的编写、校订工作.其他编著者也都是著名教师,有丰富的教学经验和写作经验.

名师导学

初三数学巩固提高讲座

主 编 吕学礼

副主编 明知白

北京工业大学出版社出版发行

各地新华书店经销

北京京海印刷厂印刷

1995年1月第1版 1996年1月第3次印刷

787×1092毫米32开本 10.375印张 229千字

印数:42001~73000册

ISBN 7-5639-0406-9/G·199

定价:8.50元

(京)新登字212号

编著者简介

主 编：吕学礼

副主编：明知白

其他编著者(按笔划排序)：

王永俊 史树德 刘美崙 晁振英 潘温厉

吕学礼 1919 年生，上海青浦人，1942 年毕业于上海交通大学数学系。

历任中学数学教员，上海交通大学数学系助教、讲师，人民教育出版社数学室编辑、编审。参加 1954 年至 1980 年期间历届中学数学教学大纲的起草工作，参加 1954 年以来历次中学数学通用课本、教学指导书、教学参考书、习题集的编写、校订工作。



编著有《中学数学教学一得集》、《中学数学实际问题选》、《中学数学实用题解》、《初中数学应用例解》、《平面向量和空间向量》、《代数矩阵与几何变换浅说》等；合著有《分角线相等的三角形(初等几何机器证明问题)》、《初级计算机原理和使用》、《BASIC 语言——电子计算机初步知识(高中数学选用教材)》等；合译有《计算机程序设计 Logo 语言》等。

明知白 1938年生,湖南临澧人,1957年至1963年就读于北京大学数学系,毕业后在北京女二中任教近20年,后调北京东城区中学教研室,从事数学教学研究工作,现任东城区教研科研中心教研员,是北京市特级教师,中国数学奥林匹克高级教练,北京市数学会常务理事,普委会副主任,中国数学会《数学通报》特约编辑。



在负责东城区的数学教学、科研与课外活动的同时,还参与了国家教委、人民教育出版社、北京市教研部、北京市数学会的多项课题研究与教材编写工作,如国家教委组织的《初中数学教学指导书》和人教版《高中数学试验课本》的编写,北京市《高中数学总复习》与《数列与极限》、《不等式》的编写以及“数学教学与思维训练”课题的研究,先后在《数学通报》等报刊上发表文章百余篇,著书(主编或合编)十余部,如《高中数学八十讲》、《数列求和》、《高中数学精要》、《数学奥林匹克解题研究》、《初等数学概论》等。

王永俊 1937年生,1961年毕业于北京师范学院数学系,高级教师,北京214中学副校长,北京市西城区数学会理事,《中小学数学教学》报编辑,中国数学奥林匹克高级教练,北京数学奥林匹克学校主教练,曾任西城区专职数学教研员与区兼职教研员,北京市数学课外辅导组辅导员,多年从事数学教学及数学教育研究工作,曾被市科协评为北京市青少年科学普及先进工作者,1990年被评为北京市中学生学科竞赛优秀辅导教师,为北京市培养入选国际数学奥林匹克(IMO)选手做了启蒙培训工作,曾参与编写中学数学教学及数学奥林匹克教材等书籍十几部,如《高中数学总复习与自学》、《初中数学讲座》、《中学数学奥林匹克丛书》、《奥林匹克中小学系列教材》、《特级教师谈学习策略(数学)》等,并发表数学教育教学的文章及论文百余篇。



史树德 1939 年生,北京市人,1961 年毕业于河北唐山师院数学系。现任北京师范大学燕化附中数学教师、教研组长,高级教师。他在普通中学的教学工作中,注意从学生实际出发,调动学生学习的积极性,加强基础知识、基本技能和数学思想方法的教学,近年来在学生思维能力的培养和启迪方面,潜心探索、反复实践,教学质量高,成果显著,1992 年被评为北京市爱国立功标兵。



结合中学数学的教学与研究,主编或合编了《初等数学导读丛书》、《高中数学 80 讲》、《高中数学综合复习十讲》、《初中数学应试精要》、《高中数学重点难点分析》等十余部书。先后在《数学通报》、《中等数学》、《中学数学》等多种数学杂志或报刊上发表文章七十余篇。

刘美崙 1945 年生,1968 年毕业于清华大学。从事中学数学教学工作近 20 年,现任北京市教育局教学研究部中学数学教研员,高级教师。曾多次在《数学通报》、《北京教育》、《北京教研》、《中小学数学教学》、《中学生科学报》、《中学生数理化》等报刊杂志上发表教研、科研论文和指导中学生学习数学的文章,参加编写了《高中数学八十讲》、《高中数学指导全书》、《成人高考复习指导》等著作,组织编写了北京市《高中数学教学参考丛书》,组织并开展北京市重点



中学数学教学研讨活动,产生较大反响。与此同时,还进行多项课题研究工作,如“中学数学教学中的德育”、“中学数学教学方法”、“数学思想方法”等,撰写“在数学教学中加强德育的几个问题”,获北京市教育学会优秀论文一等奖。

晁振英 男,1949年生,毕业于长春师范学院数学系.中学高级教师,全国优秀教师,长春市优秀教师,中国数学奥林匹克一级教练员.现任吉林省德惠县教师进修学校中学教研室副主任兼数学教研员.曾几次参加全省中考命题及其他省级考试命题工作.曾为全国高中数学竞赛提供过自拟试题并被正式采用.主持或参与编写过《初中数学综合能力分析》、《中学生千万个为什么》、《中学生百科博士》、《国内外中学数学竞赛指导》、《初中代数学习向导》、《初中代数练习指导》、《新编初中代数练习与辅导》、《数学的奥秘》、《小学数学竞赛辅导大全》、《排列组合的新解法》等十多种书籍.在《试教通讯》、《数学通讯》、《中学生数理化》、《现代中学生》、《吉林省教育学院学报》等刊物上发表过教学文章三十多篇.教学论文多次在东北三省、吉林省和长春市的各种年会上获奖.



潘温厉 女,1940年生于北京市.高级教师,1963年毕业于北京大学数学力学系数学专业.毕业后在北京女十三中从事中学教育教学工作,后调入东城区教研科研中心,任数学教研员.



在中学数学教学与科研岗位上,不断探索教学规律.多年来曾在许多杂志及刊物上发表有关文章,先后在《中学数学教与学》、《中学生数理化》、《试题研究》、《初中数学通讯》等刊物上发表过十几篇文章.从82年开始,参与了《高考复习指导丛书》、《中学数学教材研究与教案选》、《全国中考试题研究与评析》、《达标丛书》等十几部著作的编写工作.

目 录

前 言	(1)
-----	-----

代数部分

第一章 一元二次方程	(5)
第一讲 一元二次方程的概念及解法	(5)
第二讲 一元二次方程根的判别式和根与系数的关系	(21)
第三讲 可化为一元二次方程的方程和简单的二元二次方程组	(39)
第四讲 应用问题	(59)
第二章 函数及其图象	(78)
第五讲 怎样理解函数的概念	(78)
第六讲 正、反比例函数, 一次函数的图象和性质	(97)
第七讲 学习二次函数应注意的几个问题	(121)
第八讲 一元二次不等式的解法与应用	(148)
第三章 统计初步	(167)
第九讲 平均数和方差	(167)
第十讲 频率分布	(179)

几何部分

第四章 解三角形	(189)
第十一讲 解直角三角形	(189)
第十二讲 解斜三角形	(214)
第五章 圆	(246)
第十三讲 圆的有关性质	(246)
第十四讲 四点共圆与圆幂定理	(267)
第十五讲 圆与圆的位置关系	(288)
第十六讲 正多边形和圆与点的轨迹	(304)

前 言

学生学习数学,必须首先掌握双基——基础知识、基本技能.

在掌握双基的基础上,还需要引伸触发、深入细究,了解所学的知识技能在各方面的综合运用,同时增养和提高分析问题和解决问题的能力.

数学教师对这方面进行个别指导或小组辅导,也需要有相应的参考资料.

为此,特请经验丰富的数学名师,编写本书,以适应上述需要.

本书源于课本,高于课本,对初中三年级数学基础知识,既复习巩固,又综合运用;对数学技巧方法,既说明思路,又广为举例,希望达到帮助学生拓宽知识、提高能力的目的.

本书为讲座集形式,对教材每一章分为若干讲座,每一讲座就一个讲题综合论述,并附有习题与答案,全书分为五章,共一十六讲.

作为第一个读者,我有幸拜读了全部初稿,真觉得精采纷呈.例如,除了特别注意巩固双基之外,各章都注意知识和技能的运用.方程章中有应用问题的专讲;函数章中提出关于二次函数极值的实际问题,并举出问题错解的例子;几何部分的两章,也都列出了许多较好的例题和习题.诸如此类,这些都是单纯按照课本学习所不能获得的.

在此乐于推荐本书,供初中三年级学生课外阅读之用,也可供初中数学教师作为数学辅导参考资料之用.

对本书的缺点错误,敬请批评指正.

吕学礼

1994年5月

代 数 部 分

第一章 一元二次方程

一元二次方程是初中代数方程中具有内容丰富、应用广泛的一类方程。它不仅是初中代数中的一个重要内容，也是中学数学的重要内容之一。学习一元二次方程的知识，一方面深化了前面所学的实数、代数式与一元一次方程等知识，同时又是对这些知识的综合运用，另一方面它又为进一步学习代数、三角和解析几何的知识打下了必要的基础。

本章包含了一元二次方程的解法，根的判别式及根与系数的关系，还包括了能化为一元二次方程求解的高次方程、分式方程、无理方程和一些简单的二元二次方程组以及它们的应用问题。

第一讲 一元二次方程的概念及解法

一、一元二次方程的概念

方程两边都是关于未知数的整式，这样的方程叫做整式方程。任何一个整式方程，经过整理如果能化成 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 的形式，那么我们就把这个整式方程叫做一元二次方程。同时把 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 叫做一元二次方程的一般形式。要注意像方程 $3x^2+2x=3x^2+1$ ，虽然有 x 的二次项，但事实上它是一元一次方程 $2x=1$ ，不是一元二次方程。

二、一元二次方程的解法

1. 直接开平方法

例1 解方程 $4x^2 - 25 = 0$

解：移项得 $4x^2 = 25$

把方程各项除以4，得

$$x^2 = \frac{25}{4},$$

因为 x 是 $\frac{25}{4}$ 的平方根，所以

$$x = \pm \sqrt{\frac{25}{4}} = \pm \frac{5}{2},$$

即

$$x_1 = \frac{5}{2}, \quad x_2 = -\frac{5}{2}.$$

说明：用开平方法解一元二次方程的主要依据是平方根的定义。

例2 $(4-x)^2 - 49 = 0$.

解：因为 $(4-x)^2 = (x-4)^2$ ，所以

$$(x-4)^2 = 49.$$

因为 $x-4$ 是49的平方根，所以

$$x-4 = \pm \sqrt{49} = \pm 7,$$

即 $x-4=7$ 或 $x-4=-7$,

$$\therefore x_1 = 11, \quad x_2 = -3.$$

说明：(1) 利用 $(4-x)^2 = (x-4)^2$ 简化了求解过程。在解题中应充分注意到这种变形。

(2) 本题我们是将 $x-4$ 看做一个整体(即看成是一个未知数)来解的。这就是说一个字母不但可以表示一个具体

的数,还可以表示一个代数式;反过来,一个代数式有时也可以看作一个字母.这种变量代换的思想或说换元的思想应引起足够的重视.

例3 解方程 $(1-2x)^2=81$.

解: 因为 $(1-2x)^2=(2x-1)^2$, 所以

$$(2x-1)^2=81.$$

因为 $2x-1$ 是 81 的平方根, 所以

$$2x-1=\pm\sqrt{81}=\pm 9,$$

即 $2x-1=9$ 或 $2x-1=-9$,

$$\therefore x_1=5, \quad x_2=-4.$$

例4 解方程 $x^2+c=0$.

解: 移项得 $x^2=-c$.

当 $c>0$ 时, 方程无实数解;

当 $c=0$ 时, $x_1=x_2=0$;

当 $c<0$ 时, $x^2=\pm\sqrt{-c}$.

说明: (1) 此方程是 $ax^2+bx+c=0$ 中, $a=1$ 且 $b=0$ 的情况.

(2) 首先 $-c$ 表示的不一定是负数, 因此不能认为方程 $x^2=-c$ 一定无实数解.

(3) $-c$ 是某实数的平方数, 只有当 $-c$ 表示非负实数时, 方程才有实数解, 因此就需要对 c 的情况进行讨论, 即分 $c>0, c=0, c<0$ 分别解方程.

开平方是解一元二次方程的最基本的方法, 其它解法都是由此而引伸出来的.

2. 配方法

配方法是中学数学中一种主要的数学方法, 利用配方的

方法解一元二次方程是学习初中代数阶段第一次正式遇到的。

例5 填空

✓(1) $x^2+10x+(\quad)=[x+(\quad)]^2$

(2) $t^2-3t+(\quad)=[t-(\quad)]^2$

✓(3) $n^2-n+(\quad)=[n-(\quad)]^2$

(4) $x^2+\frac{1}{2}x+(\quad)=[x+(\quad)]^2$

✓(5) $y^2-\frac{3}{4}y+(\quad)=[y-(\quad)]^2$

(6) $x^2+bx+(\quad)=[x+(\quad)]^2$

解: (1) 25, 5; (2) $\frac{9}{4}$, $\frac{3}{2}$; (3) $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$;

(4) $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{4}$; (5) $\frac{9}{64}$, $\frac{3}{8}$; (6) $\frac{b^2}{4}$, $\frac{b}{2}$.

说明: (1) $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$ 是配方法的理论依据, 务必掌握好.

(2) 对于 x^2+px 型的代数式, 只需加上一项系数一半的平方, 就可以配成完全平方式.

例6 将方程 $x^2-8x+5=0$ 化为 $(x+p)^2=q$ 的形式, 并指出 p, q 分别是多少?

解: 移项得 $x^2-8x=-5$.

配方得 $x^2-8x+4^2=-5+4^2$,

$$(x-4)^2=11.$$

其中 $p=-4$, $q=11$.

说明: (1) 移项使方程左边只含未知数的二次项和一次项, 右边含常数项.

(2) 等号左边所配的常数项, 在等号的右边一定要同时加上.