

普通高中课程标准实验教科书

# 数学

## 基础训练

(人教B版 必修4)

山东省教学研究室 编

SHUXUE  
JICHU XUNLIAN



山东教育出版社

普通高中课程标准实验教科书

(人教 B 版)

# 数学基础训练

(必修 4)

山东省教学研究室 编

山东教育出版社

2006 年·济南

普通高中课程标准实验教科书

(人教B版)

**数学基础训练**

(必修4)

山东省教学研究室 编

---

出版者：山东教育出版社

(济南市纬一路321号 邮编：250001)

电 话：(0531)82092663 传真：(0531)82092661

网 址：<http://www.sjs.com.cn>

发行者：山东省新华书店

印 刷：山东新华印刷厂

版 次：2006年2月第1版第3次印刷

规 格：787mm×1092mm 16开本

印 张：6.75印张

字 数：134千字

书 号：ISBN 7-5328-4579-6

定 价：5.90元

---

(如印装质量有问题,请与印刷厂联系调换)

# 出版说明

根据教育部“为了丰富学生的课外活动,拓宽知识视野、开发智力、提高学生的思想道德素质和指导学生掌握正确的学习方法,社会有关单位和各界人士、各级教育部门、出版单位应积极编写和出版健康有益的课外读物”的精神,山东省教学研究室、山东教育出版社结合我省2004年全面进入普通高中新课程改革的实际需要,组织一批教育理念先进、教学经验丰富的骨干教师和教研人员编写了供广大师生使用的普通高中课程标准各科基础训练。

这套基础训练是依据教育部2003年颁布的《普通高中新课程方案(实验)》和普通高中各科课程标准以及不同版本的实验教科书编写的,旨在引导同学们对学科基本内容、知识体系进行归纳、梳理、巩固、提高,并进行探究性、创新性的自主学习,从而达到提高同学们的科学精神和学科素养,为同学们终身发展奠定基础的目的。在编写过程中,充分体现了课程改革的理念,遵循教育和学习的规律,与高中教学同步;注重科学性、创新性、实用性的统一,正确处理获取知识和培养能力的关系,在学科知识得以巩固的前提下,加大能力培养的力度,兼顾学科知识的综合和跨学科综合能力的培养;同时,注意为同学们继续学习和终身发展奠定坚实的基础。

《普通高中课程标准实验教科书(人教B版)数学基础训练》(必修4)可配合人教B版《普通高中课程标准实验教科书数学(必修4)》使用。本册由秦玉波、牟善彬、接迎、张蕾、韩邦平、田秀青、张良友、郝庆满、巩建业、许慎德、成文霞等编写,秦玉波统稿。

# 目 录

<b>第一章 基本初等函数(Ⅱ)</b> .....	(1)
1.1 任意角的概念与弧度制 .....	(1)
1.1.1 角的概念的推广 .....	(1)
1.1.2 弧度制和弧度制与角度制的换算 .....	(3)
1.2 任意角的三角函数 .....	(6)
1.2.1 三角函数的定义 .....	(6)
1.2.2 单位圆与三角函数线 .....	(9)
1.2.3 同角三角函数的基本关系式 .....	(10)
1.2.4 诱导公式 .....	(12)
1.3 三角函数的图象与性质 .....	(14)
1.3.1 正弦函数的图象与性质 .....	(15)
1.3.2 余弦函数、正切函数的图象与性质 .....	(18)
1.3.3 已知三角函数值求角 .....	(20)
复习题 .....	(25)
自我达标检测 .....	(27)
<b>第二章 平面向量</b> .....	(31)
2.1 向量的线性运算 .....	(31)
2.1.1 向量的概念 .....	(31)
2.1.2 向量的加法 .....	(33)
2.1.3 向量的减法 .....	(34)
2.1.4 向量数乘 .....	(36)
2.1.5 向量共线的条件与轴上向量坐标运算 .....	(37)
2.2 向量的分解与向量的坐标运算 .....	(39)
2.2.1 平面向量基本定理 .....	(39)
2.2.2 向量的正交分解与向量的直角坐标运算 .....	(41)
2.2.3 用平面向量坐标表示向量共线条件 .....	(42)
2.3 平面向量的数量积 .....	(45)

2.3.1 向量数量积的物理背景与定义 .....	(45)
2.3.2 向量数量积的运算律 .....	(47)
2.3.3 向量数量积的坐标运算与度量公式 .....	(48)
2.4 向量的应用 .....	(49)
2.4.1 向量在几何中的应用 .....	(50)
2.4.2 向量在物理中的应用 .....	(51)
复习题 .....	(54)
自我达标检测 .....	(57)
<b>第三章 三角恒等变换</b> .....	(61)
3.1 和角公式 .....	(61)
3.1.1 两角和与差的余弦 .....	(61)
3.1.2 两角和与差的正弦 .....	(62)
3.1.3 两角和与差的正切 .....	(63)
3.2 倍角公式和半角公式 .....	(66)
3.2.1 倍角公式 .....	(66)
3.2.2 半角的正弦、余弦和正切 .....	(67)
3.3 三角函数的积化和差与和差化积 .....	(70)
复习题 .....	(73)
自我达标检测 .....	(75)
模块自我达标检测 .....	(78)
参考答案 .....	(82)

## 第一章 | 基本初等函数(II)

数学的每一个实际进展都伴随着更锐利工具和更简单方法的出现,一个人一旦掌握了这些锐利工具和更简单的方法,就会发现在各个数学分支中走出自己的路子,要比在其它学科中容易得多.

——D·希尔伯特

### 1.1 任意角的概念与弧度制



#### 学习目标

1. 了解任意角即正角、负角、零角的概念、产生的背景及其实际意义.
2. 掌握象限角、轴上角、终边相同的角的表示以及判定方法.
3. 理解弧度的意义并能正确地进行弧度与角度的换算,掌握扇形的弧长公式和面积公式.



#### 基础训练



#### 1.1.1 角的概念的推广



##### 1. 选择题

- (1) 设集合  $A = \{\text{锐角}\}$ ,  $B = \{\text{小于 } 90^\circ \text{ 的角}\}$ ,  $C = \{\text{第一象限的角}\}$ ,  $D = \{\text{小于 } 90^\circ \text{ 的正角}\}$ , 则下列等式中成立的是( ).
- (A)  $A = B$       (B)  $B = C$       (C)  $A = C$       (D)  $A = D$
- (2) 角  $\alpha$  的终边经过点  $M(0, -3)$ , 则  $\alpha$ ( ).

- (A) 是第三象限角 (B) 是第四象限角  
 (C) 既是第三象限角又是第四象限角 (D) 不是任何象限的角
- (3) 若  $\alpha$  为锐角,  $k \cdot 180^\circ + \alpha (k \in \mathbf{Z})$  所在的象限是( ).  
 (A) 第一象限 (B) 第二象限  
 (C) 第一、三象限 (D) 第一、四象限
- (4)  $\alpha$  是任意一个角, 则  $\alpha$  与  $-\alpha$  的终边( ).  
 (A) 关于坐标原点对称 (B) 关于  $x$  轴对称  
 (C) 关于直线  $y=x$  对称 (D) 关于  $y$  轴对称

## 2. 填空题

- (1) 经过 1 小时 10 分钟, 时钟的时针与分针所转过角的度数之差是\_\_\_\_\_.
- (2) 射线  $OA$  绕端点  $O$  逆时针旋转  $135^\circ$  到达  $OB$  位置, 由  $OB$  位置顺时针旋转  $230^\circ$  到达  $OC$  位置, 由  $OC$  位置逆时针旋转  $45^\circ$  到达  $OD$  位置, 得到  $\angle AOD =$ \_\_\_\_\_.
- (3) 与  $-500^\circ$  终边相同的角的集合是\_\_\_\_\_, 它们是第\_\_\_\_\_象限角, 它们中的最小正角是\_\_\_\_\_, 最大负角是\_\_\_\_\_.
3. 在平面直角坐标系中, 画出以下角的终边所在的位置.
- (1)  $\{\alpha | k \cdot 360^\circ \leq \alpha \leq k \cdot 360^\circ + 30^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$ ;  
 (2)  $\{\alpha | k \cdot 180^\circ \leq \alpha \leq k \cdot 180^\circ + 30^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$ ;  
 (3)  $\{\alpha | k \cdot 90^\circ \leq \alpha \leq k \cdot 90^\circ + 30^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$ ;  
 (4)  $\{\alpha | k \cdot 120^\circ \leq \alpha \leq k \cdot 120^\circ + 30^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$ .

## II

## 1. 选择题

- (1) 集合  $A = \{\alpha | \alpha = k \cdot 30^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$  与  $B = \{\beta | \beta = n \cdot 60^\circ + 30^\circ, n \in \mathbf{Z}\}$  的关系是( ).  
 (A)  $A \subseteq B$  (B)  $A \supseteq B$  (C)  $A = B$  (D)  $A \subset B$
- (2) 在直角坐标系中, 若角  $\alpha$  与  $\beta$  的终边互相垂直, 那么  $\alpha$  与  $\beta$  的关系为( ).  
 (A)  $\beta = \alpha + 90^\circ$  (B)  $\beta = \alpha \pm 90^\circ$   
 (C)  $\beta = \alpha + 90^\circ + k \cdot 360^\circ (k \in \mathbf{Z})$  (D)  $\beta = \alpha \pm 90^\circ + k \cdot 360^\circ (k \in \mathbf{Z})$
- (3) 在①  $148^\circ$ ; ②  $475^\circ$ ; ③  $-960^\circ$ ; ④  $-1601^\circ$  四个角中, 属于第二象限角的是( ).  
 (A) ① (B) ①② (C) ①②③ (D) ①②③④

(4) 下列命题中正确的是( ).

- (A) 终边相同的角一定相等  
 (B) 相等的角的终边一定相同  
 (C) 若  $\alpha$  是第二象限角, 则  $2\alpha$  是第三、第四象限角  
 (D) 若  $\alpha = k \cdot 180^\circ + 30^\circ, k \in \mathbf{Z}, \beta = n \cdot 360^\circ + 30^\circ, n \in \mathbf{Z}$ , 则  $\alpha$  与  $\beta$  终边相同

## 2. 填空题

(1) 把  $-3290^\circ$  化成  $k \cdot 360^\circ + \alpha (0^\circ \leq \alpha < 360^\circ, k \in \mathbf{Z})$  的形式为\_\_\_\_\_.

(2) 设  $\alpha, \beta$  满足  $-180^\circ < \alpha < \beta < 180^\circ$ , 则  $\alpha - \beta$  的范围是\_\_\_\_\_.

(3) 在集合  $A = \{\alpha \mid \alpha = k \cdot 360^\circ + 120^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$  中, 属于区间  $(-360^\circ, 360^\circ)$  的角是\_\_\_\_\_.

3. 集合  $M = \left\{x \mid x = \frac{k}{2} \cdot 180^\circ + 45^\circ, k \in \mathbf{Z}\right\}$ , 集合  $N = \left\{x \mid x = \frac{k}{4} \cdot 180^\circ + 45^\circ, k \in \mathbf{Z}\right\}$ , 那么集合  $M$  与  $N$  的关系是什么?

4. 已知集合  $A = \{\alpha \mid 30^\circ + k \cdot 180^\circ < \alpha < 90^\circ + k \cdot 180^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$ , 集合  $B = \{\beta \mid -45^\circ + k \cdot 360^\circ < \alpha < 45^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$ . 求  $A \cap B$ .

## 1.1.2 弧度制和弧度制与角度制的换算



### 1. 选择题

(1) 在直角坐标系中, 终边在直线  $y = x$  上的角的集合是( ).

- (A)  $\left\{\frac{5}{4}\pi\right\}$  (B)  $\left\{\frac{\pi}{4}\right\}$   
 (C)  $\left\{2k\pi + \frac{\pi}{4}\right\} (k \in \mathbf{Z})$  (D)  $\left\{k\pi + \frac{\pi}{4}\right\} (k \in \mathbf{Z})$

(2) 和  $60^\circ$  角终边相同的角的集合是( ).

(A)  $\left\{k \cdot 360^\circ + \frac{\pi}{3}\right\} (k \in \mathbf{Z})$

(B)  $\{2k\pi + 60^\circ\} (k \in \mathbf{Z})$

(C)  $\{2k \cdot 360^\circ + 60^\circ\} (k \in \mathbf{Z})$

(D)  $\left\{2k\pi + \frac{\pi}{3}\right\} (k \in \mathbf{Z})$

(3) 圆弧长度等于圆弧所在圆的内接正三角形的边长, 则圆弧所对圆心角的弧度数为 ( ).

(A)  $\frac{\pi}{3}$

(B)  $\frac{2}{3}\pi$

(C)  $\sqrt{3}$

(D) 2

(4) 已知弧度数为 2 的圆心角所对弦长也是 2, 则这个圆心角所对的弧长是 ( ).

(A) 2

(B)  $\frac{2}{\sin 1}$

(C)  $2\sin 1$

(D)  $\sin 2$

## 2. 填空题

(1) 已知扇形的圆心角为  $\alpha$ , 半径为  $r$ , 弧长为  $l$ , 扇形面积为  $S$ , 那么

① 若  $l=3, r=2$ , 则  $\alpha =$  \_\_\_\_\_ (弧度);

② 若  $\alpha = \frac{2}{3}\pi, r=4$ , 则  $S =$  \_\_\_\_\_;

③ 若  $\alpha = -216^\circ, l=7\pi$ , 则  $r =$  \_\_\_\_\_;

④ 若  $l=7\pi, r=2$ , 则  $\alpha =$  \_\_\_\_\_ (弧度).

(2) 和  $\frac{3}{4}\pi$  终边相同的角的集合中, 最大的负角是 \_\_\_\_\_.

(3) 设角  $\alpha$  的终边与  $\frac{7}{5}\pi$  的终边关于  $y$  轴对称, 且  $\alpha \in (-2\pi, 2\pi)$ , 则  $\alpha$  等于 \_\_\_\_\_.

3. 设角  $\alpha_1 = -570^\circ, \alpha_2 = 750^\circ, \beta_1 = \frac{3}{5}\pi, \beta_2 = -\frac{7}{3}\pi$ .

(1) 将  $\alpha_1, \alpha_2$  转化为弧度, 并指出它们各自所在的象限;

(2) 将  $\beta_1, \beta_2$  转化为角度, 并在  $-720^\circ - 0^\circ$  之间找出与它们有相同终边的所有角.

4. 已知  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  之比是  $3:5:7$ , 求  $\angle A, \angle B, \angle C$  的度数并用弧度制表示出来.

## II

## 1. 选择题

(1) 在直角坐标系中,若角  $\alpha$  与角  $\beta$  的终边关于原点对称,则必有( ).

(A)  $\alpha = -\beta$

(B)  $\alpha = -2k\pi \pm \beta (k \in \mathbf{Z})$

(C)  $\alpha = \pi + \beta$

(D)  $\alpha = 2k\pi + \pi + \beta (k \in \mathbf{Z})$

(2) 集合  $M = \left\{ x \mid x = \frac{k}{2}\pi + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbf{Z} \right\}$ ,  $N = \left\{ x \mid x = \frac{k}{4}\pi, k \in \mathbf{Z} \right\}$ , 则有( ).

(A)  $M = N$

(B)  $M \supseteq N$

(C)  $M \subsetneq N$

(D)  $M \cap N = \emptyset$

(3) 已知扇形的周长是 6 cm, 面积是  $2 \text{ cm}^2$ , 则扇形的圆心角的弧度数是( ).

(A) 1

(B) 4

(C) 1 或 4

(D) 2 或 4

(4) 一个半径为  $R$  的扇形, 它的周长是  $4R$ , 则这个扇形所含弓形的面积是( ).

(A)  $2R^2 - \sin 1 \cos 1 R^2$

(B)  $\frac{1}{2}R^2 \sin 1 \cos 1$

(C)  $\frac{1}{2}R^2$

(D)  $R^2 - \sin 1 \cos 1 \cdot R^2$

## 2. 填空题

(1) 若  $M = \left\{ \alpha \mid \alpha = \frac{k}{2}\pi - \frac{\pi}{5}, k \in \mathbf{Z} \right\}$ ,  $N = \{ \alpha \mid -\pi < \alpha < \pi \}$ , 则  $M \cap N$  等于\_\_\_\_\_.

(2) 集合  $A = \left\{ x \mid k\pi + \frac{\pi}{4} < x < k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z} \right\}$ , 集合  $B = \{ x \mid 6 + x - x^2 \geq 0 \}$ , 则  $A \cap B =$ \_\_\_\_\_.

(3) 使用函数型计算器, 将下列角度与弧度互化(精确到小数点后四位).

$130^\circ =$ \_\_\_\_\_ (弧度);  $-76^\circ =$ \_\_\_\_\_ (弧度);

$3 \text{ rad} =$ \_\_\_\_\_;  $-2.5 \text{ rad} =$ \_\_\_\_\_.

3. 集合  $A = \left\{ \alpha \mid \alpha = \frac{n\pi}{2}, n \in \mathbf{Z} \right\} \cup \left\{ \alpha \mid \alpha = 2n\pi \pm \frac{2}{3}\pi, n \in \mathbf{Z} \right\}$ , 集合  $B = \left\{ \beta \mid \beta = \frac{2n}{3}\pi, n \in \mathbf{Z} \right\} \cup \left\{ \beta \mid \beta = n\pi + \frac{\pi}{2}, n \in \mathbf{Z} \right\}$ , 试确定  $A$  与  $B$  的关系.

4. 一个扇形的周长为 20, 问扇形的半径、圆心角各取何值时, 此扇形的面积最大?



## 探索与思考

- 已知  $\alpha$  是第  $k$  ( $k=1, 2, 3, 4$ ) 象限的角, 问  $\frac{\alpha}{2}$  是第几象限角?  $\frac{\alpha}{3}$ ,  $\frac{\alpha}{4}$  是第几象限角?
- 视力正常的人, 能读远处文字的视角不小于  $5'$ . 试求:
  - 离人 10 m 处所能阅读文字的大小如何?
  - 要看清长宽均为 5 m 的大字标语, 人距离标语最远距离为多少米?

## 1.2

## 任意角的三角函数



## 学习目标

- 借助单位圆理解并掌握任意角的正弦、余弦、正切函数的定义.
- 掌握三角函数值的符号规律及特殊角的三角函数值.
- 体验同角三角函数关系式、诱导公式的推导过程, 并能初步运用这些公式进行化简、求值.



## 基础训练



## 1.2.1 三角函数的定义



## 1. 选择题

- (1) 设角  $\alpha$  的终边过点  $P(-6a, -8a)$  ( $a \neq 0$ ), 则  $\sin \alpha - \cos \alpha$  的值是( ).

- (A)  $\frac{1}{5}$  (B)  $-\frac{1}{5}$   
 (C)  $-\frac{1}{5}$  或  $-\frac{7}{5}$  (D)  $-\frac{1}{5}$  或  $\frac{1}{5}$
- (2) 若角  $\alpha$  的终边与直线  $y=3x$  重合且  $\sin\alpha < 0$ , 又  $P(m, n)$  是  $\alpha$  终边上一点且  $|OP| = \sqrt{10}$ , 则  $m-n$  等于( ).  
 (A) 2 (B) -2 (C) 4 (D) -4
- (3) “ $\sin x = 1$ ”是“ $x = \frac{\pi}{2}$ ”成立的( ).  
 (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件  
 (C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件
- (4) 若函数  $y = \sqrt{\sin\alpha} + \sqrt{-\cos\alpha}$ , 且  $0 \leq \alpha \leq 2\pi$ , 则  $\alpha$  的范围是( ).  
 (A)  $\left\{ \alpha \mid 0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2} \right\}$  (B)  $\left\{ \alpha \mid \frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi \right\}$   
 (C)  $\left\{ \alpha \mid \pi \leq \alpha \leq \frac{3}{2}\pi \right\}$  (D)  $\left\{ \alpha \mid \frac{3}{2}\pi \leq \alpha \leq 2\pi \right\}$

## 2. 填空题

- (1) 若点  $P(-\sqrt{3}, m)$  是角  $\theta$  终边上一点, 且  $\sin\theta = \frac{\sqrt{13}}{13}$ , 则  $m =$  \_\_\_\_\_.
- (2)  $y = \sqrt{\sin x} + \tan x$  的定义域是\_\_\_\_\_.
- (3)  $\sin(-1320^\circ)\cos 110^\circ + \cos(-1020^\circ)\sin 750^\circ + \tan 495^\circ =$  \_\_\_\_\_.
3. 已知角  $\beta$  的终边在直线  $y = \sqrt{3}x$  上, 求  $\sin\beta$  和  $\cos\beta$ .

## 4. 化简:

(1)  $a^2 \sin 810^\circ - 2ab \cos 360^\circ + b^2 \tan 765^\circ + (a^2 - b^2) \tan(-1395^\circ)$ .

(2)  $\frac{4}{3} m^2 \cos^2 \frac{13}{6} \pi + \frac{1}{3} m^2 \sin^2 \left( -\frac{5}{3} \pi \right) - \frac{m^2}{2 \cos^2 \frac{17}{4} \pi}$ .

## 1. 选择题

(1) 若  $\tan\theta \geq 0$ , 那么  $\theta$  的范围是( ).

(A)  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right)$

(B)  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left[\pi, \frac{3}{2}\pi\right)$

(C)  $\left[k\pi, k\pi + \frac{\pi}{2}\right) (k \in \mathbf{Z})$

(D)  $\left[2k\pi, 2k\pi + \frac{\pi}{2}\right) (k \in \mathbf{Z})$

(2) 设  $A$  是第三象限角, 且  $\left|\sin \frac{A}{2}\right| = -\sin \frac{A}{2}$ , 则  $\frac{A}{2}$  是( ).

(A) 第一象限角

(B) 第二象限角

(C) 第三象限角

(D) 第四象限角

(3)  $\sqrt{\sin^2 120^\circ}$  等于( ).

(A)  $\pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

(B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(C)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

(D)  $\frac{1}{2}$

(4) 若三角形的两内角  $\alpha, \beta$  满足  $\sin\alpha \cos\beta < 0$ , 则此三角形为( ).

(A) 锐角三角形

(B) 钝角三角形

(C) 直角三角形

(D) 以上情况均有可能

## 2. 填空题

(1) 函数  $y = \frac{\sin x}{|\sin x|} + \frac{|\cos x|}{\cos x} + \frac{\tan x}{|\tan x|} + \frac{|\cot x|}{\cot x}$  的值域为\_\_\_\_\_.

(2) 已知点  $P(\tan\alpha, \cos\alpha)$  在第三象限, 则角  $\alpha$  的终边在第\_\_\_\_\_象限.

(3) 若  $\sin\theta \cdot \cos\theta > 0$ , 则  $\theta$  是\_\_\_\_\_象限角.

3. 求函数  $y = \sqrt{\sin x} + \sqrt{-\tan x}$  的定义域.

4. 设  $f(x) = a \sin(\pi x + \alpha) + b \cos(\pi x + \beta)$ , 其中  $a, b, \alpha, \beta$  都是非零实数. 若  $f(2\ 005) = -1$ , 求  $f(2\ 007)$  的值.



## 1.2.2 单位圆与三角函数线

## 1. 选择题

(1) 已知  $MP$ 、 $OM$ 、 $AT$  分别是  $60^\circ$  角的正弦线、余弦线和正切线, 则一定有( ).

- (A)  $MP < OM < AT$  (B)  $OM < MP < AT$   
 (C)  $AT < OM < MP$  (D)  $OM < AT < MP$

(2) 已知集合  $E = \{\theta \mid \cos\theta < \sin\theta, 0 \leq \theta < 2\pi\}$ ,  $F = \{\theta \mid \tan\theta < \sin\theta\}$ , 则  $E \cap F =$  ( ).

- (A)  $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$  (B)  $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{3}{4}\pi\right)$   
 (C)  $\left(\pi, \frac{3}{2}\pi\right)$  (D)  $\left(\frac{3}{4}\pi, \frac{5}{4}\pi\right)$

(3)  $\sin 1$ ,  $\sin 1.2$ ,  $\sin 1.5$  三者的大小关系是( ).

- (A)  $\sin 1 > \sin 1.2 > \sin 1.5$  (B)  $\sin 1 > \sin 1.5 > \sin 1.2$   
 (C)  $\sin 1.5 > \sin 1.2 > \sin 1$  (D)  $\sin 1.2 > \sin 1 > \sin 1.5$

(4) 若  $\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2}$ , 则下列不等式中成立的是( ).

- (A)  $\sin\theta > \cos\theta > \tan\theta$  (B)  $\cos\theta > \tan\theta > \sin\theta$   
 (C)  $\sin\theta > \tan\theta > \cos\theta$  (D)  $\tan\theta > \sin\theta > \cos\theta$

## 2. 填空题

(1) 借助三角函数线比较下列各组值的大小:

- ①  $\sin \frac{3}{5}\pi, \sin \frac{4}{5}\pi, \sin \frac{9}{10}\pi$  \_\_\_\_\_ (由大到小排列);  
 ②  $\cos 1, \cos 1.2, \cos 1.5$  \_\_\_\_\_ (由大到小排列);  
 ③  $\tan \frac{3}{5}\pi, \tan \frac{4}{5}\pi, \tan \frac{9}{10}\pi$  \_\_\_\_\_ (由大到小排列).

(2) 若  $\alpha$  为锐角, 则  $\sin\alpha + \cos\alpha$  \_\_\_\_\_ 1. (填大于、小于、等于)

3. 利用单位圆, 求使下列不等式成立的  $x$  的取值范围:

(1)  $-\frac{1}{2} < \sin x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$ ;

(2)  $\cos x \leq -\frac{1}{2}$ ;

(3)  $\tan x \geq 1$ .

4. 若  $x$  为锐角, 在单位圆中画出  $x$  的正弦线、余弦线、正切线, 并说明

$$\sin x < x < \tan x.$$

### 1.2.3 同角三角函数的基本关系式

#### I

#### 1. 选择题

(1) 已知  $\cos\theta = \frac{4}{5}$ , 且  $\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$ , 那么  $\tan\theta$  的值为( ).

- (A)  $\frac{4}{3}$                       (B)  $-\frac{4}{3}$                       (C)  $\frac{3}{4}$                       (D)  $-\frac{3}{4}$

(2) 若  $\tan\alpha = m$ ,  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ ,  $\sin\alpha$  等于( ).

- (A)  $m\sqrt{m^2+1}$               (B)  $-m\sqrt{m^2+1}$               (C)  $\frac{m}{\sqrt{m^2+1}}$               (D)  $-\frac{m}{\sqrt{m^2+1}}$

(3) 若  $\sin\theta = \frac{m-3}{m+5}$ ,  $\cos\theta = \frac{4-2m}{m+5}$ , 则  $m$  的值为( ).

- (A) 0                      (B) 8                      (C) 0 或 8                      (D)  $3 < m < 9$

(4) 如果  $\tan\alpha = m$  ( $m \neq 0$ ) 且  $\sin\alpha = \frac{m}{\sqrt{m^2+1}}$ , 那么  $\alpha$  所在象限是( ).

- (A) 一、二象限                      (B) 二、三象限  
(C) 二、四象限                      (D) 一、四象限

#### 2. 填空题

(1) 化简  $\sqrt{1 - \sin^2 170^\circ} =$  \_\_\_\_\_.

(2)  $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , 则  $\sin\alpha \cos\alpha =$  \_\_\_\_\_.

(3) 已知  $\sin\alpha, \cos\alpha$  是方程  $2x^2 - x - m = 0$  的两个根, 则  $m =$  \_\_\_\_\_.

3. 已知  $\alpha$  是三角形的一个内角, 且  $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{2}{3}$ , 试判断这个三角形的形状.

4. 求证:  $\sin^6 A + \cos^6 A = 1 - 3\sin^2 A \cos^2 A$ .

## II

## 1. 选择题

(1) 若  $\sin\alpha \cos\alpha = \frac{1}{8}$ , 且  $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$ , 则  $\cos\alpha - \sin\alpha$  为( ).

- (A)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       (B)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$                       (C)  $\frac{3}{4}$                       (D)  $-\frac{3}{4}$

(2) 若  $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{1}{5}$  且  $0 < \alpha < \pi$ , 则  $\tan\alpha$  的值为( ).

- (A)  $-\frac{4}{3}$                       (B)  $\frac{4}{3}$                       (C)  $-\frac{3}{4}$                       (D)  $\frac{3}{4}$

(3) 已知  $\sin\alpha - \cos\alpha = -\frac{\sqrt{5}}{2}$ , 则  $\tan\alpha + \cot\alpha$  的值为( ).

- (A) -4                      (B) 4                      (C) -8                      (D) 8

(4) 若角  $\alpha$  的终边落在直线  $x + y = 0$  上, 则  $\frac{\sin\alpha}{\sqrt{1 - \sin^2\alpha}} + \frac{\sqrt{1 - \cos^2\alpha}}{\cos\alpha}$  的值等于( ).

- (A) 2                      (B) -2                      (C) 1                      (D) 0

## 2. 填空题

(1) 已知  $\tan\alpha = -2$ , 则  $\frac{3\sin\alpha + 5\cos\alpha}{2\cos\alpha - 3\sin\alpha} = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $\sin^2\alpha - 2\cos^2\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(2) 已知  $\sin\alpha + 3\cos\alpha = 0$ , 则  $\sin\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(3) 化简  $\sin^2\alpha + \sin^2\beta - \sin^2\alpha \sin^2\beta + \cos^2\alpha \cos^2\beta = \underline{\hspace{2cm}}$ .

3. 已知  $\cos\alpha = m$  ( $|m| \leq 1$ ), 求  $\sin\alpha$  和  $\tan\alpha$  的值.

4. 已知  $\theta \in (0, 2\pi)$ , 而  $\sin\theta, \cos\theta$  是方程  $x^2 - kx + k + 1 = 0$  的两实数根, 求  $k$  和  $\theta$  的值.