MATH

华罗庚少年数学丛书

华罗庚少年数学

第一集

华罗庚少年数学丛书编委会编

知识出版社

华罗庚少年数学

4

封面设计:罗锡鹏　责任编辑:王渝丽　技术编辑:徐崇星

丛书责任编辑:王渝丽　颜可维

ISBN 7-5015-1485-2

9 787501 514854 >

ISBN 7－5015－1485－2/G·597

定价:　4.00元

华罗庚少年数学丛书

华罗庚少年数学

第一集

华罗庚少年数学丛书编委会编

知识出版社
北京

图书在版编目(CIP)数据

华罗庚少年数学　第一集/华罗庚少年数学丛书编委会编.
—北京:知识出版社,1997.3
(华罗庚少年数学丛书)
ISBN 7-5015-1485-2

Ⅰ.华…　Ⅱ.华…　Ⅲ.数学-少年读物　Ⅳ.01-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(97)第 03233 号

知识出版社出版发行
(北京阜成门北大街 17 号　邮编 100037)
北京图文印刷厂印刷　　新华书店总店北京发行所经销
开本 787×1092　1/32　印张 3.75　插页 2　字数 74 千字
1997 年 3月第一版　1998 年 1 月第三次印刷
印数 42101—47100
定 价:4.00 元

写在前面的话

华罗庚少年数学丛书编委会

亲爱的读者，经过一年多的准备与酝酿，《华罗庚少年数学第一集》终于和大家见面了。为了出版本书，我们得到了许多专家同行的帮助——从给予精神上的支持、提出建议到撰写稿件，等等。没有这些可贵的帮助，本书是决不可能出版的。

为本书撰稿的作者，多数是大学及研究机构中的专家。虽然，大家考虑到读者的情况，在写作时已力求深入浅出，但仍出现了一些不易懂的地方。所以，我们写了这篇《写在前面的话》，一方面向大家介绍一下全书的布局，另一方面也顺便对某些篇目中我们以为较难的内容，稍作解释。

全书主要分成8个板块。第一个板块与“华罗庚金杯”少年数学邀请赛（简称“华杯赛”）紧密相关，不妨称它为“‘华杯赛’园地”。在这一块中，除了由中国科学院应用数学研究所那吉生研究员写的《“华杯赛”初赛命题分析》和由北京航空航天大学数学系韩於羹副教授写的《“华杯赛”复赛题选析》外，还有由中国科学院应用数学研究所王世坤研究员写的《浅谈“华杯赛”试题命题思想——反向提问》一文。王老师在这篇文章中推广了“运算与逆运算”的概念。他把这个推广称作“正向运算与反向运算”，并得到了比通常称为“运算”的数学

概念要广得多的概念，由此开启了逆向思维的门户。叫什么样的名称，并不是最重要的，重要的是，要在从条件导致结论的同时，探索从相关的结论反向提问相应的条件这种思路。首都师范大学数学系周春荔教授在所写的《漫谈面积割补问题》一文中，比较集中地以“华杯赛”决赛口试题中的一些题为例，介绍与面积割补有关的求解知识与思路。广东省阳江市第一中学吴璐老师在所写的《对“华杯赛”一道试题的探讨》一文中，利用奇偶分析的方法，对第五届“华杯赛”决赛第一试第五题，作了分析与推广，颇可一读。这种不停留在已有解法上的作法，实在是应当提倡的。在将于日后陆续出版的第二集、第三集……中，我们还将组织涉及决赛题的各种分析文章，继续阐述其他命题思想。

第二个板块讨论“为何要学好数学”这一问题。本书收入的这篇文章的作者是一位有 40 多年大学数学教学经历的教授，他想在不算长的篇幅中通俗地阐明这个困难的问题，这实在是难于做好的。文章中提到了两个概念：“量”和“模型”（数学）。我们在生活中需要了解一些事物的量，比如一个物体的体积、一杯水的质量（或一杯水的重量）、一段时间的长短，等等。它们都比较确切地向我们提示了量的概念。还有些说法，比如，这个人的脾气好大，这幅画比那幅画更美，等等，也都向我们提示了量的概念。此外，凡是在呈现出某种规律的时候，往往也在向我们提示量的概念。说到模型，它可能会被理解为商店里出售的木制圆锥体、各种曲面等教学用具，而文章中所提到的模型则要比这些广泛得多。它可能是若干个数学式子，也可能是用别的形式给出的对某类现象的规律的描述。由于为什么要学好数学这个问题牵涉的方面很多，需要

多角度地探讨，所以我们还将组织别的专家撰文进行讨论。

第三个板块中有特级教师、武汉市江岸区教育委员会朱华伟副主任(本丛书编委)与其他特级教师合写的一篇文章，告诉同学们怎样才能学好数学。文章对预习、听课、审题，直到做题都提出了忠告。同一板块中还有北京市教学研究部郭为民老师的精彩短文《勤于思考　善于思考》。文章是谈思考的，有虚有实，虚实并举。读者通过阅读，将会受益。

第四个板块收入了亦金教授写的《盲数学家庞特里亚金和他的母亲》。这个板块可叫作“数学家与数学史”。作者还将继续给同学们讲述一些数学家的故事。

第五个板块的总标题是“重要数学概念的萌芽”。这一板块将尽可能通俗而正确地向小学同学介绍一批日后变得很重要的数学概念。这是一项重要而困难的任务。本书中，我们特请中国科学技术大学统计与金融系苏淳教授以《浅谈概率》为题介绍“概率”。苏教授是我国改革开放以来的第一批数学博士之一，是概率论专家，也是本丛书编委。这篇文章在写法上与通常介绍概率的小册子颇为不同，篇幅虽不长，但介绍的内容却比较充实。

第六个板块称作“数学花园”，其中有专家、教授写的引人入胜的数学小品、设计的数学问题及解答和对一些古老的数学问题的通俗介绍，也有基础教学第一线上富有经验的老师、本丛书编委写的《反比的妙用》。还有一篇短文出自一位初一学生(第五届“华杯赛”小学组金牌得主)之手，谈他在解一道数学题时，脑中是怎么想的。所有这些材料由于比较贴近学生生活，可以考虑选作班级墙报的内容以扩大影响。

第七个板块叫作“家庭数学”，收入了一篇供具有初中(或

初中以上)文化程度的家长与学生一同阅读的短文:《两项数学活动》。

最后一个板块介绍境外数学竞赛的情况。本书介绍了两处的竞赛。一是介绍日本小学生算术奥林匹克大会。这一介绍由两个部分组成,先对这一竞赛作一个一般性介绍,然后由我国关心这一赛事的专家之一、北京教育学院丰台分院朱滇生老师(本丛书编委)撰文分析本项竞赛历次赛题中的8个问题。(在将日文题译作中文时,因照顾国情并非逐句硬译,而是作了一些不违原意的改动。)另一是介绍1996年在韩国举行的首届汉城国际数学竞赛,同时收入本次竞赛小学部分试题的解答与评注。作者是此次率领我国参赛队赴韩的教练员。

在结束这篇介绍文字的时候,我们再次感谢担任华罗庚少年数学丛书编委会顾问的各位院士、教授和在北京及全国各地的编委,感谢他们从方方面面对我们的支持与帮助。同时我们也热诚期待着各地读者朋友的支持与帮助!

目　　录

"华杯赛"初赛命题分析

邢吉生

"华杯赛"可以说是参赛面最广的一项学科竞赛活动，其中初赛又是"华杯赛"程序中最重要、普及面最广的一个阶段。由于初赛试题通过中央电视台向全国播出，参赛者当场作答，故各地参赛的中小学生每届均以数百万计。1988 年第一届时，初赛参赛学生约有 150 万人。以后每届都以 50 万人的数量递增，各地学生的参赛热情有增无减。这表明"华杯赛"的命题原则——"普及性、趣味性、新颖性"是正确的，特别是初赛试题更强调普及性、趣味性。由于有如此多的学生参加，影响面很广，学生水平又参差不齐，这也给命题工作带来了一定的困难，很难做到使所有同学都满意。由于是在中央电视台播出，时间短，一次只有 20 分钟，而每届初赛试题又都在 15 道左右，这样，除去读题时间，每道题留给学生思考、作答的时间最多仅 60 秒钟，最少时只有 30 秒。所以初赛试题强调普及、趣味是完全正确的。这会使同学们了解重在参与这一精神，并有所收获，从而激发学习数学、学好数学的兴趣和信心。我们认为，已经举办过的 5 届初赛的命题真正体现了上述精神和原则。主试委员会将一如既往，努力设计那些难度不大但富有趣味性的题目，吸引同学参加"华杯赛"。

下面，我们对前 5 届"华杯赛"初赛试题作一简单的分析。

首先作一简单的统计。我们把试题分为数字题、图形题和应用题3类。当然这种划分是不严格的，也不是绝对的。大家只要看看题目本身就会明白，这样划分只是为了给人一个大致的印象。

届	数字题	图形题	应用题	合计
1(1986)	7	2	10	19
2(1989)	3	5	7	15
3(1991)	4	4	7	15
4(1993)	3	4	8	15
5(1995)	4	3	9	16
合计	21	18	41	80
%	26%	23%	51%	

数字题和图形题比较直观，理解题意时不用绕弯子，有些题可立即着手计算。而应用题则比较丰富多彩，可以贴近生活、增加趣味性，但需要认真理解题意，才能立出式子，着手计算。应用题占的比例较大。这也说明命题工作正在努力向上述特点靠拢。

数字题基本分成4类，一类是关于分数、小数的四则运算题，这种题如：

3(2) 计算：$\left(\frac{1}{30}+\frac{1}{35}+\frac{1}{63}\right)\times 2\frac{1}{7}$；

4(1) 请将下面算式的计算结果写成带分数：

$\frac{0.5\times 236\times 59}{119}$；

5(4) 计算：$\frac{\left(4\frac{2}{3}+0.75\right)\times 3\frac{9}{13}}{\left(5\frac{4}{45}-4\frac{1}{6}\right)\div 5\frac{8}{15}}\div 34\frac{2}{7}$。

[注:在这里,题号3(2)表示第三届初赛第二题,余同。]

这种题目是每个小学生都会算的! 老老实实,一步一步顺序计算是可以得出结果的,但要求在30秒内计算出正确结果,就需要在平时锻炼快算的技巧。可以肯定地说,初赛中的一些题,在某些解题步骤上是要用点技巧的,这样才容易快些得到结果。

对3(2),将括号中3个分数相加时,要通分。这时公分母只要保留乘积的形式再往下算,显然有:

$$\left(\frac{1}{2\times3\times5}+\frac{1}{5\times7}+\frac{1}{3\times3\times7}\right)\times\frac{15}{7}$$
$$=\frac{21+18+10}{2\times3\times3\times5\times7}\times\frac{15}{7}$$
$$=\frac{49}{2\times3\times7}\times\frac{1}{7}$$
$$=\frac{1}{6}$$

而4(1)则为:

$$=\frac{118\times59}{119}$$
$$=\left(1-\frac{1}{119}\right)\times59$$
$$=59-\frac{59}{119}$$
$$=58\frac{60}{119}$$

同学们可以推敲5(4)的计算。

第二类涉及整数的性质及运算,包括质数、方程的整数解等与初等数论有关的问题,特别是有一种“填数字”问题。

如:(简述)

2(6)　如 $\begin{array}{r}\square\square\square\\ +\square\square\square\\ \hline 8\;9\;4\end{array}$　求 6 个□中数字之积；

1(5)　如 $\begin{array}{r}\square\square\\ +\square\square\\ \hline 1\;4\;9\end{array}$　求 4 个□中数字之和；

3(11)　如 $\begin{array}{r}\square\square\square\\ +\square\square\square\\ \hline 1\;9\;9\;1\end{array}$　求 6 个□中数字之和；

5(2)　如 $\begin{array}{r}\square\square\\ \times 5\\ \hline \square\square\end{array}$　求当积最大时，4 个□中数字之和；

4(7)　若 $\begin{array}{r}\square\square\\ +3\\ \hline \square\square\end{array}$　中，被加数的数字和是和数的数字和的 3 倍，求被加数至少为几？

解这种问题没有固定的程序。一般都是先抓住式中的某些特点，用试验法顺序代入，确定其中的一、二个数字，再逐步推定其余的数，最后给出解答。

例如，对 3(11)题，由于被加数不会大于 999，所以加数不会小于 $1991-999=992$。同样，被加数也不会小于 992。由此可确定加数和被加数的百位和十位上的数字都是 9，而两个个位数字之和必为 11，从而总和为 $9\times4+11=47$。

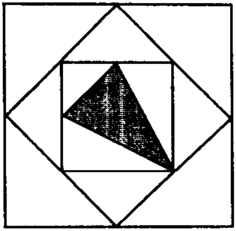
而涉及整数性质的题目有：

1(9)　有一整数，除 300，262，205 所得余数相同，求此整数；

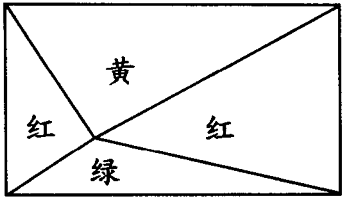
1(11)　$1111111111\times9999999999$ 的积有几个数字是奇数？

1(14)　$71427\times19\div7$ 的余数是几？

还有其他许多以应用题形式给出的题目。



4(6)

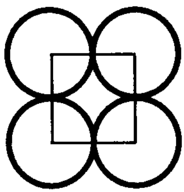


3(7)

图形题大多是求图形的面积的。由于到初中阶段，只学了求圆和由直线构成的图形的面积，所以对这种题目只要划分成三角形、正方形、圆(半圆)，面积就可以计算了。例如：

4(6) 图中大正方形的面积是 1，其他点都是它所在边的中点，求阴影三角形的面积是多少?

3(7) 图中矩形分成 4 个不同的三角形，绿三角形面积占矩形面积的 15%，黄三角形面积为 21 平方厘米，求矩形面积。



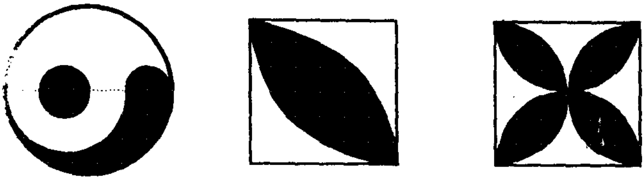
2(7)

2(7) 图中正方形的边长是 2 米，4 个圆的半径都是 1 米，圆心分别是正方形的 4 个顶点，求正方形和 4 个圆所盖住的面积。

5(10) 图中曲线是用半径长度比为 2∶1.5∶0.5 的 6 条半圆弧连成，求阴影与空白部分的面积比。

对于 2(7)题，应注意到 4 个圆与正方形重叠部分的面积恰好等于一个圆的面积。因此所求的面积等于正方形和 3 个圆的面积。

这种通过考虑叠合部分面积的方法在解圆、方合成图形



5(10)

的面积时很有用处，如计算叶形的阴影面积也是一例。

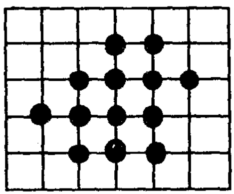
在计算直线围成的图形的面积时，三角形的面积是最基本的：

$$S = \frac{1}{2}ah,$$

a 为三角形的一边长，h 为该边上的高的长。由此可在图形上断定那些同底（或等底）等高的三角形面积相等。用这一方法可计算 4(6) 中的面积。

再有一种图形题便是在图中数数（计数）的问题。例如数出有多少个点，有多少个三角形、四边形（平行四边形、正方形等）……例如：

4(2)　连接右图中黑点的线段可以构成多少个正方形？

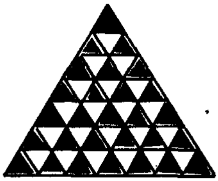


4(2)

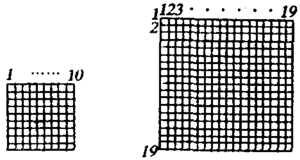
3(10)　图中有 7 层小三角形，求白色小三角形的个数与黑色小三角形的个数之比。

2(15)　大棋盘由横竖各 19 条线组成，小棋盘由横竖各 10 条线组成。问大棋盘上有几个与小棋盘一样大的正方形？

解这种问题的关键在于按照一种固定的方式来逐一计数累加。当然，注意不要遗漏特殊类型（位置）的点、三角形、四



3(10)



2(15)

边形等。

对于4(2)，在由小到大数完直放着的正方形后，不要忘了还有斜放着的正方形，也要由小到大地查数。在将数出的个数相加时，有时可以应用现成的乘法或公式，不必一个个地加。例如，对于3(10)，可以分别按排数出黑、白两种小三角形的个数。

$$\text{白色小三角形的个数} = 1+2+3+4+5+6 = \frac{(1+6)\times 6}{2} = 21$$

$$\text{黑色小三角形的个数} = 1+2+3+4+5+6+7 = \frac{(1+7)\times 7}{2} = 28$$

（这里用到了等差数列的求和公式。）

因此白与黑小三角形个数之比是$\frac{3}{4}$。

对于2(15)题，可以考虑将位于大棋盘左上角的小棋盘沿大棋盘的对角线移动。第0次移动，即在原位，有一个小棋盘。第一次移动可看作是右移一格再下移一格的合成，也可看作是下移一格再右移一格的合成，故生成了3个小棋盘；再