



全国中考
试题荟萃解析

全国中考 试题分类解析

2005版

总策划 大象教育图书研创中心
主 编 本丛书编委会

数字



大象出版社



全国中考试题荟萃解析

全国中考 试题分类解析 数学

总策划 大象教育图书研创中心

主 编 本丛书编委会

 大象出版社

大象考王·试题精选系列

《全国中考试题荟萃解析》丛书简介

《全国中考试题荟萃解析》是“大象考王”系列图书中的试题资料精选研究丛书,包括《全国中考试题分类解析》、《全国中考试卷汇编与解答》和《中招考试新题型》三套丛书。

这三套丛书的编写指导思想是以中考命题精神为指导,以透析2004年全国中考命题和预测2005年中考命题为主线,以分类归纳中考命题综合能力考核目标,剖析中考命题知识考点、热点题型、思路技巧为重点,以专题分类透析和全真考卷演练为突破口,以揭秘、预测中考命题,提升考力、备考名校为目的。

本丛书组编队伍是多年从事省级中考命题人员和侧重于中考命题研究的教研人员、重点中学特级高级教师,大部分是国内名牌教辅的原创作者。

《全国中考试题分类解析》丛书编委会

总策划 大象教育图书研创中心

执行主编 王子 许建平 冯艳霞 倪霞 刘松召 弓永倩 王振山

主要编写人员名单 (按姓氏笔画顺序排列)

弓永倩	王子	王振山	王辉	王云峰	王晓飞	巴秋莲	刘松召
田会敏	田宝宏	冯艳霞	许建平	闫春谊	朱腊清	任路敏	任团峰
李杰	李岩	陈萌	何灵菊	张甲瑞	张英华	张晓娣	张瑞
张俊红	张海梅	沙莎	吴斌	杨红玲	杨志霞	宋苗慧	金丽青
岳广兵	郑保理	姚小哲	胡克红	胡亚丽	倪霞	郭志芳	郭萍
高虹燕	梁一虹	黄建洁	程海燕	喻景灿	雷小莉	霍金峰	

本册书名 全国中考试题分类解析·数学(2005版)

责任编辑 马莹

出版 大象出版社 (郑州市经七路25号 邮政编码450002)

发行 大象出版社

印刷 河南第二新华印刷厂

版次 2004年12月第1版

印次 2004年12月第1次印刷

开本 787×1092 1/16

印张 8.25

字数 185千字

印数 1—10 000册

书号 ISBN 7-5347-3617-X/G·2941

定价 8.30元

若发现印、装质量问题,影响阅读,请与承印厂联系调换。

印厂地址 郑州市商城路231号

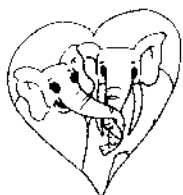
邮政编码 450000

电话 (0371)6202901



目

录



☐ 全国中考数学试题回顾与瞻望	(1)
☐ 全国中考数学试题分类讲析与荟萃	(4)
一、实数	(4)
二、代数式	(10)
三、方程(组)及其应用	(19)
四、一元一次不等式(组)及其应用	(32)
五、函数及其图象	(36)
六、统计初步	(53)
七、几何基础与三角形	(60)
八、四边形	(71)
九、相似三角形	(78)
十、解直角三角形	(86)
十一、圆	(92)
十二、综合试题	(113)





全国中考数学试题回顾与展望

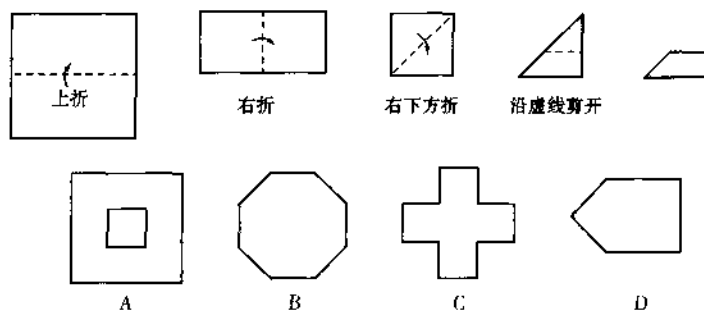
2004 年全国各省市中考数学试题,按照教育部 2002 年下发的《关于积极推进中小学评价与考试制度改革的通知》精神,依据国家课程标准,遵循“数学考试应在考查学生的基本运算能力、思维能力和空间观念的同时,着重考查学生运用数学知识分析和解决实际问题的能力,设计一定的结合现实情况的问题和开放性问题,同时设计新颖的探索性问题,避免人为编造的繁难偏旧的计算题和证明题,提高数学测试的质量”这一命题原则,采用形式多样的命题方式,与 2003 年中考数学试题相比,通过改进,进一步得到完善.

总括 2004 年各地区中考数学试卷,2004 年中考数学试题具有以下特点:

一、试题结构类型非常明确

试题题型与 2003 年相比基本相同,包括填空题、选择题、解答题,以及一些创新型的试题,包括阅读理解题、探索性试题、开放性试题和操作性试题,像河南省 2004 年中考数学试题的第 3 题:

如下图,把一个正方形三次对折后沿虚线剪下,则所得图形是()



这是一道典型的操作性试题.像山西省 2004 年中考数学试题中的第 25 题:

阅读材料:已知 $p^2 - p - 1 = 0$, $1 - q - q^2 = 0$, 且 $pq \neq 1$, 求 $\frac{pq+1}{q}$ 的值.

解:由 $p^2 - p - 1 = 0$ 及 $1 - q - q^2 = 0$, 可知 $p \neq 0, q \neq 0$.

又 $\because pq \neq 1, \therefore p \neq \frac{1}{q}$.

$\therefore 1 - q - q^2 = 0$ 可变形为 $\left(\frac{1}{q}\right)^2 - \left(\frac{1}{q}\right) - 1 = 0$.

根据 $p^2 - p - 1 = 0$ 和 $\left(\frac{1}{q}\right)^2 - \left(\frac{1}{q}\right) - 1 = 0$ 的特征,

易知 p 与 $\frac{1}{q}$ 是方程 $x^2 - x - 1 = 0$ 的两个不相等的实数根.





$$\therefore p + \frac{1}{q} = 1, \therefore \frac{pq-1}{q} = 1.$$

根据阅读材料所提供的方法,完成下面的解答.

$$\text{已知 } 2m^2 - 5m - 1 = 0, \frac{1}{n^2} + \frac{5}{n} - 2 = 0, \text{且 } m \neq n.$$

求 $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$ 的值.

这是一道典型的阅读理解题.

二、中考数学试题向新的数学课程标准靠拢

数学新课标的侧重点为:注重数学知识与社会生活、学生经验的联系,注重能力的培养,淡化机械记忆,注重应用等.综观 2004 年全国各省中考数学试卷中的试题,依据现行教材尽可能向数学新课程标准靠拢.首先试题注重联系实际,加强了数学应用性问题的考查,有关数学知识的应用在中考中所占分值约占 20%~30%,且题型多元化,其中包括方程的应用、函数的应用、统计初步的应用、几何知识的应用等.像 2004 年河南省数学中考试题的第 23 题:

某市近年来经济发展速度很快,根据统计:该市国内生产总值 1990 年为 8.6 亿元人民币,1995 年为 10.4 亿元人民币,2000 年为 12.9 亿元人民币.

经论证,上述数据适合一个二次函数关系.请你根据这个函数关系,预测 2005 年该市国内生产总值将达到多少.

这不仅是一道典型的函数应用试题,而且是在实验教材(北师大版)中有其原型.另外许多省市的试题中主观题越来越多,客观题所占比例则明显减少,这说明数学教学不仅仅教给学生知识,更重要的是培养学生运用所学知识分析问题、解决问题的能力.

三、各类试题的分值、比例更为合理

中考试卷分值有所增加,像北京市、天津市、河北省试卷总分是 120 分,个别省市(地区)试卷总分达到 150 分;其中代数、几何所占分值基本持平,基础知识、基本技能的题目约占 40%,综合运用知识的题目约占 40%,较难的题目约占 20%.

四、注重考查“双基”

2004 年中考数学试题,基础知识题约占 60%~65%,基础题的设计不仅是对概念的考查,而且是比较灵活的形式,综合几个知识点,并渗透对基本能力的考查.在基础知识考查的基础上,同时进行综合能力的考查,以及基本数学思想方法的考查.例如:像 2004 年安徽省的第 9 题:

圆心都在 x 轴上的两圆有一个公共点 $(1, 2)$,那么这两圆的公切线有()

- A. 1 条 B. 2 条 C. 3 条 D. 4 条

此题综合考查两圆位置关系的判定,及两圆在每种位置关系下公切线的条件和 x 轴上的点的坐标的特点及两圆所组成的图形的对称性.再如,2004 年沈阳市数学中考试题的第 20 题:

已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 3$, $BC = 4$,分别以 A 、 C 为圆心作 $\odot A$ 、 $\odot C$,且 $\odot C$ 与直线 AB 不相交, $\odot A$ 与 $\odot C$ 相切.设 $\odot A$ 的半径为 r ,那么 r 的取值范围是_____.





此题综合考查直角三角形两直角边与斜边及斜边上的高的关系、直线和圆的位置关系、圆和圆的位置关系及分类讨论的思想等。

根据教育部《关于初中毕业升学考试改革的指导意见》和《数学课程标准》中对数学教学与考试的要求,结合 2004 年全国中考数学命题的特点及近几年来中考数学命题的趋势,对 2005 年中考数学命题的走向预测如下:

1. 数学考试范围将依据《数学课程标准》和原各省市教育厅《关于初中数学教学内容与教学要求的调整意见》中划分的范围为准。

2. 试题保持稳定是相对的,题型变化是绝对的,稳中求变。课改理念将在试卷中明显体现。近年来数学考试的改革取得了良好的效果,大幅度的变动不利于教学的稳定,因此,2005 年数学中招考试命题的指导思想不会改变,继续遵照教育部命题思想中的“有利于贯彻国家教育方针,推进中小学实施素质教育;有利于体现九年义务教育性质,全面提高教育质量;有利于中小学课程教学改革,培养学生创新精神和实践能力,减轻学生过重的负担,促进学生生动、活泼、主动地学习”三个有利于的原则,在保持原有特色的基础上,依据《数学课程标准》,加大改革力度,稳中求变求新,使试题更具创造性、科学性、时代性。在命题思想上,从立足于考查学科的双基,转向考查学科应培养的基本素质;从考查学科的知识,转向考查学科的能力;从考查知识的继承,转向考查知识的实践与创新。在命题形式上,设计形式多样的多种题型,逐步增加主观题的比例,增加与生产生活、科学实验、社会问题的联系,增加学科之间的渗透,增加命题的过程性和开放性,新的迁移讨论探究题型将不断涌现。在解题要求上,注意解题能力和技巧的要求,渗透学科观点和学习方法,强调实践过程的讨论和迁移,从答案惟一逐步过渡到鼓励学生标新立异。

3. 基础知识部分将会在形式上减少客观题,增加主观题;内容上减少纯知识性的题目,重视考查数学基础知识的掌握情况和基本技能的应用熟练程度,基本运算能力、思维能力和空间想像能力,以及分析和解决简单实际问题的能力,数学的应用意识和创新意识;进一步加强对知识的发生、发展和思维过程的考查,对知识的发散迁移的考查。

4. 适当加大应用性试题的比重,并有一些结合现实情况的问题和探索开放性的问题,但是不会出繁难的计算题和证明题。

5. 会控制试卷的整体难易程度,但保持较大的或增加思维量控制计算量。难易适中的试题总量大约在 23~28 个之间,其中填空题、选择题占总分的 50% 左右,整个试卷以中档题为主。



全国中考数学试题分类讲析与荟萃

一、实数

考法解密

1. 深刻理解概念, 熟练掌握有关运算法则.
2. 注意实数绝对值的几何意义, 数形结合借用数轴这一数学工具进行实数大小的比较, 将抽象的数量关系直观化.
3. 注意运算律、幂的运算性质在运算中的逆应用, 简化计算过程.

考题研析

常考题型

1. 下列各数 $\frac{22}{7}$, π , $\sqrt{8}$, $\sqrt[3]{64}$, $\sin 60^\circ$ 中, 无理数共有 _____ 个. (2004·泰州市)

[分析解答] 此题中 $\frac{22}{7}$ 是分数, $\sqrt[3]{64}=4$, 所以 $\frac{22}{7}$, $\sqrt[3]{64}$ 都是有理数, 而 $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$, $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, π 是圆周率, 所以 $\sqrt{8}$, $\sin 60^\circ$, π 都是无理数, 故填 3.

[特别指点] 判断一个数是否是无理数, 要抓住无理数的两个基本特征: ①是无限小数; ②是不循环小数, 二者缺一不可. 特别注意: ①在锐角三角函数中, 除 $\sin 30^\circ$, $\cos 60^\circ$, $\tan 45^\circ$, $\cot 45^\circ$ 是有理数外, 其余都是无理数; ②开方开不尽的数是无理数.

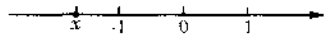
2. 实数 x 在数轴上的位置如图所示, 则()

A. $|x| < -1$

B. $|x| < 0$

C. $|x| > 1$

D. $|x| = 0$



(2004·宜昌市)

[分析解答] 选 C.

[特别指点] 本题采用淘汰法, 根据绝对值的非负性, 排除 A、B, 又因为只有 0 的绝对值是 0, 而 $x \neq 0$, 所以 D 错.

注意: 一个数的绝对值表示这个数在数轴上对应的点到原点的距离.

3. 将 -207 670 保留三个有效数字, 其近似值为 _____. (2004·西宁市)

[分析解答] $-207\ 670 = -2.076\ 7 \times 10^5 \approx -2.08 \times 10^5$.

[特别指点] 先把 -207 670 用科学记数法表示, 再按要求四舍五入.

本题重点考查科学记数法、有效数字等概念.



特别注意:对于数 b 用科学记数法表示时,(1)当 $0 < |b| < 1$ 时,则 $b = a \times 10^n$,其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为 b 左边第一个非零数字前所有零的个数;(2)当 $|b| > 10$ 时,则 $b = a \times 10^n$,其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为 b 的整数位数减 1.

5. 创新题型

1. 观察下面一列数: $-1, 2, 3, 4, -5, 6, -7, \dots$. 将这列数排成下面形式:

$$\begin{array}{cccccccc} & & & & -1 & & & \\ & & & & & & & \\ & & 2 & -3 & 4 & & & \\ & -5 & 6 & -7 & 8 & -9 & & \\ 10 & -11 & 12 & 13 & 14 & -15 & 16 & \end{array}$$

按照上述规律排列下去,那么第 10 行从左边数第 9 个数是 . (2004·河南省)

【分析解答】观察可知第 n 行从左边数第 1 个数是 $(-1)^n \cdot [(n-1)^2 + 1]$, 所以, 第 10 行从左边数第 1 个数为 82, 故第 9 个数为 90.

〔特别指点〕 注意:第 n 行从右边数第 1 个数为 $(-1)^n \cdot n^2$.

2. 探索规律:

$3^1=3$,个位数字是3; $3^2=9$,个位数字是9; $3^3=27$,个位数字是7; $3^4=81$,个位数字是1;
 $3^5=243$,个位数字是3; $3^6=729$,个位数字是9;…那么 3^7 的个位数字是_____, 3^{20} 的个位数字是_____.

(2004·长沙市)

[分析解答] 7;1.

〔特别指点〕 观察可知: 3^{4n+1} 个位数字是3, 3^{4n+2} 个位数字是9, 3^{4n+3} 个位数字是7, 3^{4n+4} 个位数字是1.

∵ $3^{20} = 3^{1 \cdot 5}$, ∴ 3^{20} 个位数字是 1.

2. 综合题型

1. 若 $|a-b+1|$ 与 $\sqrt{a+2b-4}$ 互为相反数, 则 $(a-b)^{2004} =$. (2004·河南省)

「分析解答」

$\therefore |a-b+1| \geq 0, \sqrt{a+2b+4} \geq 0$, 且 $|a-b+1|$ 与 $\sqrt{a+2b+4}$ 互为相反数,

$$\therefore |a-b+1|=0, \sqrt{a+2b+4}=0.$$

$$\therefore \begin{cases} a-b+1=0, \\ a+2b+4=0. \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} a=-2, \\ b=-1. \end{cases} \therefore (a+b)^{2+01}=(-3)^{2+01}=3^{2+01}.$$

〔特别指点〕 根据条件先求出 a, b 的值然后代入求值.

注意:只有当 $|a-b+1|=0$,且 $\sqrt{a+2b+4}=0$ 时, $|a-b+1|$ 与 $\sqrt{a+2b+4}$ 才互为相反数,因为0的相反数是0.

2. 计算: $16 \div (-2)^3 - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} + (\sqrt{3}-1)^0$. (2003 · 苏州市)

[分析解答] 原式 $= 16 \div (-8) - 3 + 1 - (-2) - 3 + 1 - 4$.

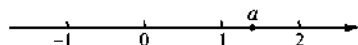
[特别指点] 实数的运算先算乘方,再算乘除,最后算加减,有括号时先算括号内,且每



次运算都是先确定结果的符号,再将绝对值进行运算.

特别注意: $a^{-1}=\frac{1}{a}(a\neq 0)$, $a^0=1(a\neq 0)$.

3. 实数 a 在数轴上的位置如图所示,化简: $|a-1|+\sqrt{(a-2)^2}=\underline{\hspace{2cm}}$.



(2004·山西省)

[分析解答] 由图可知: $1 < a < 2$.

$\therefore a-1 > 0, a-2 < 0$.

$\therefore$ 原式 $= a-1+|a-2| = a-1-(a-2) = a-1-a+2 = 1$.

[特别指点] 解答本题的关键是去掉绝对值符号,解题前要先判定绝对值内式子的值大于零还是小于零.

注意:本题数形结合,重点考查绝对值及算术平方根的运算.特别注意:

$$\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases} a(a\geq 0), \\ -a(a<0). \end{cases}$$

考题荟萃

夯实基础

1. -2 的倒数是()

- A. 2 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. -2 (2004·宜昌市)

2. 在天气预报图中,零上5度用 5°C 表示,那么零下5度表示为()

- A. 5 B. $+5^{\circ}\text{C}$ C. -5 D. -5°C (2004·泸州市)

3. 据新华社报道,2003年我国税收首次突破20 000亿元大关,用科学记数法表示应为()

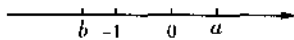
- A. 2×10^4 亿元 B. 20×10^3 亿元
C. 0.2×10^5 亿元 D. 2×10^5 亿元 (2004·金华市)

4. 下列计算正确的是()

- A. $(-2)^0=-1$ B. $-2^3=-8$
C. $-2-(-3)=-5$ D. $3^{-2}=-6$ (2004·陕西省)

5. 实数 a, b 在数轴上的位置如图所示,下列判断正确的是()

- A. $a < 0$ B. $a > 1$
C. $b > -1$ D. $b < -1$ (2004·西宁市)



6. 下列算式结果是 -3 的是()

- A. $(-3)^{-1}$ B. $(-3)^0$
C. $-(-3)$ D. $-|-3|$ (2004·四川省)

7. $-\sqrt{3}$ 的绝对值是 $\underline{\hspace{1cm}}$; $-3\frac{1}{2}$ 的倒数是 $\underline{\hspace{1cm}}$; $\frac{4}{9}$ 的平方根是 $\underline{\hspace{1cm}}$.

(2004·黄冈市)



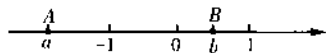
提高能力

1. 如果 $|x-2| + (x-y+3)^2 = 0$, 则 $x^y - y$ 的值为()
 A. 25 B. 36 C. 27 D. 81 (2004 · 荆州市)

2. 如图, 若数轴上的两点 A, B 表示的数分别为 a, b , 则下列结论正确的是()

A. $\frac{1}{2}b - a > 0$

B. $a - b > 0$



C. $2a + b > 0$

D. $a + b > 0$

(2004 · 陕西省)

3. 为美化烟台, 市政府下大力气实施城市改造, 今春改造市区主要街道, 街道两侧统一铺设长为 20 厘米、宽为 10 厘米的长方形水泥砖, 若铺设总面积为 10.8 万平方米, 那么大约需水泥砖_____块(用科学记数法表示).
 (2004 · 烟台市)

4. 若 a, b 都是无理数, 且 $a + b = 2$, 则 a, b 的值可以是_____. (填上一组满足条件的值即可)
 (2004 · 重庆市)

5. 计算: $|-2| + 2\sin 60^\circ - \frac{2}{\sqrt{3}+1}$.
 (2004 · 四川省)

6. 计算: $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} - |-\sqrt{2}| + (2-\pi)^0 + \frac{1}{\sqrt{2}-1}$.
 (2003 · 福州市)

探究创新

1. 观察下列等式: $7^1 = 7, 7^2 = 49, 7^3 = 343, 7^4 = 2401, \dots$, 由此可判断 7^{100} 的个位数字是_____.
 (2004 · 河南省)

2. 阳阳和明明玩上楼梯游戏, 规定一步只能上一级或二级台阶, 玩着玩着两人发现: 当楼梯的台阶数为一级、二级、三级……逐步增加时, 楼梯的上法数依次为: 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, … (这就是著名的斐波那契数列). 请你仔细观察这列数中的规律后回答: 上 10 级台阶共有_____种上法.
 (2004 · 武汉市)

3. 欣赏下面各等式:

$$3^2 + 4^2 = 5^2 \quad 10^2 + 11^2 + 12^2 = 13^2 + 14^2$$

请写出下一个由 7 个连续正整数组成, 前 4 个数的平方和等于后 3 个数的平方和的等式为_____.

(2004 · 南昌市)

4. 观察下列等式:

$$9-1=8 \quad 16-4=12 \quad 25-9=16 \quad 36-16=20 \quad \dots\dots$$

这些等式反映自然数间的某种规律, 设 $n(n \geq 1)$ 表示自然数, 用关于 n 的等式表示这个



规律为_____.

5. 先阅读下面的材料,然后解答问题:

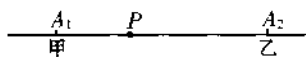
在一条直线上有依次排列的 $n(n>1)$ 台机床在工作,我们要设置一个零件供应站 P ,使这 n 台机床到供应站 P 的距离总和最小.要解决这个问题,先“退”到比较简单的情形:

如图①,如果直线上有 2 台机床时,很明显设在 A_1 和 A_2 之间的任何地方都行,因为甲和乙所走的距离之和等于 A_1 到 A_2 的距离.

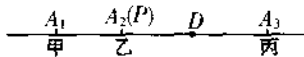
如图②,如果直线上有 3 台机床时,不难判断,供应站设在中间一台机床 A_2 处最合适.因为如果 P 放在 A_2 处,甲和丙所走的距离之和恰好为 A_1 到 A_3 的距离.而如果把 P 放在别处,例如 D 处,那么甲和丙所走的距离之和仍是 A_1 到 A_3 的距离,可是乙还得走从 A_2 到 D 的这一段,这是多出来的.因此 P 放在 A_2 处是最佳选择.

不难知道,如果直线上有 4 台机床, P 应设在第 2 台与第 3 台之间的任何地方;有 5 台机床, P 应设在第 3 台位置.

问题(1):有 n 台机床时, P 应设在何处?



图①



图②

问题(2):根据问题(1)的结论,求 $|x-1|+|x-2|+|x-3|+\cdots+|x-617|$ 的最小值.

(2004·烟台市)

参考答案

夯实基础

1. B 2. D 3. A 4. B 5. D 6. D 7. $\sqrt{3}$, $-\frac{2}{7}$, $\pm\frac{2}{3}$

提高能力

1. C 2. A 3. 5.4×10^4 4. 略 5. 3 6. 5

探究创新

1. 1 2. 89 3. $21^2+22^2+23^2+24^2=25^2+26^2+27^2$ 4. $(n+2)^2-n^2=4n+4$

5. (1) 当 n 为偶数时, P 应设在第 $\frac{n}{2}$ 台和 $(\frac{n}{2}+1)$ 台之间的任何地方; 当 n 为奇数时, P

应设在第 $\frac{n+1}{2}$ 台的位置.

(2) 根据绝对值的几何意义, 求 $|x-1|+|x-2|+\cdots+|x-617|$ 的最小值, 就是在数轴上找出表示 x 的点, 使它到 1, 2, 3, ..., 617 各点的距离之和最小, 根据问题(1)的结论, 当 $x=309$ 时, 原式的值最小.



二、代数式

考法解密

1. 熟练掌握有关运算法则和运算公式;弄清因式分解是多项式乘法的逆运算,熟练掌握因式分解的方法,特别是分组分解法.

2. 注意列代数式的要求,掌握列代数式的方法,特别是根据命题提供的信息所反映的规律,求命题反映的规律的公式是近年来中考的热点,学习时要注意培养自己的观察能力和不完全归纳能力,以及代数表达能力,以适应新型考题的要求.

3. 求代数式的值的问题,常用的方法有直接代入法、化简代入法、整体代入法,解题时要首先弄清题中的条件以及条件与结论之间的关系,然后确定解题方法.

4. 分式的运算与分数的运算相似,二次根式的运算与整式分式的运算,学习时要注意用类比法.

5. 不论是分式或是二次根式的运算,运算结果要化简.

6. 在运用二次根式的性质进行化简或运算时要注意性质成立的条件.

7. 二次根式的除法有两种运算方法,当被开方数能整除时用性质 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ ($a \geq 0, b > 0$);一般情况下运用分母有理化.

考题研析

常考题型

1. 下列运算正确的是()

A. $a^2 \cdot a^6 = a^{36}$

B. $(a^5)^6 = a^{36}$

C. $a^5 + a^6 = a^{11}$

D. $a^7 \div a^6 = \frac{5}{6}$ (2004·苏州市)

[分析解答] 选 B.

[特别指点] 熟练掌握有关运算法则和运算公式.

本题主要考查整式基本运算法则和运算公式,所占分值 2~3 分,出现几率 80%~85%.

2. 分解因式: $x^2 + 2xy + y^2 - 4 =$ _____. (2004·河北省)

[分析解答] 原式 $= (x^2 + 2xy + y^2) - 4 = (x+y)^2 - 4 = (x+y+2)(x+y-2)$.

[特别指点] 解答本题运用分组分解法,前三项一组、第四项一组,然后运用平方差公式分解.

注意:因式分解按“一提、二套、三分组”的顺序进行,即能提公因式的要先提取公因式,然后看能否套用公式分解,最后考虑分组分解法.利用分组分解法分解因式的关键是适当分组,分组的要求是:分组后能用提取公因式法分解因式或分组后能用公式法分解因式或分组



后能用十字相乘法分解因式.

3. 已知 x, y 是实数, $\sqrt{3x+4} + y^2 - 6y + 9 = 0$, 则 xy 的值是()

- A. 4 B. -4 C. $\frac{9}{4}$ D. $-\frac{9}{4}$ (2004 · 烟台市)

[分析解答] $\because \sqrt{3x+4} + y^2 - 6y + 9 = 0$,

即 $\sqrt{3x+4} + (y-3)^2 = 0$, $\sqrt{3x+4} \geq 0$, $(y-3)^2 \geq 0$.

$\therefore \sqrt{3x+4} = 0$ 且 $(y-3)^2 = 0$. $\therefore x = -\frac{4}{3}$, $y = 3$.

$\therefore xy = \left(-\frac{4}{3}\right) \times 3 = -4$. 故选 B.

[特别指点] 根据非负数的性质:“几个非负数的和等于0,各非负数分别等于0”,先求出 x, y 的值,然后代入求值.

注意:由一个等式求两个或两个以上未知数的值一般用非负数的性质列方程或方程组求解.

4. 分式 $\frac{x^2+2x-3}{|x|-1}$ 的值为0,则 x 的取值为()

- A. $x = -3$ B. $x = 3$
C. $x = -3$ 或 $x = 1$ D. $x = 3$ 或 $x = -1$ (2004 · 芜湖市)

[分析解答] 由 $x^2 + 2x - 3 = 0$, 得 $x_1 = 1, x_2 = -3$. 当 $x = 1$ 时 $|x| - 1 = 0$, $\therefore x = -3$. 故选 A.

[特别指点] 分式的值为零的条件是:①分子等于零;②分母不等于零,二者缺一不可. 解决此类问题的方法是先由分子等于零,求出字母的值,然后取使分母不为零的字母的值.

本题重点考查分式的值为零的条件,解此题最易出错的是选 C,忽略了分母不为零这一条件.

5. 下列根式中,最简二次根式是()

- A. $\sqrt{\frac{x}{3}}$ B. $\sqrt{8x}$ C. $\sqrt{6x^3}$ D. $\sqrt{x^2+1}$ (2004 · 辽宁省)

[分析解答] 选 D.

[特别指点] 解答本题运用淘汰法,因为 A 根号内含有分母, B、C 被开方数分别含有能开得尽方的因数,所以 A、B、C 都不是最简二次根式.

注意:本题考查最简二次根式的条件. 特别注意 $8 = 4 \times 2$, 4 能开得尽方, $x^2 + 1$ 不能再分解因式, $\sqrt{x^2+1} \neq x+1$.

6. 下列二次根式: $\sqrt{4}, \sqrt{12}, \sqrt{50}, \frac{1}{2}$ 中与 $\sqrt{2}$ 是同类二次根式的个数为()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

[分析解答] 选 B.

[特别指点] 先把各根式化为最简二次根式,被开方数是 2 的二次根式与 $\sqrt{2}$ 是同类二



次根式.

创新题型

1. 扑克牌游戏

小明背对小亮,让小亮按下列四个步骤操作:

第一步 分发左、中、右三堆牌,每堆牌不少于两张,且各堆牌的张数相同;

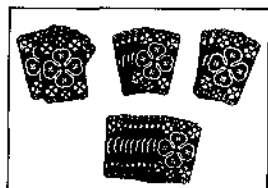
第二步 从左边一堆拿出两张,放入中间一堆;

第三步 从右边一堆拿出一张,放入中间一堆;

第四步 左边一堆有几张牌,就从中间一堆拿几张牌放入左边一堆.

这时,小明准确说出了中间一堆牌现有的张数.你认为中间一堆牌的张数是_____.

(2004·河北省)

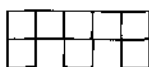


[分析解答] 5 张

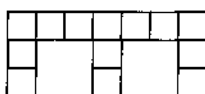
[特别指点] 设每堆牌的张数为 a 张 ($a \geq 2$), 那么经过第二步、第三步操作后左边一堆有 $a-2$ 张, 中间一堆有 $a+3$ 张, 所以经过第四步操作后中间一堆牌剩的张数为 $(a+3)-(a-2)=5$. 另外本题按题中的操作步骤进行实际操作也可得出结果, 请试一试.

注意: 本题重点考查学生的实际操作能力或代数式的运算应用能力.

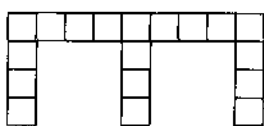
2. 下面的图形是由边长为 1 的正方形按照某种规律排列而组成的.



(1)



(2)



(3)

(1) 观察图形, 填写下表:

图 形	①	②	③
正方形的个数	8		
图形的周长	18		

(2) 推测 n 个图形中, 正方形的个数为_____, 周长为_____ (都用含 n 的代数式表示).

(3) 这些图形中, 任意一个图形的周长, 与它所含正方形个数之间的函数关系式为_____.

(2004·徐州市)

[分析解答] (1) ② 正方形的个数是 13, 周长是 28. ③ 正方形的个数是 18, 周长是 38.

(2) 由 (1) 可知第一个图形中正方形的个数为 8, 周长为 18, 而后面每个图形中, 正方形的个数和图形的周长分别比前一个图形多 5 和 10, 所以第 n 个图形中正方形的个数为 $8+5(n-1)$, 周长为 $18+10(n-1)$.

(3) $y=2x+2$ (y 为周长, x 为个数)

[特别指点] 此题重点考查观察能力和不完全归纳能力; 解答本题关键在于发现后面的图形比前面的图形多 5 个正方形.



3. 写出一个分母至少含有两项,且能够约分的分式 _____. (2003·江西省)

[分析解答] 如 $\frac{x+y}{x^2-y^2}$ 或 $\frac{a^2+b^2}{a^2-a^2b+ab^2}$ 等(答案不惟一).

[特别指点] 解答本题时任写一个分母至少含有两项的分式,然后利用分式的基本性质,分子、分母同乘一个不为零的整式.

综合题型

1. 已知 $x^2+y^2=25$, $x+y=7$, 且 $x>y$, 则 $x-y$ 的值等于 _____. (2004·天津市)

[分析解答] $\because x+y=7, \therefore x^2+y^2+2xy=49$. 又 $\because x^2+y^2=25, \therefore 2xy=24$.
 $\therefore (x-y)^2=x^2+y^2-2xy=25-24=1$.

又 $\because x>y, \therefore x-y=1$.

[特别指点] 此题运用间接求值法,即欲求 $x-y$ 的值,根据条件 $x^2+y^2=25, x+y=7$ 求出 $2xy$ 的值后,再求出 $(x-y)^2$ 即 $x^2-2xy+y^2$ 的值;并充分体现了整体代入求值的思想方法.

本题重点考查完全平方公式 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ 的应用及求代数式的方法. 解答本题也可以先解方程组 $\begin{cases} x^2+y^2=25 \\ x+y=7 \end{cases}$ 求出 x, y 的值,然后直接代入求值.

2. 先化简,再求值: $\left(\frac{3x}{x-1} - \frac{x}{x+1}\right) \cdot \frac{x'-1}{x}$, 其中 $x=\sqrt{2}-2$. (2004·贵阳市)

[分析解答]

$$\text{原式} = \frac{2x'+4x}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{x^2-1}{x} = \frac{2x(x+2)}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{x} = 2(x+2).$$

$\therefore$ 当 $x=\sqrt{2}-2$ 时, 原式 $=2\sqrt{2}$.

[特别指点] 此类型题的解法步骤是根据分式的运算法则先算出分式的最简结果,再代入求值.

3. 已知 $xy>0$, 化简二次根式 $x\sqrt{-\frac{y}{x^2}}$ 的正确结果为()

A. $\sqrt{y}$ B. $\sqrt{-y}$ C. $-\sqrt{y}$ D. $-\sqrt{-y}$ (2004·武汉市)

[分析解答] $\because -\frac{y}{x^2}>0, \therefore y<0$. 又 $\because xy>0, \therefore x<0$.

$$\therefore x\sqrt{-\frac{y}{x^2}} = x \cdot \frac{\sqrt{-y}}{\sqrt{x^2}} = \frac{x}{|x|} \sqrt{-y} = -\frac{x}{x} \sqrt{-y} = -\sqrt{-y}. \text{ 故选 D.}$$

[特别指点] 解答本题的关键是根据二次根式的概念先确定 x, y 的符号,然后再进行化简.

本题重点考查二次根式的概念,二次根式的性质和利用性质化简二次根式,特别注意利用二次根式的性质进行化简和计算时要注意其成立的条件.

4. 已知 $a=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}, b=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$, 求代数式 $\sqrt{a^2-3ab+b^2}$ 的值. (2004·辽宁省)