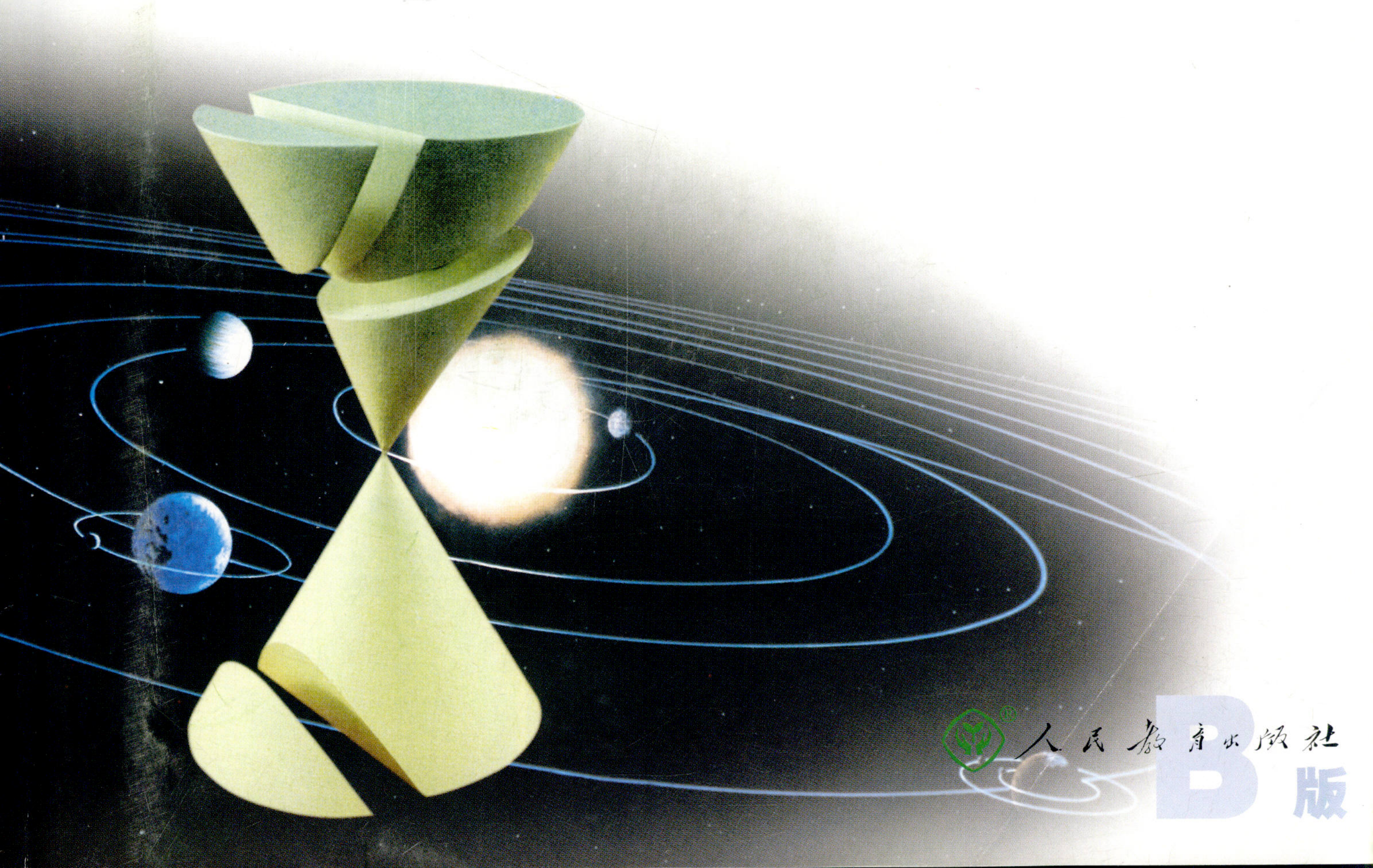
经全国中小学教材审定委员会
2005年初审通过

普通高中课程标准实验教科书

数学

选修 1-1

人民教育出版社　课程教材研究所
中学数学教材实验研究组　编著



人民教育出版社

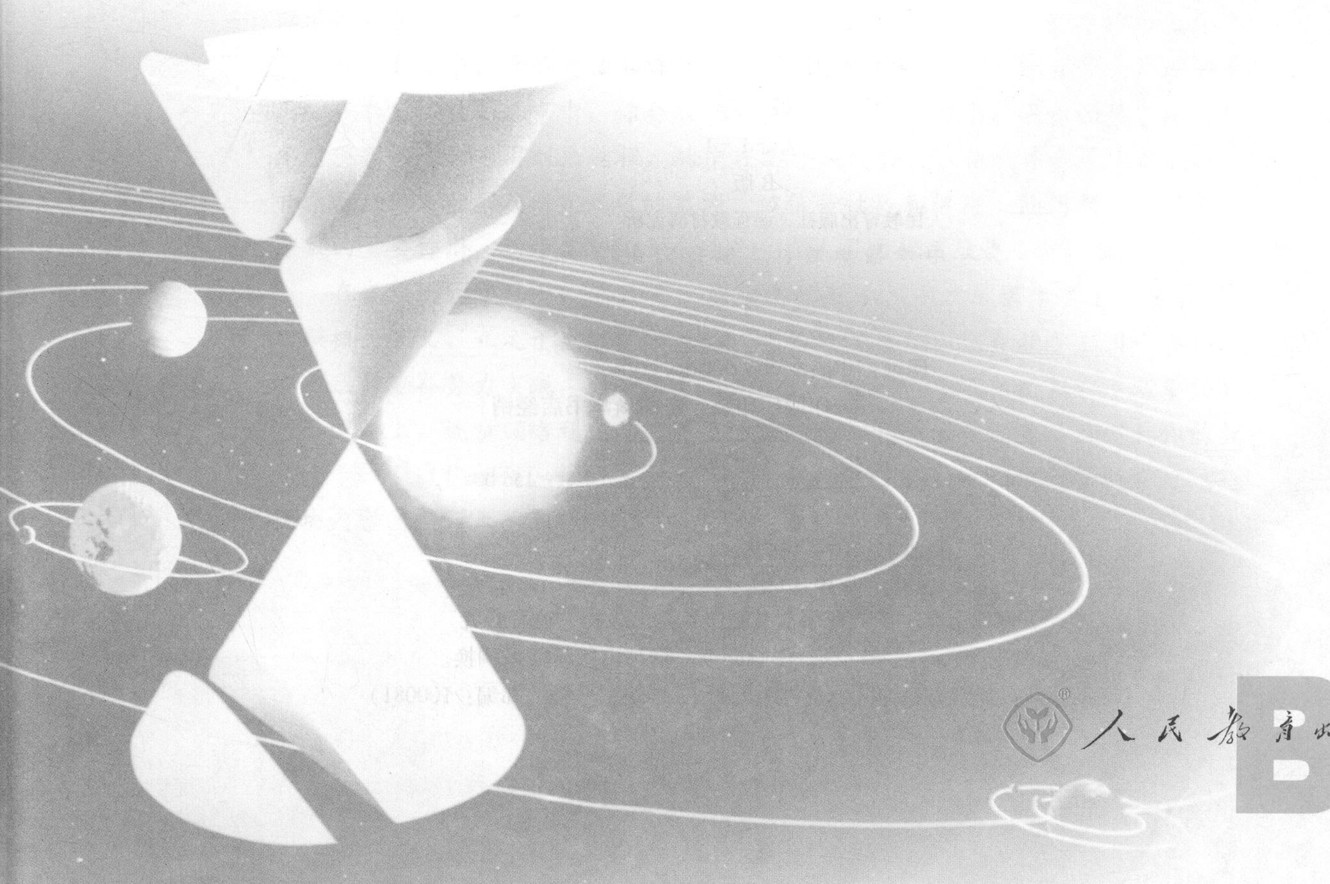
B版

普通高中课程标准实验教科书

数学

选修 1-1

人民教育出版社 课程教材研究所
中学数学教材实验研究组 编著



人民教育出版社

B版

主　　编　　高存明

本册主编　　李建才

编　　者　　李建才　邱万作　罗声雄

　　　　　　高存明　房艮孙　段发善

责任编辑　　王旭刚

美术编辑　　李宏庆　王　喆

封面设计　　李宏庆

普通高中课程标准实验教科书

数　学

选修 1－1

B 版

人民教育出版社　课程教材研究所
中 学 数 学 教 材 实 验 研 究 组　编著

*

人民教育出版社出版发行

网址：http://www.pep.com.cn

人民教育出版社印刷厂印装　全国新华书店经销

*

开本：890 毫米×1 240 毫米　1/16　印张：8　字数：156 000

2005 年 6 月第 1 版　2006 年 1 月第 5 次印刷

ISBN 7－107－18626－4
G·11716（课）　定价：8.80 元

本册导引

同学们：

祝贺你已经完成了高中数学必修课程5个模块的学习任务，具备了高中数学的基础知识和技能，为进一步深造奠定了基石．同时，我们还特别欢迎你进入高中数学选修课程系列1-1模块的学习，在这里，将为你所选的在人文、社会科学等方向发展的志趣、理想进行更加丰厚、深入的充实，为你自身发展的逐步丰富和完善，积淀较高的数学素养，以满足个人发展与社会进步的需要．

本模块内容是高中数学选修课程的基础，共设有三章：常用逻辑用语、圆锥曲线与方程、导数及其应用．

正确地使用逻辑用语是当代社会公民应该具备的基本素质．无论你从事哪项事业、干什么样工作，都要进行思考、交流，因而必然需要正确地运用逻辑用语表达自己的思想．在本模块的第一章中，你将会在已有的数学知识基础上，学习常用逻辑用语，体会逻辑用语在表达和论证中的作用，并学会利用这些逻辑用语准确地表达数学内容，更好地进行交流．

在本模块的第二章中，你会在数学2平面解析几何初步的基础上，进一步学习圆锥曲线与方程，了解圆锥曲线与二次方程的关系，掌握圆锥曲线的几何性质，感受圆锥曲线在客观世界中的应用，进一步体会数形结合的思想．

微积分的创立是数学发展史上的一个里程碑，它的发展和广泛应用开创了向近代数学过渡的新时期，它为深入研究变量与函数提供了重要的手段和方法．在微积分中，导数是核心概念之一，它有极其丰富的实际背景和广泛的应用．在本模块的第三章中，你会从大量实例的分析研讨中，逐步经历不同变化率对现实问题的不同刻画过程，从中理解导数的含义、体会导数的思想内涵；并学习应用导数深入研究函数的单调、极值等性质和解决实际问题，从而感受导数的重要作用，初步体会微积分的产生在人类文化发展史上的价值．

在本模块的学习中，你只要注意从实际例子入手，着眼于了解丰富背景、理解概念涵义，立足于把握数学表达、领略数学思想、体会数学应用；再加上你自己的勤奋努力实践，刻苦思考探究，你一定可以在不断耕耘、不断攀登的前进道路上，逐步领略到数学王国里的特殊而神奇的乐趣，并日益增长你的数学才干的．我们相信，你一定会而且一定能怀着满腔热情和极大兴趣学好这一模块内容的．预祝你成功！

目　录

附录

第一章　常用逻辑用语

1.1　命题与量词

1.2　基本逻辑联结词

1.3　充分条件、必要条件与命题的四种形式

你已经学习了不少数学知识，是否觉得数学是很美的学科，数学结论能给你准确、严格的思考，数学精神能使你一丝不苟、追求完满．但是在做数学中，有时也会发生一些同数学思想格格不入的事情．例如，考察以下推导：

设 $a=b$，则有

$$
\begin{aligned}
& a^2=ab \\
& \Rightarrow a^2-b^2=ab-b^2 \\
& \Rightarrow (a+b)(a-b)=b(a-b) \\
& \Rightarrow a+b=b \\
& \Rightarrow 2b=b \\
& \Rightarrow 2=1.
\end{aligned}
$$

这是怎么回事？哪儿出错了，还是数学失灵了呢？你要找出问题及其原因，就要学习逻辑，学会用正确的逻辑规则去检验推导过程，去分析导出结论．

本章将以你已有的数学知识为基础，学习常用的逻辑用语及其符号化表达方式，以提高你的逻辑分析、数学表达和逻辑思维能力．

1.1 命题与量词

1.1.1 命题

在数学中，我们常常碰到许多用语言、符号或式子表达的语句，例如：

(1) $\lg 100=2$；

(2) 所有无理数都是实数；

(3) 垂直于同一条直线的两个平面平行；

(4) 函数 $y=2x+1$ 是单调增函数；

(5) 设 a，b，c，d 是任意实数. 如果 $a>b$，$c>d$，那么 $ac>bd$；

(6) $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha+\sin\beta$ (α，β 是任意角).

这些语句都是可以判断真假的，其中(1)(2)(3)(4)都是正确的(真)，(5)(6)都是不正确的(假).

像这样一些能判断真假的语句就是我们初中已学习过的命题.

一个命题要么是真的，要么是假的，但不能同时既真又假，也不能模棱两可、无法判断其真假.

应该指出：(1) 并不是任何语句都是命题，只有那些能判断真假的语句才是命题. 一般来说，疑问句、祈使句、感叹句都不是命题，如："三角函数是周期函数吗?""但愿每一个三次方程都有三个实数根!""指数函数的图象真漂亮!"等，都不是命题；(2) 在数学或其他科学技术中，还有一类陈述句也经常出现，如："每一个不小于 6 的偶数都是两个奇素数之和(哥德巴赫猜想)""在 2020 年前，将有人登上火星"等，虽然目前还不能确定这些语句的真假，但是随着科学技术的发展与时间的推移，总能确定它们的真假，人们把这一类猜想仍算为命题.

一个命题，一般可用一个小写英文字母表示，如：p、q、r ……

练习A

1. 判断下列语句是不是命题：

(1) $2+2\sqrt{2}$是有理数；

(2) $1+1>2$；

(3) 非典型肺炎是怎样传染的？

(4) 奇数的平方仍是奇数；

(5) 2^{100}是个大数；

(6) 好人“一生平安”！

2. 判断下列命题的真假：

(1) 方程 $2x=5$ 只有一个解；

(2) 凡是质数都是奇数；

(3) 方程 $2x^2+1=0$ 有实数根；

(4) 函数 $y=\sin x$ 是周期函数；

(5) 每个数列都有周期.

练习B

1. 下列语句是不是命题：

(1) $(25-6)\times(35-8)=128$；

(2) 968 能被 11 整除；

(3) $x^2=2$；

(4) $4x^2=2x-1+3x^2$，$x\in\mathbf{R}$.

2. 判断下列命题的真假：

(1) 0 不能作除数；

(2) 没有一个无理数不是实数；

(3) 如果两直线不相交，则这两条直线平行；

(4) 集合 A 是集合 $A\cap B$ 的子集；

(5) 集合 A 是集合 $A\cup B$ 的子集；

(6) 空集是任何集合的子集.

1.1.2 量 词

前边已经讨论过，在数学中经常会见到一些含有变量 x 的语句，如 $x^2-1=0$，$5x-1$ 是整数等，可用符号 $p(x)$、$q(x)$……表示. 由于不知道 x 代表什么数，无法判断它们的真假，因而它们不是命题. 然而，当赋予变量 x 某个值或一定的条件时，这些含有变量的语句又可以变成可判定真假的语句，从而成为命题. 例如：

$p(x)$：$x^2-1=0$，不是命题；

$q(x)$：$5x-1$ 是整数，也不是命题.

如果赋予变量 x 某个数值(如 $x=5$)，可以分别得出

$p(5)$：$5^2-1=0$；

$q(5)$：$5\times5-1$ 是一个整数.

想一想：$p(5)$，$q(5)$ 是命题吗？为什么？

如果在语句 $p(x)$或 $q(x)$前面加上"对所有整数 x"的条件，又可以得出：

p_1：对所有整数 x，$x^2-1=0$；

q_1：对所有整数 x，$5x-1$ 是整数.

思考与讨论

p_1，q_1 是命题吗？你能判断它们的真假吗？

这里，短语"所有"在陈述中表示所述事物的全体，逻辑中通常叫做**全称量词**，并用符号"$\forall$"表示. 含有全称量词的命题，叫做**全称命题**.

事实上，全称命题就是陈述某集合所有元素都具有某种性质的命题，用符号表示上述两个全称命题为

p_1：$\forall x\in\mathbf{Z}$，$x^2-1=0$；(假)

q_1：$\forall x\in\mathbf{Z}$，$5x-1$ 是整数. (真)

一般地，设 $p(x)$是某集合 M 的所有元素都具有的性质，那么全称命题就是形如"对 M 中的所有 x，$p(x)$"的命题. 用符号简记为

$$\forall x \in M,\ p(x).$$

如果在语句 $p(x)$ 或 $q(x)$ 前面加上"有一个整数 x"的条件，还可以得到命题：

p_2：有一个整数 x，$x^2-1=0$；(真)(为什么?)

q_2：至少有一个整数 x，$5x-1$ 是整数.(真)

短语"有一个"或"有些"或"至少有一个"在陈述中表示所述事物的个体或部分，逻辑中通常叫做**存在量词**，并用符号"$\exists$"表示，含有存在量词的命题，叫做**存在性命题**.

事实上，存在性命题就是陈述在某集合中有(存在)一些元素具有某种性质的命题，用符号表示上述两个存在性命题为

p_2：$\exists x \in \mathbf{Z}$，$x^2-1=0$；(真)

q_2：$\exists x \in \mathbf{Z}$，$5x-1$ 是整数.(真)

一般地，设 $q(x)$ 是某集合 M 的有些元素 x 具有的某种性质，那么存在性命题就是形如"存在集合 M 中的元素 x，$q(x)$"的命题，用符号简记为

$$\exists x \in M,\ q(x).$$

例 试判断以下命题的真假：

(1) $\forall x \in \mathbf{R}$，$x^2+2>0$；

(2) $\forall x \in \mathbf{N}$，$x^4 \geqslant 1$；

(3) $\exists x \in \mathbf{Z}$，$x^3<1$；

(4) $\exists x \in \mathbf{Q}$，$x^2=3$.

分析：要判定一个全称命题是真命题，必须对限定集合 M 中的每个元素 x 验证 $p(x)$ 成立；但要判定全称命题是假命题，却只要能举出集合 M 中的一个 $x=x_0$，使得 $p(x_0)$ 不成立即可（这就是通常所说的"举出一个反例"）.

要判定一个存在性命题是真命题，只要在限定集合 M 中，能找到一个 $x=x_0$，使 $p(x_0)$ 成立即可；否则，这一存在性命题就是假命题.

解：(1) 由于 $\forall x \in \mathbf{R}$，都有 $x^2 \geqslant 0$，因而有 $x^2+2 \geqslant 2>0$，即 $x^2+2>0$. 所以，命题"$\forall x \in \mathbf{R}$，$x^2+2>0$"是真命题.

(2) 由于 $0 \in \mathbf{N}$，当 $x=0$ 时，$x^4 \geqslant 1$ 不成立. 所以命题

“$\forall x\in\mathbf{N}$，$x^4\geqslant1$”是假命题.

(3) 由于$-1\in\mathbf{Z}$，当$x=-1$时，能使$x^3<1$. 所以命题

“$\exists x\in\mathbf{Z}$，$x^3<1$”是真命题.

(4) 由于使$x^2=3$成立的数只有$\pm\sqrt{3}$，而它们都不是有理数. 因此，没有任何一个有理数的平方能等于3. 所以命题

“$\exists x\in\mathbf{Q}$，$x^2=3$”是假命题.

一个全称命题，可以包含多个变量，例如：全称命题

“$\forall a$，$b\in\mathbf{R}$，$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$”.

全称命题真，意味着对限定集合中的每一个元素都能具有某性质，使所给语句真. 因此，当给出限定集合中的任一个特殊的元素时，自然应导出“这个特殊元素具有这个性质”（这类似于“代入”思想）. 例如，正由于“$\forall a$，$b\in\mathbf{R}$，$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$”真，因此，当$a=3$，$b=5$时，$(3+5)(9-15+25)=3^3+5^3$自然是正确的.

用以上思想去分析本章开头的“2=1”错误，就可以说清道理了. 由$a=b$命题真，可以导出以下三个命题真：$a^2=ab$，$a^2-b^2=ab-b^2$，$(a+b)(a-b)=b(a-b)$. 但下一步导出$a+b=b$是错误的，由于它引用了一个不真的全称命题“$\forall d\in\mathbf{R}$，等式两边可以除以d”（因为$d=0$时它是假命题）. 同样的错误是由$2b=b$导出$2=1$.

练习A

1. 判断下列语句是不是全称命题或者存在性命题，如果是，用量词符号表达出来：

(1) 中国的所有江河都流入太平洋；

(2) 0不能作除数；

(3) 任何一个实数除以1，仍等于这个实数；

(4) 每一个向量都有方向.

2. 判断下列命题的真假：

(1) $\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2-3x+2=0$；

(2) $\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2+1=0$.

练习B

1. 下列语句是不是命题：
   (1) 人会“长生不老”；
   (2) 有的人会“长生不老”；
   (3) $\forall x \in \mathbf{R}$，$\sin x < \tan x$；
   (4) $\exists x \in \mathbf{R}$，$\sin x < \tan x$.
2. 判断下列命题的真假：
   (1) 在平面直角坐标系中，任意有序实数对 (x, y)，都对应一点 P；
   (2) 存在一个函数，既是偶函数又是奇函数；
   (3) 每一条线段的长度都能用正有理数表示；
   (4) 存在一个实数，使等式 $x^2+x+8=0$ 成立.

习题 1-1 A

1. 下列语句是不是命题？如果是，注明其真假：
   (1) 奇数不是偶数；
   (2) 无理数是 $\sqrt{2}$；
   (3) 有两个无理数的乘积等于有理数；
   (4) 两个向量的夹角可以大于 $180°$.
2. 设语句 $q(x)$：$\sin\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)=\cos x$. 试回答下列问题：
   (1) 写出 $q\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$，并判定它是否是真命题？
   (2) 写出“$\forall a \in \mathbf{R}$，$q(a)$”，并判定它是否是真命题？
3. 下列语句是不是全称命题或者存在性命题：
   (1) 有一个实数 a，a 不能取对数；
   (2) 所有不等式的解集 A，都有 $A \subseteq \mathbf{R}$；
   (3) 三角函数都是周期函数吗？
   (4) 有的向量方向不定.
4. 用量词符号“$\forall$”“$\exists$”表示下列命题：
   (1) 实数都能写成小数形式；
   (2) 凸 n 边形的外角和等于 2π；

(3) 任一个实数乘以-1都等于它的相反数；

(4) 对任意实数x，都有$x^3>x^2$.

5. 判断下列命题的真假：

(1) $\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2+x+1>0$；

(2) $\forall x\in\mathbf{Q}$，$\frac{1}{3}x^2+\frac{1}{2}x+1$是有理数；

(3) $\exists\alpha$，$\beta\in\mathbf{R}$，$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha+\sin\beta$；

(4) $\exists x$，$y\in\mathbf{Z}$，$3x-2y=10$.

6. 试试看：

(1) 找一条你们班上所有学生共有的性质，把它写成一个全称真命题.

(2) 确定一条你们班上有些学生具有的性质，把它写成存在性真命题.

习题 1-1 B

1. 用全称量词和存在量词表示下列语句：

(1) 有理数都能写成分数形式；

(2) n边形的内角和等于$(n-2)\times180^\circ$；

(3) 两个有理数之间，都有另一个有理数；

(4) 有一个实数乘以任意一个实数都等于0.

2. 举反例证明下列命题是假命题：

(1) $\forall x\in\mathbf{R}$，$|x|>0$；

(2) $\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2+2x-3>0$.

3. 设$p(x)$：$2^x>x^2$. 试问：

(1) 当$x=5$时，$p(5)$是真命题吗？

(2) $p(-1)$是真命题吗？

(3) x取哪些整数值时，$p(x)$是真命题？

4. 为使下列$p(x)$为真命题，求x的取值范围：

(1) $p(x)$：$x+1>x$；

(2) $p(x)$：$x^2-5x+6>0$.

5. 下列各命题中变量的取值范围都为整数，试确定它们的真假：

(1) $\forall n$，$n^2\geq n$；　　(2) $\forall n$，$n^2<n$.

1.2 基本逻辑联结词

在自然语言中，我们经常使用联结词“且”“或”“非”等. 但这些词有时还可当副词. 当联结词使用时，表达的意义有时略有不同. 在逻辑或数学中使用这些词，是用来联结两个命题，构成一个新命题的，它有着精确的含义. 这些词在使用中，不能多义或引起歧义. 下面介绍数学或逻辑中使用联结词“且”“或”“非”的精确含义.

1.2.1 “且”与“或”

1. 且

设命题

p：2 是质数；　　　q：2 是偶数.

用“且”联结而构成新命题

2 是质数且是偶数.

一般地，用联结词“且”把命题 p 和 q 联结起来，就得到一个新命题，记作

$$p \wedge q,$$

读作“p 且 q”.

现在的问题是，如何由命题 p，q 的真假，来确定新命题 $p \wedge q$ 的真假呢？

“且”与自然语言中的“并且”“及”“和”相当. 在自然语言中常用“且”联结两个语句. 例如，“他是共青团员，并且学习成绩全班第一”，这个语句表达的意义是，这个同学是共青团员，他的学习成绩又是全班第一. 显然，这个语句只有在以上两层意思都真时，它表达的才是真实的. 否则，只要有一层意思为假，它表达的就不是真实的.

由此，我们可以得出：

如果当 p，q 都是真命题时，则命题 $p \wedge q$ 是真的；如果 p，q 中，至少有一个是假命题时，则命题 $p \wedge q$ 是假的.

反过来，如果命题 $p\wedge q$ 是真命题，则 p，q 两个命题一定都是真的；如果 $p\wedge q$ 为假时，则 p，q 两个命题中至少有一个是假命题，即以下三种情况一定有一种情况出现：(1) p 真，q 假；(2) p 假，q 真；(3) p 假，q 假.

注 在数理逻辑的书中，通常把如何判定 $p\wedge q$ 真假的几种情况总结成表Ⅰ：

表Ⅰ

p	q	$p\wedge q$
真	真	真
真	假	假
假	真	假
假	假	假

想想看，这张表是不是清楚地表达了如何由 p，q 的真、假，来确定 $p\wedge q$ 的真、假.

思考与讨论

如图1-1 所示，一个电路串联一个灯泡和两个开关 K_1、K_2. 当两个开关 K_1 和 K_2 都闭合时，灯就亮；当只有一个闭合或两个都不闭合时，灯都不会亮. 从中你能理解和体会逻辑联结词“且”的意义吗?

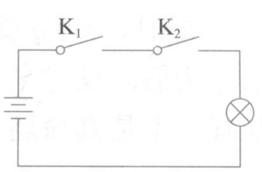


图 1-1

例 1 把下列各组命题用“且”联结组成新命题，并判定其真、假：

(1) p：$\lg 0.1<0$；q：$\lg 11>0$.

(2) p：$y=\cos x$ 是周期函数；q：$y=\cos x$ 是奇函数.

解：(1) 因为 $\lg 0.1<0$ 为真，$\lg 11>0$ 也为真，所以命题 $p\wedge q$ 为真.

(2) 因为 $y=\cos x$ 是周期函数为真命题，$y=\cos x$ 是