

人教课标版

保护版权
抵制盗版
安徽教育出版社

资源型学案

zìyuánxíng xué'àn
(八年级·下)
初中数学

本套书被评为“全国优秀畅销书”



安徽教育出版社

(人教课标版)

资源型学案

zìyuán xíng xué'àn

初中数学

(八年级 · 下)

编者: 马德龙 左宗信
章爱斌 叶克辉
毛德金 杨 勇
韩继恒

姓名 _____

_____ 年级 _____ 班

我喜欢的名言: _____

安徽教育出版社

电子信箱: yibs@ahep.cn

图书在版编目 (CIP) 数据

资源型学案. 初中数学. 八年级. 下: 人教课标版/马德龙等编写. —合肥: 安徽教育出版社, 2005. 12

ISBN 7-5336-4590-1

I. 资... II. 马... III. 数学课—初中—教学参考资料 IV. G634

• 中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 144373 号

责任编辑: 张静梅 装帧设计: 锁 钢 王为民

出版发行: 安徽教育出版社 (合肥市跃进路 1 号)

网 址: <http://www.ahep.com.cn>

经 销: 新华书店

排 版: 安徽飞腾彩色制版有限责任公司

印 刷: 安徽天歌印刷厂

开 本: 787×1092 1/16

印 张: 8.5

字 数: 185 000

版 次: 2006 年 1 月第 1 版 2006 年 1 月第 1 次印刷

定 价: 10.00 元

发现印装质量问题, 影响阅读, 请与我社发行部联系调换

电 话: (0551) 2822632

邮 编: 230063



>>>>>> 写给同学们的话

本书按照现行教材体系编写,力图贯彻《课程标准》精神,努力挖掘课程资源,提高学生的综合素质。主要栏目如下:

范例下载 典型例题讲解,分析解题思路,总结数学思想方法,突出重点,抓住难点,注重数学知识的拓展与延伸。

课后冲浪 设计多道练习题供同学们训练,巩固所学知识点,以求达到拓展思维、提高解题技巧和能力,促进同学们主动地、有个性地学习。

学生资源库 以生活、生产实践为主题,提供相关背景知识,丰富课程资源,扩大同学们的视野,培养同学们科学态度,提高同学们解决问题的能力。

一章回眸 以填空的形式,梳理本章知识点,了解本章知识体系。设计两套测试卷,检验本章的学习效果,激发同学们自主学习的积极性。

本册还特别增设一章“最新中考数学试题分类精选析练”。以2001年~2005年全国各地中考题为资源,按照《课程标准》的目标体系,结合大纲要求,分块设置:[总览全章]帮助你整理知识,明确要求;[范例下载]解析典型试题,点拨思想方法;[课后冲浪]按选择题、填空题、解答题、应用题和开放探索题等类型精选部分试题,供同学们考前演练。

总之,这套书一定会给你带来希望,带来成功。祝同学们数学的学习中更上一层楼。同学们在使用本书中,有什么建议和想法,请与我们联系,我们的邮箱地址是:yibs@ahcp.cn。

编者





目 录 <<<<<<<

第十六章 分式	1
总览全章	1
各个击破	1
16.1 分式	1
16.1.1 从分数到分式	1
16.1.2 分式的基本性质(1)	3
16.1.2 分式的基本性质(2)	6
16.2 分式的运算	8
16.2.1 分式的乘除	8
16.2.2 分式的加减	10
16.2.3 整数指数幂	14
16.3 分式方程	15
融会贯通	19
本章过关测试卷	21
第十七章 反比例函数	24
总览全章	24
各个击破	24
17.1 反比例函数	24
17.1.1 反比例函数的意义	24
17.1.2 反比例函数的图象和性质(1)	27
17.1.2 反比例函数的图象和性质(2)	30
17.1.2 反比例函数的图象和性质(3)	33
17.2 实际问题与反比例函数	36
融会贯通	40
本章过关测试卷	42
第十八章 勾股定理	45
总览全章	45
各个击破	45
18.1 勾股定理(1)	45



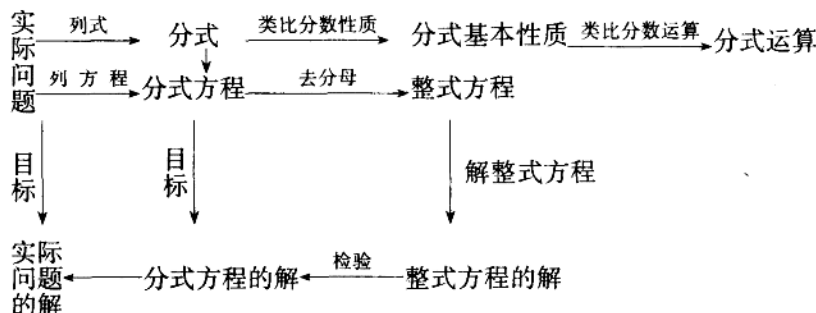
18.1 勾股定理(2)	47
18.2 勾股定理的逆定理(1)	49
18.2 勾股定理的逆定理(2)	51
融会贯通	53
本章过关测试卷	55
第十九章 四边形	58
•总览全章	58
各个击破	58
19.1 平行四边形	58
19.2 特殊的平行四边形	64
19.3 梯形	74
19.4 课题学习 重心	78
融会贯通	79
本章过关测试卷	82
第二十章 数据的分析	87
总览全章	87
各个击破	87
20.1 数据的代表	87
20.1.1 平均数	87
20.1.2 中位数和众数	91
20.2 数据的波动	94
20.2.1 极差	94
20.2.2 方差	95
融会贯通	98
本章过关测试卷	100
期中检测卷(一)	104
期中检测卷(二)	107
期末检测卷(一)	110
期末检测卷(二)	114
参考答案与提示	118





第十六章

分式

总览全章


各个击破

16.1.5 分式

16.1.5 从分数到分式

学标聚焦

使同学们理解分式的概念,掌握分式有意义和分式的值为零的条件;与整式对比学习,找出它们的异同点;与分数对比学习,触类旁通.

范例下载

例1 指出下列式子中哪些是整式?哪些是分式?

下列各式: $-3x$, 0 , $\frac{1}{x}$, $\frac{x}{2}$, $\frac{3}{y}$, $\frac{5}{\pi}$, $\frac{(a-b)(a+b)}{a-b}$, $-\frac{3ab}{a+b}$ 中,整式有 _____; 分式有 _____.

分析 整式和分式的主要区别在于分母中是否含有字母,分母中含有字母的有理式是分式.切莫把常数 π 当成字母.



解 整式有: $-3x, 0, \frac{5}{\pi}$;

分式有: $\frac{1}{x}, \frac{x}{2} - \frac{3}{y}, \frac{(a-b)(a+b)}{a-b}, -\frac{3ab}{a+b}$.

例2 当 x 为何值时, 下列分式有意义?

(1) $\frac{x}{x-1}$;

(2) $\frac{1+2x}{2-|x|}$;

(3) $\frac{1}{x^2-2x+2}$.

• 分析 分式 $\frac{A}{B}$ 有意义的条件是: $B \neq 0$.

解 (1) 由分母 $x-1 \neq 0$ 得 $x \neq 1$, $\therefore$ 当 $x \neq 1$ 时, 分式 $\frac{x}{x-1}$ 有意义.

(2) 由分母 $2-|x| \neq 0$ 得 $x \neq \pm 2$, $\therefore$ 当 $x \neq \pm 2$ 时, 分式 $\frac{1+2x}{2-|x|}$ 有意义.

(3) $x^2-2x+2=(x-1)^2+1>0$, $\therefore$ 无论 x 取何实数值, 分式 $\frac{1}{x^2-2x+2}$ 都有意义.

例3 当 x 为何值时, 分式 $\frac{|x|-2}{x^2-x-2}$ 的值为零?

分析 分式 $\frac{A}{B}$ 的值为零的条件是: $A=0$ 且 $B \neq 0$.

解 由 $|x|-2=0$ 得 $x=\pm 2$.

当 $x=2$ 时, 分母 $x^2-x-2=0$; 当 $x=-2$ 时, 分母 $x^2-x-2 \neq 0$.

$\therefore$ 当 $x=-2$ 时, 分式 $\frac{|x|-2}{x^2-x-2}$ 的值为零.



课后冲浪

基础扫描

1. 若分式 $\frac{x^2-4}{x+2}$ 的值为零, 则 x 的值为().

A. 2

B. -2

C. ± 2

D. 4

2. 下列分式中, 不论 x 取何实数值, 都有意义的是().

A. $\frac{x-5}{x^2-1}$

B. $\frac{x-1}{x^2+1}$

C. $\frac{x^2+1}{3x}$

D. $\frac{x}{2x+1}$

3. 有理式 $\frac{3}{x}, -\frac{a}{\pi}, \frac{5}{x+3y}, \frac{n-3}{4}, -\frac{1}{5}a - \frac{1}{7}b, \frac{x}{11} - \frac{1}{y}$ 中, 整式共有().

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

4. 下列说法正确的是().

A. 分式 $\frac{2}{x+1}$ 的值可能为零

B. 分式的值为零, 分式无意义

C. 分式的分母不为零, 分式有意义

D. 分式的值不可能为负数

5. 有一大捆粗细均匀的钢筋, 现要确定其长度. 先称出这捆钢筋的总质量为 m 千克, 再从中截取 5 米长的钢筋, 称出它的质量为 n 千克, 那么这捆钢筋的总长度为().

A. $\frac{m}{n}$ 米

B. $\frac{mn}{5}$ 米

C. $\frac{5m}{n}$ 米

D. $(\frac{5m}{n} - 5)$ 米





能力拓展

6. 分式 $\frac{a+2}{a+b+3}$ 的值为零, 则 a _____, b _____.

7. 有理式 $\frac{a^2-b^2}{a-b}$ 是分式吗? 有位同学认为:

$\because \frac{a^2-b^2}{a-b} = \frac{(a+b)(a-b)}{a-b} = a+b, \therefore$ 有理式 $\frac{a^2-b^2}{a-b}$ 不是分式.

说说你的看法.

8. 已知 x 为非零实数, 那么 $\frac{x}{|x|} + \frac{|x|^2}{x^2} + \frac{x^3}{|x^3|}$ 的值是().

- A. -1 或 3 B. 1 或 3 C. -1 或 -3 D. 1 或 -3

16.1.2 分式的基本性质(1)



学标聚焦

使同学们理解分式的基本性质, 能够灵活运用分式的基本性质进行简单的分式变形. 同时, 在与分数的对比学习中, 渗透类比和化归思想.



范例下载

例1 判断下列分式变形是否正确? 为什么?

(1) $\frac{b}{a} = \frac{ab}{a^2}$; (2) $\frac{x}{y} = \frac{xm^2}{ym^2}$; (3) $\frac{x}{y} = \frac{x^2}{y^2}$; (4) $\frac{b+1}{a+1} = \frac{(b+1)(m^2+1)}{(a+1)(m^2+1)}$.

分析 根据分式的基本性质, 可以将分式进行恒等变形. 运用分式的基本性质时, 必须注意基本性质中的“同一个”和“不为零”这两个条件.

解 (1) 正确. 因为已知分式 $\frac{b}{a}$ 中隐含着 $a \neq 0$ 这一条件, 所以分式 $\frac{b}{a}$ 的分子与分母都乘以 a 时, 分式的值不变.

(2) 不正确. 因为字母 m 可取任意实数, 当 $m=0$ 时, 分式 $\frac{x}{y}$ 的分子与分母都乘以 m , 所得分式无意义.

(3) 不正确. 因为分子乘以 x , 而分母乘以 y , 即分式 $\frac{x}{y}$ 的分子与分母所乘的不是同一个整式, 当 x, y 取不同数值时, 变形前后的分式的值不相等.

(4) 正确. 因为在实数范围内, $m^2+1 \neq 0$, 所以分式 $\frac{b+1}{a+1}$ 的分子与分母都乘以 (m^2+1) 时, 分式的值不变.

例2 在下列括号内填上适当的整式, 使等号成立:

(1) $\frac{a-b}{ab} = \frac{(\quad)}{ab^2}$; (2) $\frac{x^2}{x^2-xy} = \frac{x}{(\quad)}$; (3) $\frac{(\quad)}{x^2-y^2} = \frac{1}{x+y}$.



分析 (1)比较两个分式的分母可知,右边的分母 ab^2 等于左边的分母 ab 乘 b ,根据分式的基本性质得,右边的分子应是左边的分子 $a-b$ 乘 b ,即 $(a-b) \cdot b = ab - b^2$. (2)比较两个分式的分子可知,右边的分子 x 等于左边的分子 x^2 除以 x ,根据分式的基本性质得,右边的分母应是左边的分子 $x^2 - xy$ 除以 x ,又 $x^2 - xy = x(x-y)$,所以右边的分母应是 $x-y$. (3)右边的分母 $x+y$ 是由左边的分母 $x^2 - y^2$ 除以 $x-y$ 而得到的,所以左边的分子应是右边的分子 1 乘以 $x-y$,即 $1 \cdot (x-y) = x-y$.

解 (1) $ab - b^2$; (2) $x - y$; (3) $x - y$.

例3 将下列分式中的 x, y 都扩大为原来的3倍,分式的值将怎样变化?

• (1) $\frac{2x}{x+y}$; (2) $\frac{2xy}{x+y}$; (3) $\frac{2xy}{x^2+y^2}$; (4) $\frac{2}{x+y}$.

分析 分式的变形主要看其分子、分母扩大或缩小的倍数是否相同.

解 (1)分式中的 x, y 都扩大为原来的3倍,分子、分母都扩大为原来的3倍,分式的值不变.

(2)分式中的 x, y 都扩大为原来的3倍,分子扩大为原来的9倍、分母扩大为原来的3倍,故分式的值扩大为原来的3倍.

(3)分式中的 x, y 都扩大为原来的3倍,分子、分母都扩大为原来的9倍,分式的值不变.

(4)分式中的 x, y 都扩大为原来的3倍,分子不变、分母扩大为原来的3倍,故分式的值缩小为原来的 $\frac{1}{3}$.

例4 不改变分式的值,将下列各式的分子、分母中的系数化为整数.

(1) $\frac{\frac{1}{3}x - \frac{1}{4}y}{\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y}$; (2) $\frac{a - 0.01b}{0.2a + b}$.

分析 不改变分式的值是分式变形必须遵循的要求,在进行分式各种变形的过程中,必须牢牢扣住分式的基本性质. (1)要将各项系数化整,必须找到一个合适的整数,分别去乘分式的分子、分母,这个合适的数是各项分母系数的最小公倍数; (2)需将分子、分母同时乘相同的倍数,这个相同的倍数应使各项都化为整数.

解 (1) $\frac{\frac{1}{3}x - \frac{1}{4}y}{\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y} = \frac{(\frac{1}{3}x - \frac{1}{4}y) \times 12}{(\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y) \times 12} = \frac{4x - 3y}{6x + 8y}$.

(2) $\frac{a - 0.01b}{0.2a + b} = \frac{(a - 0.01b) \times 100}{(0.2a + b) \times 100} = \frac{100a - b}{20a + 100b}$.

例5 不改变分式的值,使分子和分母都不含负号.

(1) $\frac{3p}{-7q}$; (2) $-\frac{ac}{-4d}$; (3) $\frac{-3x}{-4y}$.

分析 一个分式的符号由分子的符号、分母的符号、分式本身的符号三部分组成,其变号法则是:同时改变任何两个,分式的值都不变.因此,可以根据分式的变号法则以及有理数除法法则进行变形.

解 (1) $\frac{3p}{-7q} = -\frac{3p}{7q}$; (2) $-\frac{ac}{-4d} = \frac{ac}{4d}$; (3) $\frac{-3x}{-4y} = \frac{3x}{4y}$.





课后冲浪

基础扫描

1. x, y 满足关系式_____时, $\frac{3(x-y)}{5(x-y)} = \frac{3}{5}$.

2. 写出下列等式中未知的分子或分母:

(1) $\frac{a+b}{ab} = \frac{(\quad)}{ab^2}$;

(2) $\frac{a^2+a}{(\quad)} = \frac{a+1}{c} \quad (a \neq 0)$;

(3) $-\frac{a-b}{m} = \frac{ac-bc}{-(\quad)}$;

(4) $\frac{2-x}{-x^2+3} = \frac{(\quad)}{x^2-3}$.

3. 如果把分式 $\frac{5x}{x-2y}$ 中的 x, y 都扩大 3 倍, 那么分式的值一定().

A. 扩大 3 倍 B. 扩大 5 倍 C. 扩大 15 倍 D. 不变

4. 下列各式中, 正确的是().

A. $\frac{a+m}{b+m} = \frac{a}{b}$

B. $\frac{a+b}{a+b} = 0$

C. $\frac{ab-1}{ac-1} = \frac{b-1}{c-1}$

D. $\frac{x-y}{x^2-y^2} = \frac{1}{x+y}$

5. 下列各式中, 正确的是().

A. $\frac{-3+7x}{-5x-4} = \frac{3-7x}{5x+4}$

B. $\frac{1-x}{1+x} = \frac{-1-x}{-1+x}$

C. $\frac{4}{2-x} = \frac{-4}{x-2}$

D. $\frac{3-7x}{-5x-4} = \frac{3+7x}{5x-4}$

6. 当分式 $\frac{1}{1+x^2}$ 取最_____值(填“大”或“小”)时, $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

7. 不改变分式的值, 把下列各式的分子、分母中各项的系数化为整数.

(1) $\frac{\frac{1}{4}x + \frac{1}{3}y}{\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}y} = \frac{3x+4y}{(\quad)}$;

(2) $\frac{0.5x+0.2y}{0.2x+0.5y} = \frac{(\quad)}{2x+5y}$.

能力拓展

8. 若使 $\frac{x^2}{a^2-b^2} = \frac{a+b}{a-b}$ 成立, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

9. 当分式 $\frac{x+2}{x-1}$ 与分式 $\frac{x^2+3x+2}{x^2-1}$ 的值相等时, x 必须满足().

A. $x \neq -2$

B. $x \neq -2$ 且 $x \neq 1$

C. $x \neq -1$ 且 $x \neq 1$

D. $x \neq -1$

10. (1) 通过计算验证 $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$.

(2) 已知 $x - \frac{1}{x} = a$, 利用上述结论, 求 $x^3 - \frac{1}{x^3}$ 的值.



16.1.2 分式的基本性质(2)



学标聚焦

使同学们理解分式的约分、通分概念,能够运用分式的基本性质熟练地将一个分式进行约分和将几个异分母的分式进行通分.



范例下载

例1 约分:

$$(1) \frac{6a^3b}{-2ab^2};$$

$$(2) \frac{2x(x-y)^3}{4y(y-x)^2}.$$

分析 约分就是约去分子和分母的公因式,即约去分子、分母的系数的最大公约数(1除外)和分子与分母中相同因式的最低次幂.

$$\text{解 } (1) \frac{6a^3b}{-2ab^2} = -\frac{2ab \cdot 3a^2}{2ab \cdot b} = -\frac{3a^2}{b}.$$

$$(2) \frac{2x(x-y)^3}{4y(x-y)^2} = \frac{x(x-y)}{2y} = \frac{x^2-xy}{2y}.$$

例2 约分:

$$(1) \frac{m^2-3m}{9-m^2};$$

$$(2) \frac{4-x^2}{x^2-4x+4}.$$

分析 当分式的分子与分母是多项式时,应先将分子、分母分解因式,然后再进行约分.

$$\text{解 } (1) \frac{m^2-3m}{9-m^2} = \frac{m(m-3)}{-(m+3)(m-3)} = -\frac{m}{m+3}.$$

$$(2) \frac{4-x^2}{x^2-4x+4} = -\frac{(x+2)(x-2)}{(x-2)^2} = -\frac{x+2}{x-2}.$$

例3 下列分式中,是最简分式是().

A. $\frac{8ab}{32bc}$

B. $\frac{x+y}{x^2-y^2}$

C. $\frac{2x-y}{2x+y}$

D. $\frac{a-b}{b-a}$

分析 分式的分子与分母没有公因式(除1外)的分式,叫做最简分式.分式化简与运算的最后结果都要化成最简分式或整式. A. 分子与分母中含有公因式 $8b$; B. 分子与分母中含有公因式 $(x+y)$; D. 分子与分母中含有公因式 $(a-b)$; 所以,选C.

解 C.

例4 通分:

$$\frac{2c}{3a^2b^2}, \frac{3a}{-4b^4c}, \frac{5b}{2a^2c}.$$

分析 此题各分式的分母都是单项式,确定最简公分母的方法是:取各分母系数的最小公倍数,字母取各分母所有因式的最高次幂,最简公分母一般不取“-”.

解 最简公分母为 $12a^2b^4c$.

$$\therefore \frac{2c}{3a^2b^2} = \frac{2c \cdot 4b^2c}{3a^2b^2 \cdot 4b^2c} = \frac{8b^2c^2}{12a^2b^4c},$$

$$\frac{3a}{-4b^4c} = -\frac{3a \cdot 3a^2}{4b^4c \cdot 3a^2} = -\frac{9a^3}{12a^2b^4c},$$





$$\frac{5b}{2a^2c} = \frac{5b \cdot 6b^4}{2a^2c \cdot 6b^4} = \frac{30b^5}{12a^2b^4c}$$

例5 分式 $\frac{1}{x^2-2x}$, $\frac{1}{x^2-4x+4}$ 的最简公分母是 _____.

分析 当分式的分母是多项式时,应先分解因式,然后再确定最简公分母.

解 $\because x^2-2x=x(x-2)$, $x^2-4x+4=(x-2)^2$,

$\therefore \frac{1}{x^2-2x}$, $\frac{1}{x^2-4x+4}$ 的最简公分母为 $x(x-2)^2$.

故应填 $x(x-2)^2$.

例6 通分:

$$\frac{m+2}{m^2-4m+4}, \frac{m-1}{2m^2-8}, \frac{3}{2m+4}$$

分析 先将各分母分解因式,然后再确定最简公分母.

解 $\because m^2-4m+4=(m-2)^2$, $2m^2-8=2(m-2)(m+2)$, $2m+4=2(m+2)$,

$\therefore$ 最简公分母为 $2(m+2)(m-2)^2$.

$$\therefore \frac{m+2}{m^2-4m+4} = \frac{(m+2) \cdot 2(m+2)}{(m-2)^2 \cdot 2(m+2)} = \frac{2(m+2)^2}{2(m+2)(m-2)^2},$$

$$\frac{m-1}{2m^2-8} = \frac{(m-1) \cdot (m-2)}{2(m+2)(m-2) \cdot (m-2)} = \frac{m^2-3m+2}{2(m+2)(m-2)^2},$$

$$\frac{3}{2m+4} = \frac{3 \cdot (m-2)^2}{2(m+2) \cdot (m-2)^2} = \frac{3(m-2)^2}{2(m+2)(m-2)^2}.$$



课后冲浪

基础扫描

1. 将下列分式约分:

$$(1) \frac{8x^2y^3}{-32x^5y}; \quad (2) \frac{3x^2y(a-5)}{6xy^3(5-a)}; \quad (3) \frac{5x^2+10xy+5y^2}{10x^2-10y^2}.$$

2. 分式 $\frac{x}{3a}$, $\frac{x-y}{x^2-y^2}$, $\frac{a+b}{a^2-b^2}$, $\frac{a+b}{a-b}$ 中,最简分式的个数为().

A. 1个

B. 2个

C. 3个

D. 4个

3. 下列化简正确的是().

A. $\frac{a^2+b^2}{a+b} = a+b$

B. $\frac{a^2-b^2}{a-b} = a-b$

C. $\frac{-a-b}{a-b} = -1$

D. $\frac{-a-b}{a+b} = -1$

4. 分式 $\frac{1}{x-2}$, $\frac{1}{x^2-3x+2}$, $\frac{1}{x+1}$ 的最简公分母是().



- A. $(x-1)(x-2)$ B. $(x^2-1)(x-2)$
 C. $(x-2)(x+1)(x^2-3x+2)$ D. $(x-2)^2(x+1)$

5. 将下列各式通分:

(1) $\frac{4a}{5b^2c}, \frac{3c}{10a^2b}, \frac{5b}{-2ac^2}$; (2) $\frac{2}{2x+3}, \frac{3}{3-2x}, \frac{2x+5}{4x^2-9}$.

能力拓展

6. 求 $\frac{2002^3+1999^3}{2003^3+3^3}$ 的值. [提示: $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$]

7. 已知 x 为整数, 且分式 $\frac{2x+2}{x^2-1}$ 的值为整数, 则 x 可取的值有().

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

16.2 分式的运算

16.2.1 分式的乘除



学标聚焦

通过本节内容的学习, 使同学们理解分式的乘除运算法则, 掌握分式的乘除混合运算顺序以及运算技巧.



范例下载

例 1 计算:

(1) $\frac{3a}{-4bc} \cdot \frac{12b}{9a^2}$; (2) $\frac{-ab^2}{2c^2} \div \frac{3a^2b^2}{-4cd}$.

分析 分式的乘法与分数的乘法类似, 应根据分式的乘法法则进行运算.

解 (1) $\frac{3a}{-4bc} \cdot \frac{12b}{9a^2} = \frac{3a \cdot 12b}{-4bc \cdot 9a^2} = -\frac{1}{ac}$.

(2) $\frac{-ab^2}{2c^2} \div \frac{3a^2b^2}{-4cd} = \frac{-ab^2}{2c^2} \cdot \frac{-4cd}{3a^2b^2} = \frac{2d}{3ac}$.

例 2 化简下列各式:

(1) $\frac{a^2-2a+1}{a+2} \cdot \frac{a^2+2a}{a^2-1}$; (2) $\frac{x^2-4y^2}{x^2+2xy+y^2} \div \frac{x+2y}{x^2+xy}$.

分析 分式乘法是通过分子、分母因式分解, 然后约分实现的; 分式除法是通过转化成乘法, 然后





因式分解、约分实现的. 在化简时要先约分, 再相乘.

解 (1) $\frac{a^2-2a+1}{a+2} \cdot \frac{a^2+2a}{a^2-1} = \frac{(a-1)^2}{a+2} \cdot \frac{a(a+2)}{(a+1)(a-1)} = \frac{a(a-1)}{a+1} = \frac{a^2-a}{a+1}$.

(2) $\frac{x^2-4y^2}{x^2+2xy+y^2} \div \frac{x+2y}{x^2+xy} = \frac{(x+2y)(x-2y)}{(x+y)^2} \cdot \frac{x(x+y)}{x+2y} = \frac{x(x-2y)}{x+y} = \frac{x^2-2xy}{x+y}$.

例3 计算: $\frac{2x^2-18}{4-4x+x^2} \div \left[(x+3) \cdot \frac{3-x}{x^2+x-6} \right]$.

分析 分式的乘除混合运算, 一般先将除法转化为乘法, 这样可以达到简化计算的目的.

解 $\frac{2x^2-18}{4-4x+x^2} \div \left[(x+3) \cdot \frac{3-x}{x^2+x-6} \right] = \frac{2(x+3)(x-3)}{(x-2)^2} \div \left[\frac{-(x-3)(x+3)}{(x+3)(x-2)} \right] =$
 $\frac{2(x+3)(x-3)}{(x-2)^2} \cdot \frac{(x+3)(x-2)}{-(x-3)(x+3)} = -\frac{2x+6}{x-2}$.

例4 计算:

(1) $\left(\frac{5}{3y}\right)^2$;

(2) $\left(-\frac{x^2}{y}\right)^2 \cdot \left(-\frac{y^2}{x}\right)^3 \div \left(-\frac{y}{x}\right)^4$.

分析 做乘方运算要先确定符号. 对于乘、除和乘方的混合运算, 应注意运算顺序, 但在做乘方运算的同时, 可将除变乘.

解 (1) $\left(\frac{5}{3y}\right)^2 = \frac{5^2}{(3y)^2} = \frac{25}{9y^2}$.

(2) $\left(-\frac{x^2}{y}\right)^2 \cdot \left(-\frac{y^2}{x}\right)^3 \div \left(-\frac{y}{x}\right)^4 = \frac{x^4}{y^2} \cdot \left(-\frac{y^6}{x^3}\right) \cdot \frac{x^4}{y^4} = -x^5$.

例5 求 $\left(\frac{2ab^2}{a+b}\right)^3 \div \left(\frac{ab^3}{a^2-b^2}\right)^2 \cdot \left[\frac{1}{2(a-b)}\right]^2$ 的值, 其中 $a = -\frac{1}{2}$, $b = \frac{2}{3}$.

分析 分式的乘方是将分子、分母分别乘方, 而对于求值题, 一般步骤是将式子化简后再求值.

解 $\left(\frac{2ab^2}{a+b}\right)^3 \div \left(\frac{ab^3}{a^2-b^2}\right)^2 \cdot \left[\frac{1}{2(a-b)}\right]^2 = \frac{8a^3b^6}{(a+b)^3} \cdot \frac{(a+b)^2(a-b)^2}{a^2b^6} \cdot \frac{1}{4(a-b)^2}$
 $= \frac{2a}{a+b}$.

当 $a = -\frac{1}{2}$, $b = \frac{2}{3}$ 时, 原式 $= \frac{2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)}{-\frac{1}{2} + \frac{2}{3}} = -6$.

课后冲浪

基础扫描

1. 下列分式运算中, 结果正确的是().

A. $\frac{m^4}{n^5} \cdot \frac{n^4}{m^4} = \frac{m}{n}$

B. $\left(\frac{3x}{4y}\right)^3 = \frac{3x^3}{4y^3}$

C. $\left(\frac{2a}{a-b}\right)^2 = \frac{4a^2}{a^2-b^2}$

D. $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$

2. $a^2 \div b \times \frac{1}{b} \div c \times \frac{1}{c}$ 等于().



A. a^2

B. $\frac{a^2}{b^2c^2}$

C. $\frac{a^2}{bc}$

D. 以上都不是

3. 化简 $(ab-b^2) \div \frac{a-b}{ab}$ 的结果为_____.

4. 计算: $\left(-\frac{a^3}{2b}\right)^2 \div \left(-\frac{a^2}{b}\right)^3 \cdot \left(\frac{b}{2}\right)^2$.

•能力拓展

5. 求 $\frac{ab-ac+a^2}{a^2-ab} \cdot \frac{(a-b)^2-c^2}{2ab+a^2+b^2} \div \frac{a^2-(b-c)^2}{a^2-b^2}$ 的值, 其中 $a=1, b=-2, c=-\frac{1}{3}$.

6. 化简: $\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)\left(x^4+\frac{1}{x^4}\right)\cdots\left(x^{16}+\frac{1}{x^{16}}\right)(x^2-1)$.

7. 已知 $x^2+4y^2-4x+4y+5=0$, 求 $\frac{x^4-y^4}{2x^2+xy-y^2} \cdot \frac{2x-y}{xy-y^2} \div \left(\frac{x^2+y^2}{y}\right)^2$ 的值.

16.2.25 分式的加减



学标聚焦

在掌握分式通分意义的前提下,使同学们熟练进行同分母、异分母分式的加减法运算,提高综合运用加、减、乘、除法则进行运算的能力.



范例下载

例1 同分母分式的加减法.

(1) $\frac{x^2}{x-y} - \frac{y^2}{x-y}$;

(2) $\frac{3x}{(x-4y)^2} + \frac{x+y}{(4y-x)^2} - \frac{17y}{(x-4y)^2}$.

分析 同分母的分式相加减与同分母的分数相加减类似:分母不变,分子相加减.当分子是多项式时,要把它看成一个整体,用括号括起来再相加减.





解 (1) $\frac{x^2}{x-y} - \frac{y^2}{x-y} = \frac{x^2-y^2}{x-y} = \frac{(x+y)(x-y)}{x-y} = x+y.$

(2) $\frac{3x}{(x-4y)^2} + \frac{x+y}{(4y-x)^2} - \frac{17y}{(x-4y)^2} = \frac{3x}{(x-4y)^2} + \frac{x+y}{(x-4y)^2} - \frac{17y}{(x-4y)^2} = \frac{3x+(x+y)-17y}{(x-4y)^2} = \frac{3x+x+y-17y}{(x-4y)^2} = \frac{4(x-4y)}{(x-4y)^2} = \frac{4}{x-4y}.$

例2 计算:

(1) $\frac{a^2+1}{a-1} - a + 1;$

(2) $\frac{2m}{m^2-4} - \frac{1}{m+2}.$

分析 异分母分式的加减运算,关键是将其转化为同分母分式的加减.

解 (1) $\frac{a^2+1}{a-1} - a + 1 = \frac{a^2+1}{a-1} - (a-1) = \frac{a^2+1}{a-1} - \frac{a-1}{1} = \frac{a^2+1}{a-1} - \frac{(a-1)^2}{a-1} = \frac{a^2+1-(a-1)^2}{a-1} = \frac{a^2+1-a^2+2a-1}{a-1} = \frac{2a}{a-1}.$

(2) $\frac{2m}{m^2-4} - \frac{1}{m+2} = \frac{2m}{(m+2)(m-2)} - \frac{m-2}{(m+2)(m-2)} = \frac{2m-(m-2)}{(m+2)(m-2)} = \frac{2m-m+2}{(m+2)(m-2)} = \frac{m+2}{(m+2)(m-2)} = \frac{1}{m-2}.$

例3 计算:

(1) $\left(\frac{m-n}{m^2-2mn+n^2} - \frac{mn+n^2}{m^2-n^2}\right) \times \frac{mn}{n-1};$ (2) $(x^2-1) \cdot \left(\frac{x-1}{x+1} - \frac{x+1}{x-1} - \frac{1}{x^2-1}\right).$

分析 分式的混合运算,要注意运算顺序和各种运算法则、运算律的运用.

解 (1) $\left(\frac{m-n}{m^2-2mn+n^2} - \frac{mn+n^2}{m^2-n^2}\right) \times \frac{mn}{n-1} = \left[\frac{m-n}{(m-n)^2} - \frac{n(m+n)}{(m+n)(m-n)}\right] \times \frac{mn}{n-1} = \left(\frac{1}{m-n} - \frac{n}{m-n}\right) \times \frac{mn}{n-1} = -\frac{n-1}{m-n} \times \frac{mn}{n-1} = -\frac{mn}{m-n}.$

(2) $(x^2-1) \cdot \left(\frac{x-1}{x+1} - \frac{x+1}{x-1} - \frac{1}{x^2-1}\right) = (x+1)(x-1) \cdot \frac{x-1}{x+1} - (x+1)(x-1) \cdot \frac{x+1}{x-1} - (x+1)(x-1) \cdot \frac{1}{(x+1)(x-1)} = (x-1)^2 - (x+1)^2 - 1 = -4x-1.$

例4 计算:

(1) $\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} + \frac{4}{1+x^4};$ (2) $\frac{1}{x-2} + \frac{2}{x+1} - \frac{2}{x-1} - \frac{1}{x+2}.$

分析 本题若采取直接通分则较为复杂.(1)可采用“逐步通分”方法进行计算;(2)可采用“分组通分”的方法进行计算.

解 (1) $\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} + \frac{4}{1+x^4} = \left(\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x}\right) + \frac{2}{1+x^2} + \frac{4}{1+x^4} = \left(\frac{2}{1-x^2} + \frac{2}{1+x^2}\right) + \frac{4}{1+x^4} = \frac{4}{1-x^4} + \frac{4}{1+x^4} = \frac{8}{1-x^8}.$

(2) $\frac{1}{x-2} + \frac{2}{x+1} - \frac{2}{x-1} - \frac{1}{x+2} = \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2}\right) + \left(\frac{2}{x+1} - \frac{2}{x-1}\right) = \frac{4}{x^2-4} - \frac{4}{x^2-1} = \frac{12}{(x^2-1)(x^2-4)}.$