

新世纪应用型人才培养教材

物理实验

WULI
SHIYAN

主编 李仁芮



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

新世纪应用型人才培养教材

物 理 实 验

主 编 李仁芮

副主编 耿小丕 杨 洋

编 者 高永慧 冯法军

赵 毅 杨素娟



高等教育出版社

内 容 提 要

本书是在充分研究当前我国高等教育大众化发展趋势下的教育现状,从应用型人才培养目标出发,认真总结、分析、吸收全国以培养应用型人才为目标的高等院校物理实验课程教学改革经验的基础上编写而成的。本书共分5章,内容包括误差理论、数据处理及力、热、电、磁、光、声、近代物理、设计性实验等27个实验。按由浅入深、循序渐进的原则把实验分为基础实验、选作实验、近代物理实验、设计性实验4大模块,便于不同专业的教师和学生根据实验学时及实验仪器的具体情况来安排实验内容和实验进程。本书实验所涉及到的实验仪器具有较高的通用性。

本书适合于高等教育理工科各专业培养应用性人才的需要,可作为应用型本科院校、高职高专院校理工类各专业物理实验课程通用教材,也可作为成人高等学校物理实验课程教材。

图书在版编目(CIP)数据

物理实验 / 李仁芮主编. —北京: 高等教育出版社, 2005.2

ISBN 7-04-012358-4

I. 物... II. 李... III. 物理实验 - 高等学校 - 教学参考资料 IV. 04.33

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 010307 号

责任编辑 徐 东 封面设计 吴 昊 责任印制 潘文瑞

书 名 物理实验
主 编 李仁芮

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100011
总 机 010-82028899
传 真 021-56965341

购书热线 010-64054588
021-56964871
免费咨询 800-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
<http://www.hepsh.com>

排 版 南京理工出版信息技术有限公司
印 刷 上海新华印刷有限公司

开 本 787×1092 1/16
印 张 7.5
字 数 175 000

版 次 2005 年 1 月第 1 版
印 次 2005 年 1 月第 1 次
定 价 11.50 元

凡购买高等教育出版社图书,如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请在所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

前 言

本书是在充分研究当前我国高等教育大众化发展趋势下的教育现状,从应用型人才培养目标出发,认真总结、分析、吸收全国以培养应用型人才为目标的高等院校物理实验课程教学改革经验的基础上编写而成的。本书以训练学生的基本实验方法(比较法、放大法、平衡法、转换法、补偿法、模拟法、干涉法)为重点,同时注重培养学生动手动脑能力、规范的实验技能以及严谨认真的工作作风,提高学生通过实验认识 and 解决实际问题的能力。

本书共分 5 章,内容包括误差理论、数据处理及力、热、电、磁、光、声、近代物理、设计性实验等 27 个实验。在传统教材的基础上较系统地阐述了随机误差、系统误差、数据处理等内容,编入了实验方法简介、基本物理量及其测量方法等有关知识,按由浅入深、循序渐进的原则把实验分为基础实验、选作实验、近代物理实验、设计性实验 4 大模块,便于不同专业的教师和学生根据实验学时及实验仪器的具体情况来安排实验内容和实验进程。本书实验所涉及到的实验仪器具有较高的通用性。

我们在物理实验教学过程中,深切地体会到必须从人才的培养目标、培养规格、模式及方法等方面思考和定位,同时注重对学生实验思想和科学方法的引导,注重培养学生“综合素质”和“综合能力”。我们在编写过程中力图遵循以下基本原则:

1. 能够使学生对物理实验的内容和方法、物理概念等有一个比较全面的了解,力求将比较新的实验方法、实验技术反映在教学内容中。

2. 注重对学生的科学素质培养,将科学方法论有机地融入教学内容中。培养学生的科学思维能力和发现问题、分析问题和解决问题的能力,使学生掌握正确的科学实验方法,并初步具备创新的能力。

3. 实验教材自成体系,使学生对物理实验的基本原理、仪器的使用、实验方法及数据处理有一个全面了解,实验技能得到系统性训练,为后续课程学习打下坚实的基础。

4. 书中统一使用国际单位制,所用名词术语以全国自然科学名词审定委员会公布的基础物理学名词为准。

本书由李仁芮担任主编,耿小丕、杨洋担任副主编。参加本书编写工作的还有高永慧、冯法军、赵毅、杨素娟。

由于物理实验在培养应用性人才中发挥着非常重要的作用,其教学改革在不断地深化,新理念、新成果也在不断地涌现,希望使用本书的老师和同学对本书需要改进之处给予及时的指导和斧正,我们将不胜感激。

编 者

2005. 1

郑 重 声 明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》，其行为人将承担相应的民事责任和行政责任，构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序，保护读者的合法权益，避免读者误用盗版书造成不良后果，我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人给予严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话：(010)82028899 转 6897 (010)82086060

传 真：(010)82086060

E - mail：dd@hep.com.cn

通信地址：北京市西城区德外大街4号

高等教育出版社法律事务部

邮 编：100011

购书请拨打读者服务部电话：(010)64054588



出版说明

根据教育部、劳动和社会保障部、国防科工委、信息产业部、交通部、卫生部 2003 年 12 月下发的《关于实施“职业院校制造业和现代服务业技能型紧缺人才培养培训工程”的通知》精神,教育部办公厅、卫生部办公厅组织制定了《中等职业学校和五年制高职护理专业领域技能型紧缺人才培养培训指导方案》、《三年制高等职业教育护理专业领域技能型紧缺人才培养培训指导方案》。为此,我社推出“高教版”卫生职业学校技能型紧缺人才培养培训系列教学用书。

本系列教学用书依照教育部办公厅、卫生部办公厅制定的“指导方案”编写而成。作者是从全国范围内认真遴选的长期从事护理临床和护理教学工作的同志。他们通过认真学习、领会“指导方案”,根据“订单”式职业教育与培训新模式,把培养学生的职业道德、职业能力以及护理技能作为教材编写的主要目标,编写内容力争与用人单位实际需要接轨、与国家执业护士资格认证接轨,顺应国际护理行业发展趋势。

全系列教学用书以核心课程为中心,基础学科以理论知识够用为度,临床学科重点介绍常见病、多发病的护理知识和方法,并且吸收学术界公认的新理念、新技术。全系列教学用书增加了大量人文课程,帮助学生正确理解护理与人、护理与健康、护理与社会经济发展的关系,全面提高护理人才素质。

为了方便学校教学,本系列教学用书还配有教师用多媒体光盘,免费赠送给广大卫生职业学校。

本系列教学用书是全体作者与编辑人员共同合作的成果,希望它的出版,能为造就我国护理专业领域一线迫切需要的高素质技能型人才作出贡献。

高等教育出版社

2004 年 11 月

目 录

第一章 绪论	1
第一节 物理实验的意义、目的及要求	1
第二节 测量与误差	2
第三节 直接测量结果随机误差的估算	6
第四节 间接测量值误差的估算——误差传递公式	9
第五节 有效数字及其计算	11
第六节 处理实验数据的方法	13
第七节 常用实验方法和基本测量方法	16
第二章 基础实验	20
实验 2-1 基本测量	20
实验 2-2 重力加速度的测定	24
实验 2-3 测量钢丝的弹性模量	28
实验 2-4 简谐振动的研究	31
实验 2-5 驻波实验	35
实验 2-6 用电位差计测量电动势	38
实验 2-7 用电桥测电阻	41
实验 2-8 用模拟法测量静电场	45
实验 2-9 伏安法测量电阻及二极管的伏安特性	50
实验 2-10 光的干涉	53
实验 2-11 用衍射光栅测量激光的波长	58
实验 2-12 旋光仪的使用	60

第三章 选作实验	63
实验 3-1 用电磁感应法测量交变磁场	63
实验 3-2 示波器的使用	66
实验 3-3 声速的测量	76
实验 3-4 电表改装及万用表的使用	81
实验 3-5 用混合法测量固体的比热容	86
实验 3-6 变力实验	89
第四章 近代物理实验	92
实验 4-1 光电效应与普朗克常数的测定	92
实验 4-2 迈克尔逊干涉仪的调节与使用	97
实验 4-3 用密立根油滴仪测量电子荷质比	99
实验 4-4 全息照相	103
第五章 设计性实验	106
实验 5-1 在气垫导轨上测量重力加速度	106
实验 5-2 用电位差计测量电池内阻	108
实验 5-3 非线性电阻伏安特性的研究	109
实验 5-4 用光电计时计测量刚体的转动惯量	110
实验 5-5 简易万用表的组装	111
参考文献	113

第一章 绪 论

第一节 物理实验的意义、目的及要求

一、物理学是一门以实验为本的科学

物理学是一门重要的基础学科,又是一门实验性很强的学科.物理学发展历史表明物理实验是物理发展的基础,又是检验物理理论的标准.这就是说,物理学的两种研究方法都离不开实验.其一就是实验研究方法,亦称归纳法.它是以实验事实为依据,经过去粗取精去伪存真的分析,并加以概括和总结,归纳出带有普遍意义的规律,建立起物理学理论.落体运动规律的发现和重力加速度概念的确立,法拉第电磁感应定律的提出,以及人们对光的波粒二象性的认识过程,都是从科学实验中获得新发现的例证.其二就是理论研究方法,亦称演绎法,它是在充分运用各种数学工具的基础上,通过一系列演绎过程,作出科学的预言或假设,发现新的物理规律.但是,这些预言、假设的正确性也必须通过实验去检验,才能为人们所公认而载入物理学发展的光辉史册.爱因斯坦在他的狭义相对论中预言的质能关系($E=mc^2$),正因为在几十年后原子物理实验中得到了证实,才使得相对论理论被世人所倾倒.李政道、杨振宁以 K 离子不变的实验事实为依据,提出在弱相互作用中宇称不守恒的理论,只有在经过吴健雄用 ^{60}Co 经 β 射线放射实验证实了理论的正确性之后,才使李政道、杨振宁获得诺贝尔物理学奖.因此,我们可以说没有物理实验,就没有物理理论本身,今后随着科学技术的发展,物理实验越做越精,范围愈做愈广,许多边缘科学的新理论正等待着未来的实验物理学工作者去提示,去验证.因此,我们必须具备足够的现代科学实验的能力.

二、物理实验课的目的

所谓实验,就是利用科学仪器或设备,在人为的条件下,对所研究的自然现象进行模拟和复制的过程.可见,做实验与听课、看书、做习题大不相同,实验时要面对比较错综复杂的物理现象及各种仪器设备,不仅要动脑思考,而且还要亲自动手解决各种问题.因此,物理实验可以使学生在如何运用理论知识、实验方法及实验技术解决科技问题方面受到必要的基本训练,可以培养学生严谨的科学态度、科学作风及辩证唯物主义世界观,可以提高学生的动手能力,科学思维能力,灵活性及创造性活动的的能力.

三、物理实验的要求

为了达到上述目的,学生应该把握学习的主动权,认真做好每一个实验.物理实验课是

学生在教师指导下,独立进行的教学环节,根据这一特点,我们将教学环节的进行程序归纳为三部分,现将各部分及基本要求叙述如下。

1. 课前预习

课前预习是确保学习主动性的措施之一。学生应善于发挥自己的主观能动性,充分利用实验室开放时间,按讲义要求,对照实物进行预习,了解装置、仪器或设备的结构特点、安装或调节方法,操作步骤、规程及使用注意事项,在明确实验目的、要求、方法、原理的基础上,拟定实验步骤提纲,并拟定数据记录表格。能力较强的学生,还应努力去理解某些实验的设计构思。上述基本要求应在实验记录本上写出简单的书面预习报告备查。

2. 课堂操作

学生要有意识地培养良好的实验习惯。进实验室后,应自觉遵守实验室规则,认真听取教师的指导,回答教师提问,记录实验日期及环境条件,清点实验仪器,如发现仪器缺损或故障应及时报告指导教师。实验中应能较好地控制实验过程,正确使用仪器设备,有条理地进行实验操作,仔细观察实验中可能发生的一切物理现象,及时而准确地测量并记录数据。若仪器装置出现故障,争取在教师指导下自己排除或留心观察教师怎样判断仪器故障及修复仪器是实验能力强弱的一个重要表现。实验后,应将数据交教师审阅,认为可以后,再将仪器复原,养成良好的实验习惯。课堂实习的考核,重在科学素养,动手能力及分析、解决实际问题的能力。此项考核是在实验结束后由教师现场在实验登记卡上给出成绩。

3. 实验报告

写实验报告,是学生对课堂实习进行总结,巩固提高和深化实验收获的过程,应独立完成。要珍惜自己的劳动成果,认真写出有确实根据的书面报告,要有实事求是的科学态度,不得拼凑数据。当测量结果欠佳时,要根据误差理论,从实验方法、实验条件、实验仪器和实验操作方面来进行检查,例如检查仪器是否存在故障,以及实验操作是否正确、仔细。找出结果欠佳原因,逐步学会分析实验结果。实验报告要求字迹清楚,图表正确,文理通顺,表达准确。逐步培养概括总结及计算能力。实验报告的格式如下:

- (1) 实验名称。
- (2) 实验目的。
- (3) 实验仪器。
- (4) 实验原理简述(用自己的语言扼要说明实验所依据的原理和公式,要有简单的原理图)。
- (5) 数据表格。
- (6) 数据处理(按讲义要求内容计算,公式要有代入数据的过程)。
- (7) 误差分析及实验改进设想。
- (8) 解答教师指定的思考题。

第二节 测量与误差

一、测量

所谓测量就是利用科学仪器用某一度量单位将待测量的大小表示出来,也就是说测量

就是将待测量与选作标准的同类量进行比较,得出倍数,称该标准量为单位,倍数值为数值.因此,一个物理量的测量值应由数值和单位两部分组成,缺一不可.按测量方法进行分类,测量可分为直接测量和间接测量两大类.

可以用测量仪器或仪表直接读出测量值的测量称为直接测量,如用米尺测长度,用温度计测温度,用电表测电流、电压等都是直接测量,所得的物理量如长度、温度、电流、电压等称为直接测量值;有些物理量很难进行直接测量,而需依据待测量值和某几个直接测量值的函数关系求出,这样的测量称为间接测量,如单摆法测重力加速度 g 时, $g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$, T (周期)、 L (摆长)是直接测量值,而 g 是间接测量值.

随着实验技术的进步,很多原来只能间接测量的物理量,现在也可以直接测量,例如电功率、速度等量的测量.

二、误差

1. 真值与误差

物理量在客观上有着确定的数值,称为该物理量的**真值**.由于实验理论的近似性、实验仪器灵敏度和分辨能力的局限性、环境的不稳定性等因素的影响,待测量的真值是不可能测得的,测量结果和真值之间总有一定的差异我们称这种差异为**测量误差**,测量误差的大小反映了测量结果的准确程度.测量误差可以用绝对误差(ΔX 或 δ)表示,也可以用相对误差(E_x)表示.

$$\text{绝对误差} \quad \Delta X = X - X_0, \quad (1-1)$$

$$\text{相对误差} \quad E_x = \frac{\delta}{X_0} \times 100\%. \quad (1-2)$$

其中, X 为测量值, X_0 为真值.

测量所得的一切数据,都包含着一定的误差,因此误差存在于一切科学实验过程中,并会因主观因素的影响、客观条件的干扰、实验技术及人们认识程度的不同而不同.

2. 误差的分类

根据误差性质和产生原因可将误差分为以下几类:

(1) **系统误差** 在相同的测量条件下多次测量同一物理量,其误差的绝对值和符号保持不变,或在测量条件改变时,按确定的规律变化的误差称为系统误差.

系统误差的来源有以下几个方面:

① 由于测量仪器的不完善、仪器不够精密或安装调试不当,如刻度不准、零点不准、砝码未经校准、天平不等臂等.

② 由于实验理论和实验方法的不完善,所引用的理论与实验条件不符,如在空气中称质量而没有考虑空气浮力的影响,测电压时未考虑电表内阻的影响,标准电池的电动势未作温度修正等.

③ 由于实验者缺乏经验、生理或心理特点等所引入的误差.如每个人的习惯和偏向不同,有的人读数偏高,而有的人读数偏低.

多次测量并不能减少系统误差.系统误差的消除或减少是实验技能问题,应尽可能采取各种措施将其降低到最小程度.例如将仪器进行校正,改变实验方法或在计算公式中列

入一些修正项以消除某些因素对实验结果的影响,纠正不良的实验习惯等。

(2) 随机误差 随机误差也被称为偶然误差,它是指在努力消除或修正了一切明显的系统误差之后,在相同的测量条件下,多次测量同一量时,误差的绝对值和符号的变化时大时小、时正时负,以不可预定的方式变化着的误差。

随机误差是由于人的感观灵敏程度和仪器精密程度有限、周围环境的干扰以及一些偶然因素的影响产生的。如用毫米刻度的米尺去测量某物体的长度时往往将米尺去对准物体的两端并估读到毫米以下一位读数值,这个数值就存在一定的随机性,也就带来了随机误差,由于随机误差的变化不能预先确定,所以对待随机误差不能像对待系统误差那样找出原因排除,只能作出估计。

虽然随机误差的存在使每次测量值偏大或偏小,但是,当在相同的实验条件下,对被测量进行多次测量时,其大小的分布却服从一定的统计规律,可以利用这种规律对实验结果的随机误差作出估算。这就是在实验中往往对某些关键量要进行多次测量的原因。

(3) 粗大误差 凡是测量时客观条件不能合理解释的那些突出的误差,均可称为粗大误差。

粗大误差是由于观测者不正确地使用仪器、观察错误或记录错误数据等不正常情况下引起的误差。它会明显地歪曲客观现象,这一般不应称为测量误差,在数据处理中应将其作为坏值予以剔除,它是可以避免的,也是应该避免的,所以,在作误差分析时,要估计的误差通常只有系统误差和随机误差。

三、测量的精密度、准确度和精确度

对测量结果做总体评定时,一般均应把系统误差和随机误差联系起来看,精密度、准确度和精确度都是评价测量结果好坏的标准,但是这些概念的含义不同,使用时应加以区别。

1. 精密度

精密度表示测量结果中的随机误差大小的程度。它是指在一定的条件下进行重复测量时,所得结果的相互接近程度,是描述测量重复性的。精密度高,即测量数据的重复性好,随机误差较小。

2. 准确度

准确度表示测量结果中的系统误差大小的程度。用它描述测量值接近真值的程度,准确度高即测量结果接近真值的程度高,系统误差较小。

3. 精确度

精确度是对测量结果中系统误差和随机误差的综合描述。它是指测量结果的重复性及接近真值的程度。对于实验和测量来说,精密度高准确度不一定高;而准确度高精密度也不一定高;只有精密度和准确度都高时,精确度才高。

现在以打靶结果为例来形象说明三个“度”之间的区别。图 1-1 中,(a)图表示子弹相互之间的比较靠近,但偏离靶心较远,即精密度高而准确度较差;(b)图表示子弹相互之间比较分散,但没有明显的固定偏向,故准确度高而精密度较差;(c)表示子弹相互之间比较集中,且都接近靶心。精密度和准确度都很高,亦即精确度高。

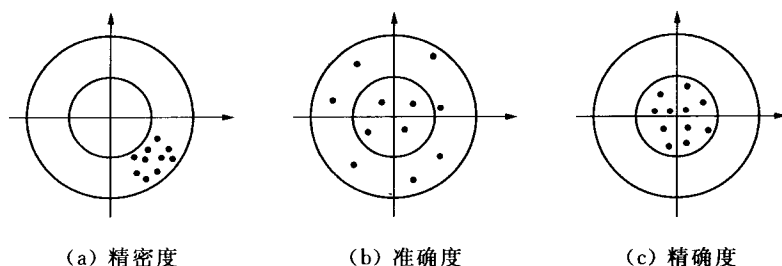


图 1-1 测量的精密度、准确度和精确度

四、随机误差的正态分布与标准误差

1. 随机误差的正态分布规律

随机性是随机误差的特点. 在相同的测量条件下, 对同一物理量进行多次重复测量, 假设系统误差已被减弱到可以被忽略的程度, 由于随机误差的存在, 测量结果 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 一般存在着一定的差异. 如果该被测量的真值为 x_0 , 则根据误差的定义, 各次测量的随机误差为

$$\delta_i = x_i - x_0 (i = 1, 2, \dots, n).$$

大量的实验事实和统计理论都证明, 在绝大多数物理测量中, 当重复测量次数足够多时, 随机误差 δ_i 服从或接近正态分布(或称高斯分布)规律. 正态分布的特征可以用正态分布曲线形象地表示出来, 如图 1-2(a)所示. 横坐标为误差 δ , 纵坐标为误差的概率密度分布函数 $f(\delta)$. 当测量次数 $n \rightarrow \infty$ 时, 此曲线完全对称. 正态分布具有以下性质:

- (1) 单峰性 绝对值小的误差出现的可能性(概率)大, 绝对值大的误差出现的可能性小.
- (2) 对称性 绝对值相等的正误差和负误差出现的机会均等, 对称分布于真值的两侧.
- (3) 有界性 非常大的正误差或负误差出现的可能性几乎为零.
- (4) 抵偿性 测量次数非常多时, 正误差和负误差相互抵消, 于是, 误差的代数和趋向于零.

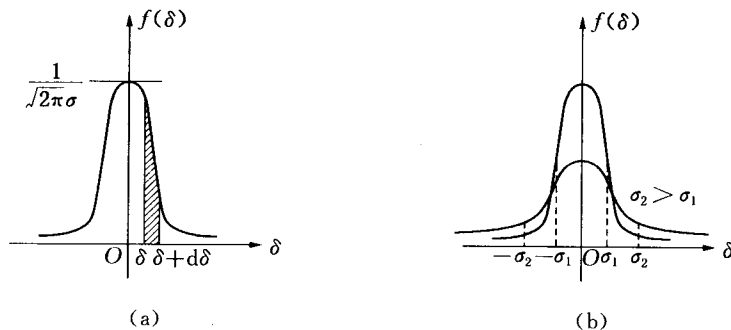


图 1-2 随机误差的正态分布曲线

根据误差理论可以证明函数 $f(\delta)$ 的数学表达式为

$$f(\delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}}. \quad (1-3)$$

测量值的随机误差出现在 $(\delta, \delta + d\delta)$ 区间的可能性为 $f(\delta)d\delta$, 即图 1-2(a) 中阴影线所包含的面积元. 上式中的 σ 是一个与实验条件有关的常数, 称之为标准误差, 其值为

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \delta_i^2}{n}}. \quad (1-4)$$

式中, n 为测量次数, 各次测量值的随机误差为 δ_i , $i = 1, 2, 3, \dots, n$. 可见标准误差是将各个随机误差的平方取平均值, 再开方得到, 所以, 标准误差又称为均方根误差.

2. 标准误差的物理意义

按照概率理论, 误差 δ 出现在区间 $(-\infty, +\infty)$ 的事件是必然事件, 所以 $\int_{-\infty}^{+\infty} f(\delta)d\delta = 1$, 即曲线与横轴所包围面积恒等于 1. 当 $\delta = 0$ 时, 由式(1-3), 得

$$f(0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \quad (1-5)$$

由式(1-5)可见, 若测量的标准误差 σ 很小, 则必有 $f(0)$ 很大. 由于曲线与横轴间围成的面积恒等于 1, 所以如果曲线中间凸起较大, 两侧下降较快, 测量的数据比较集中, 即测得值的离散性小, 说明测量的精密度高, 则测量值较为可靠; 相反, 如果 σ 很大, 则 $f(0)$ 就很小, 数据较分散, 说明测得值的离散性大, 测量的精密度低. 这两种情况的正态分布曲线如图 1-2(b) 所示.

可以证明, $P(|\delta| < \sigma) = \int_{-\sigma}^{\sigma} f(\delta)d\delta = 0.682\,689 \approx 68.3\%$, 即由 $-\sigma$ 到 $+\sigma$ 之间正态分布曲线下的面积占总面积的 68.3%. 这就是说, 如果测量次数 n 很大, 则在所测得的数据中, 将有占总数 68.3% 的数据的误差落在区间 $(-\sigma, +\sigma)$ 之内; 也可以这样讲, 在所测得的数据中, 任一个数据 x_i 的误差 δ_i 落在区间 $(-\sigma, +\sigma)$ 之内的概率为 68.3%. 这里要特别注意标准误差的统计意义, 它并不表示任一次测量值的误差就是 $\pm\sigma$, 也不表示误差不会超出 $\pm\sigma$ 的界限. 标准误差只是一个具有统计性质的特征量, 用以表示测量值离散程度的一个特征量.

也可证明, $P(|\delta| < 3\sigma) = 0.997\,3 \approx 99.7\%$. 这表明, 在 1 000 次测量中, 随机误差超过 $\pm 3\sigma$ 范围的测得值大约出现 3 次. 在一般的十几次测量中, 几乎不可能出现, 所以把 3σ 称为极限误差. 在测量次数相当多的情况下, 如果出现测量值的绝对值大于 3σ 的数据, 可以认为这是由于过失引起的异常数据而加以剔除. 这被称为剔除异常数据的“ 3σ ”准则. 它只能用于测量次数 $n > 10$ 的重复测量中, 对于测量次数较少的情况, 需要采用另外的判别准则.

由概率积分表可得如下一些典型数据

$$P(|\delta| < 1.96\sigma) = 0.950\,0, \quad P(|\delta| < 2\sigma) = 0.954\,5,$$

$$P(|\delta| < 2.58\sigma) = 0.990\,1, \quad P(|\delta| < 4\sigma) = 0.999\,9.$$

第三节 直接测量结果随机误差的估算

一、直接测量结果的最佳值

如果在一定条件下, 对某一物理量 x 进行了 n 次等精度的重复测量, 获得了 n 个数据,

分别为 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, 其该物理量的真值为 x_0 , 则各次测量的误差分别为

$$\delta_1 = x_1 - x_0,$$

$$\delta_2 = x_2 - x_0,$$

$$\delta_3 = x_3 - x_0,$$

.....

$$\delta_n = x_n - x_0.$$

将以上各式相加, 得

$$\sum_{i=1}^n \delta_i = \sum_{i=1}^n (x_i - x_0),$$

即

$$\sum_{i=1}^n \delta_i = \sum_{i=1}^n x_i - nx_0.$$

$$\text{用 } \bar{x} \text{ 表示算术平均值, 即 } \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n},$$

于是有

$$x_0 = \bar{x} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i. \quad (1-6)$$

根据随机误差的抵偿性特征, 当测量次数无限增大时, 各个误差的代数和趋近于零, 即

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \delta_i = 0,$$

故

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \bar{x} = x_0. \quad (1-7)$$

在实际测量中, 只进行有限次数的测量, 因此可用算术平均值作为真值的最佳近似值, 又称近真值. 误差指测量值与真值之差, 测量值与平均值之差则称为偏差又称残余误差, 两者有所不同. 实际测量中只能得到偏差.

二、多次测量误差

1. 标准误差的估算——标准偏差

真值一般是无法测得的, 因而按照式(1-4), 标准误差也无从估算. 根据算术平均值是近真值的结论, 在实际估算时用算术平均值 $\bar{x}$ 代替真值, 用残差 $v_i = x_i - \bar{x}$ 来代替误差.

误差理论可以证明, 当测量次数 n 有限, 用残差来估算标准误差时, 可用如下贝塞尔公式去计算

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n-1}} \quad (1-8)$$

σ_x 称为任一次测量值的标准偏差. 它是测量次数有限多时, 标准误差的一个估计值. 其代表的物理意义为, 如果多次测量的随机误差遵从高斯分布, 那么, 任意一次测量, 测量值误差

落在 $-\sigma_x$ 到 $+\sigma_x$ 区域之间的可能性(概率)为68.3%。或者说,它表示这组数据的误差有68.3%的概率出现在 $-\sigma_x$ 到 $+\sigma_x$ 区间内。

算术平均值的标准误差 $\sigma_{\bar{x}}$ 的估计值为

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad (1-9)$$

上式说明,平均值的标准偏差是 n 次测量中任意一次测量值标准偏差的 $\frac{1}{\sqrt{n}}$ 倍。 $\sigma_{\bar{x}}$ 小于 σ_x ,因为算术平均值是测量结果的最佳值,它比任意一次测量值接近真值的机会要大,误差要小。 $\sigma_{\bar{x}}$ 的物理意义是,在多次测量的随机误差遵从高斯分布的条件下,真值处在 $\bar{x} \pm \sigma_{\bar{x}}$ 区间内的概率为68.3%。

标准误差公式(1-9)可靠性较好,要求 $n \geq 5$ 即可,广泛用于正式的科技报告之中。

2. 平均绝对偏差

平均绝对偏差是对各测量值偏差的绝对值求平均,即

$$\Delta \bar{x} = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \cdots + |x_n - \bar{x}|}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}| \quad (1-10)$$

平均绝对偏差 Δx 表示在一组多次测量中各个数据之间的分散程度,当测量次数 n 趋于无限大时,平均绝对偏差就表示平均绝对误差。这时任一测量值的误差落在区间 $[-\Delta x, +\Delta x]$ 内的概率是57.5%。

平均绝对偏差 Δx 可靠性较差,当 n 较大时才可靠,但计算较简单,广泛用于一般实验之中。

对于初学者来说,主要树立误差的概念,以及对实验数据的好坏作出粗略的判断,因此,在我们今后普通物理实验中可以用平均绝对偏差计算多次测量结果的随机误差,但我们提倡采用标准误差。

三、单次测量误差

有些实验由于被测量的变化,或实验所需时间过长,不容许对该量进行多次测量,也有的实验精度要求不高,或者这一量的误差对整体影响较少。在这种情况下,可以对测量量只测一次。单次测量一般取仪器最小分度值的二分之一作为估算误差。例如天平称质量,天平的最小分度值为0.02g,单次测量误差 ΔM 取0.01g。

四、重复测量所得结果相同时的误差

对同一个量测量几次所得结果相同,称为重复测量。此种情况并不说明没有误差,而是仪器的精度不足以反映测量的微小差异。可取仪器最小分度值的十分之一作为重复测量时的误差。

通过前面的讨论我们看到,误差一词有两重意义。一是它定义为测量值与真值之差,是确定的,但是一般不可能求出具体的数值;二是当它与某些词构成专用词组时(如标准误差、平均绝对误差),不指具体的误差值,而是用来描述误差分布的数值特征,表示和一定的

置信概率相联系的误差范围,是一个统计物理量.这个问题应引起初学者的注意.

五、测量结果的表示

根据随机误差的统计意义,可以把测量结果(修正了系统误差以后)写成如下形式

$$x = \bar{x} \pm \Delta x (\text{或 } \sigma_x) \quad (1-11)$$

该式表示测量结果的范围, x 为测量结果, $\bar{x}$ 是多次测量数据的算术平均值代表近真值, Δx (或 σ_x) 为绝对误差. 不能理解为测量结果只有 $\bar{x} + \Delta x$ 和 $\bar{x} - \Delta x$ 两个值.

六、绝对误差和相对误差

上面所讲的多次测量误差(如标准误差与平均绝对误差)、单次测量误差、重复测量误差都是绝对误差,绝对误差有单位.绝对误差尚不能完全反映出测量质量的好坏程度,还要看它在测量值中所占的比重.因此,引入相对误差的概念.相对误差 $E_x = \frac{\Delta x}{x_0} \approx \frac{\Delta x}{\bar{x}} \times 100\%$,表示绝对误差在整个物理量中所占的比重,一般用百分数表示,也叫百分误差,无单位.例如,测量一质量时得 $1\,000\text{kg}$,绝对误差为 1g .测另一质量时得 100g ,而绝对误差也为 1g .前者的相对误差为 0.1% ,而后者为 1% ,所以我们认为前者较后者更可靠.因而,计算误差时绝对误差、相对误差都要计算.有时先计算相对误差,再计算绝对误差更方便,用公式 $\Delta x = \bar{x} \cdot E_x$ 来求.

如果待测量有理论值或公认值,则

$$\text{相对误差} = \frac{|\delta|}{\bar{x}} \times 100\%$$

绝对误差、相对误差的结果只取 $1 \sim 2$ 位有效数字.

第四节 间接测量值误差的估算——误差传递公式

在很多实验中,我们进行的都是间接测量.间接测量量的结果是由直接测量结果根据一定的数学公式计算出来的.因为直接测量值都有误差,所以间接测量值也一定存在误差,由直接测量量的误差求间接测量量的误差的公式叫误差传递公式.

一、最大误差传递公式

设待测量 N 是 n 个独立的直接测量量 $A, B, C, \dots, H$ 的函数,即 $N = f(A, B, C, \dots, H)$,若各直接测量量的绝对误差分别为 $\Delta A, \Delta B, \Delta C, \dots, \Delta H$,则间接测量量 N 的绝对误差 ΔN 可先由数学求全微分的方法求得,即:

$$dN = \frac{\partial f}{\partial A} dA + \frac{\partial f}{\partial B} dB + \frac{\partial f}{\partial C} dC + \dots + \frac{\partial f}{\partial H} dH \quad (1-12)$$

由于 $\Delta A, \Delta B, \Delta C, \dots, \Delta H$ 分别相对于 $A, B, C, \dots, H$ 是一个很小的量,将式(1-12)中的 $dA, dB, dC, \dots, dH$ 用 $\Delta A, \Delta B, \Delta C, \dots, \Delta H$ 代替,则