21 SHIJI 世纪高职高专数学教材

高等应用数学

（上册）

上海高校《高等应用数学》编写组

GAODENG YINGYONG SHUXUE

立信会计出版社
LIXIN KUAIJI CHUBANSHE

21世纪高职高专数学教材

高等应用数学

（上册）

上海高校《高等应用数学》编写组

立信会计出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等应用数学．上册/上海高校《高等应用数学》编写组编．—上海：立信会计出版社，2005.8
21世纪高职高专数学教材
ISBN 7-5429-1485-5

Ⅰ.高… Ⅱ.上… Ⅲ.应用数学-高等学校：技术学校-教材 Ⅳ.029

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第087598号

出版发行	立信会计出版社
经　　销	各地新华书店
电　　话	(021)64388409 (021)64391885(传真) (021)64695050
网上书店	*www.Lixinbook.com* (021)64388132
地　　址	上海市中山西路2230号
邮　　编	200235
网　　址	*www.lixinaph.com*
E-mail	*lxaph@sh163.net*
E-mail	*lxzbs@sh163.net*(总编室)

印　　刷	立信会计常熟市印刷联营厂
开　　本	890×1240毫米　1/32
印　　张	8.375
字　　数	210千字
版　　次	2005年8月第1版
印　　次	2006年6月第2次
印　　数	5 001—10 000
书　　号	ISBN 7-5429-1485-5/O·0004
定　　价	16.00元

如有印订差错　请与本社联系

《高等应用数学》编写组

顾　问　胡启迪(上海教育考试院原院长、教授)

主　编　朱弘毅

编　委　(按姓氏笔画排列)

车荣强　田　丽　朱弘毅　苏海容　刘柏林

陈宝冲　张福康　赵斯泓　俞国胜　陶明诚

黄丽萍

主　审　李重华(上海交通大学教授、东海职业技术学院副院长)

审稿组　(按姓氏笔画排列)

朱德通(上海师范大学)　李重华(东海职业技术学院)

杨晓斌(上海财经大学)　俞建新(上海农林职业技术学院)

姚力民(上海商学院)

《高等应用数学》上册

副主编　苏海容(上海商学院)　张福康(东海职业技术学院)

车荣强(上海金融学院)　田　丽(上海农林职业技术学院)

陶明诚(上海工会管理干部学院)

序

由于普通高校的连年扩招以及高等教育的多渠道教学，使我国高等教育的毛入学率呈现连年增长的趋势。有数据表明，全国的毛入学率已接近20%，而上海、北京等地已超过了50%。这意味着我国的高等教育已从改革开放初期的“精英化”阶段进入到当今的“大众化”阶段，有的地方还向“普及化”阶段迈进，实现了高等教育的跨越式发展。作为大众化阶段的高等教育，其重要特点是多样性，具体表现在高等学校的多层次、多类型（研究型、教学型、高职型、社区型）；人才培养模式的多样性；毕业就业的多样性；社会对高等教育人才培养需求的多样性等。而其中高等职业教育的改革和发展在高等教育的改革和发展中，起着基础性作用，在为实现“造就数以亿计的高素质劳动者、数以千百万计的专门人才和一大批拔尖创新人才”的目标中，占有重要的一块。历史与科技发展的实践告诉我们，在高等教育的基础方面，高等数学是不可或缺的课程，它是大学生必需的基本技能、必备的文化修养。现在的问题是，如何在有限的课时下，根据教学对象和目标精选内容、架构体系、学以致用。面对高等教育中高职与高专这样一个特殊的学习群体，在当前教育形势下，编写一本有针对性的高等数学教材，成为许多人的愿望，也是教材建设中的重要任务。展示在我们眼前的《高等应用数学》，正是应运而生的教材。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

前　言

在高等职业教育迅速发展的基础上，为了适应高职高专教育改革的需要，在上海市教委的领导下，组建了“上海高校《高等应用数学》编写组”，朱弘毅任《高等应用数学》主编，为高职高专编写一本具有高职高专特色的数学教材。

《高等应用数学》分上、下两册。上册内容包括函数、极限与连续、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分及其应用、一阶微分方程及其应用、多元函数微积分，共七章。下册内容包括矩阵（含行列式）、线性方程组、事件与概率、随机变量分布与数字特征、统计分析，共五章。

本教材按照“以应用为目的、以必需够用为度”的原则，以“理解基本概念、掌握运算方法及应用”为依据，参照高职高专基础课教学基本要求，结合数学课程教学改革的实际情况和教学经验编写的。本书力求深入浅出，按照高职高专培养目标选取教材内容、把握好推理和运算能力的深度；本书立足“好教、好学”，每节后配有习题，每章后配有复习题。本书内容富有弹性，教师可根据本校的特点与实际情况进行选择。

本书由上海教育考试院原院长胡启迪教授任顾问。《高等应用数学》由李重华教授主审，参加审稿的还有朱德通、杨晓斌、姚力民、俞建新，他们认真审阅原稿，提出了许多宝贵意见。本书在编写和出版过程中得到胡启迪教授、上海市教委高教处徐国良同志、立信会计出版社孙时平总编辑、徐雪芬副社长、蔡莉萍编辑及审稿组各位专家的支持和帮助，在此表示衷心的感谢。

由于编者水平有限，书中难免有错误与不妥之处，敬请广大读者和同行批评指正。

朱弘毅

2005 年 8 月

目　　录

第一章　函数、极限与连续 …… 1
第一节　函数 …… 1
一、函数的概念 …… 1
二、函数的几何特性 …… 5
习题 1-1 …… 7
第二节　初等函数 …… 8
一、基本初等函数 …… 8
二、复合函数 …… 12
三、初等函数 …… 14
习题 1-2 …… 14
第三节　极限的概念 …… 15
一、数列的极限 …… 15
二、函数的极限 …… 17
习题 1-3 …… 23
第四节　无穷小与无穷大 …… 24
一、无穷小与无穷大 …… 24
二、无穷小的性质 …… 26
三、无穷小的阶 …… 27
习题 1-4 …… 28
第五节　极限的运算法则 …… 28
一、极限的四则运算法则 …… 29

二、未定式的极限 …… 32
习题 1-5 …… 34
第六节 两个重要极限 …… 35
一、极限存在准则 …… 35
二、$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=1$ …… 35
三、$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{x}=e$ …… 37
习题 1-6 …… 39
第七节 函数的连续性 …… 39
一、函数连续的概念 …… 39
二、函数的间断点 …… 42
三、连续函数的运算法则 …… 43
四、闭区间上连续函数的性质 …… 45
习题 1-7 …… 46
复习题一 …… 47

第二章 导数与微分 …… 49
第一节 导数的概念 …… 49
一、导数的概念 …… 49
二、导数的几何意义 …… 54
三、可导与连续的关系 …… 55
习题 2-1 …… 57
第二节 函数和、差、积、商的求导法则 …… 57
习题 2-2 …… 60
第三节 复合函数的求导法则 …… 61
习题 2-3 …… 65
第四节 隐函数的求导法则 …… 65

一、隐函数的求导法则 …… 65
二、对数求导法 …… 67
习题 2-4 …… 69
第五节　高阶导数 …… 69
习题 2-5 …… 71
第六节　函数的微分 …… 71
一、微分的概念 …… 71
二、可微与可导的关系 …… 72
三、微分的运算法则 …… 74
习题 2-6 …… 76
第七节　边际分析与弹性分析 …… 76
一、常用的经济函数 …… 76
二、边际分析 …… 79
三、弹性分析 …… 81
习题 2-7 …… 85
复习题二 …… 86

第三章　导数的应用 …… 89
第一节　函数的单调性及其判别法 …… 89
一、微分中值定理 …… 89
二、函数单调性的判别法 …… 92
习题 3-1 …… 94
第二节　函数的极值及其求法 …… 95
一、函数极值的概念与极值存在的必要条件 …… 95
二、极值存在的充分条件 …… 97
习题 3-2 …… 100
第三节　函数的最大值、最小值及其应用 …… 101
一、闭区间上连续函数的最大值、最小值的求法 …… 101

二、求实际问题的最大值或最小值举例 …… 101
三、极值在经济中的应用 …… 102
习题 3-3 …… 105
第四节 曲线的凹凸及函数图形的描绘 …… 106
一、曲线的凹凸与拐点 …… 106
二、渐近线 …… 109
三、函数图形的描绘 …… 110
习题 3-4 …… 113
第五节 罗必塔法则 …… 114
一、$\frac{0}{0}$型未定式 …… 114
二、$\frac{\infty}{\infty}$型未定式 …… 115
三、其他未定式 …… 117
习题 3-5 …… 119
复习题三 …… 120

第四章 不定积分 …… 123
第一节 不定积分的概念与性质 …… 123
一、原函数及不定积分的概念 …… 123
二、不定积分的性质 …… 126
三、基本积分公式 …… 128
习题 4-1 …… 131
第二节 换元积分法 …… 132
一、第一类换元积分法 …… 132
二、第二类换元积分法 …… 138
习题 4-2 …… 140
第三节 分部积分法 …… 141

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

习题 4-3 …… 145
复习题四 …… 146

第五章　定积分 …… 148
第一节　定积分的概念 …… 148
一、引例 …… 148
二、定积分的定义 …… 150
习题 5-1 …… 152
第二节　微积分基本公式和定积分的性质 …… 152
一、积分上限的函数及其导数 …… 152
二、微积分基本公式 …… 153
三、定积分的性质 …… 154
习题 5-2 …… 156
第三节　定积分的计算方法 …… 157
一、定积分的换元积分法 …… 157
二、定积分的分部积分法 …… 160
习题 5-3 …… 162
第四节　定积分的应用 …… 163
一、平面图形的面积 …… 164
二、定积分在经济上的应用 …… 166
习题 5-4 …… 168
第五节　无穷区间上的反常积分 …… 169
习题 5-5 …… 171
复习题五 …… 172

第六章　一阶微分方程 …… 175
第一节　微分方程的概念与一阶微分方程 …… 175
一、微分方程的概念 …… 175

二、一阶微分方程 …… 176
习题 6-1 …… 181
第二节 微分方程应用举例 …… 182
习题 6-2 …… 184
复习题六 …… 185
第七章 多元函数微积分 …… 187
第一节 空间直角坐标系及曲面 …… 187
一、空间直角坐标系 …… 187
二、空间曲面 …… 189
习题 7-1 …… 190
第二节 多元函数的基本概念 …… 191
一、多元函数的概念 …… 191
二、二元函数的极限与连续 …… 193
习题 7-2 …… 194
第三节 偏导数与全微分 …… 195
一、偏导数的概念 …… 195
二、二阶偏导数 …… 197
三、全微分 …… 198
习题 7-3 …… 200
第四节 复合函数与隐函数的求导法则 …… 200
一、二元复合函数的求导法则 …… 200
二、隐函数的求导法则 …… 203
习题 7-4 …… 204
第五节 二元函数的极值 …… 205
习题 7-5 …… 208
第六节 二重积分 …… 208
一、二重积分的概念 …… 208
二、二重积分的性质 …… 210

三、二重积分的计算 …… 211
习题 7-6 …… 218
复习题七 …… 219

附录一　习题答案 …… 222
附录二　数学公式 …… 250

第一章　函数、极限与连续

函数和极限是微积分学的重要基础，本章介绍函数、极限和连续的基本概念、极限的性质和极限的计算方法。

第一节　函　　数

一、函数的概念

在客观世界中，运动与变化无处不在，在运动变化过程中涉及各种各样的量。在某一变化过程中保持不变的量称为**常量**，而在某一变化过程中不断改变的量，则称为**变量**。

在我们观察或研究一个现象或问题时，可能涉及多个变量，这些变量的变化并不是孤立的，它们之间往往有一种确定的相依关系，这就是函数关系。

【例 1】 考虑圆的面积 A 与它的半径 r 之间的相依关系有如下关系：

$$A=\pi r^2$$

当半径 r 在区间$(0,+\infty)$内任意取定一个数值 r_0 时，对应的圆面积 A 随之有一个确定的数值与之对应，由如下规则：

$$\pi(\quad)^2$$

确定，得对应的圆面积为 πr_0^2。

【例 2】 设某工厂每天生产产品 A 的能力为 9 000 袋，机械设备等固定成本为 18 800 元，生产每一袋产品需要人工费和材料费共 60 元(通常称为可变成本)，那么该厂每天的总成本 C 与产量 Q 之间有如

下的相依关系：

$$C=18\,800+60Q$$

当产量 Q 在数集 $\{0,1,2,\cdots,9\,000\}$ 上任意取定一个数值 Q_0 时，总成本 C 随之有一个确定的数值与之对应，这种对应关系由如下规则：

$$18\,800+60\times(\quad)$$

确定，得对应的总成本为 $18\,800+60Q_0$。

由上述两个例题所讨论的变量之间的相依关系得到一般的函数定义。

定义 设在某一个变化过程中有两个变量 x 和 y，如果对于变量 x 在某个变化范围 D 内的每一个确定值，按照某种对应法则 f，变量 y 有一个唯一确定的值与之对应，则称变量 y 是定义在数集 D 上的变量 x 的函数，并记作 $y=f(x)$。其中 x 称为**自变量**，y 称为**因变量**，自变量 x 的取值范围 D 称为函数 $f(x)$ 的**定义域**。

有时，为方便起见，用 $y=y(x)$ 表示变量 y 是变量 x 的函数。

当 x 在其定义域 D 内取定确定值 x_0 时，按照对应法则 f 得到唯一的对应值 y_0，则称 y_0 为 $x=x_0$ 时的**函数值**，记作

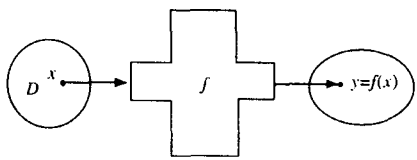
$$y_0=f(x_0) \quad 或 \quad y_0=y|_{x=x_0}$$

当 x 取遍 D 中一切值时，它所对应的函数值全体组成的集合

$$R_f=\{y|y=f(x),\ x\in D\}$$

称为函数 $y=f(x)$ 的**值域**。

函数的这种形式，如同一部机器，把 D 中任一原料 x，输入机器 $f(\quad)$，便能产出一个唯一确定的实数 y，即 $f(x)$，如图 1-1 所示。



函数 $y=f(x)$

图 1-1

由函数的定义可知，构成函数有两个要素：函数的定义域及函数的对应法则。如果两个函数的定义域和对应法则完全相同，那么这两个函数相同。

例如，$y=\lg x^2$ 与 $y=2\lg x$ 是两个不相同的函数。因为前者的定义域是$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$，后者的定义域是$(0,+\infty)$，两者的定义域不同，所以是不相同的函数。而 $y=\sqrt{x^2}$ 与 $y=|x|$ 是相同的函数。

一般地，对于现实世界的一个特定对象，为了一个特定目的，根据特有的内在规律，作出一些必要的简化假设，运用适当的数学工具，得到一个数学结构，则称这个数学结构为数学模型。函数就是一种刻划变化过程中变量之间相依关系的数学模型，由于应用函数概念，称这种数学模型为函数模型。以后，我们将讨论导数、积分、微分方程，这些基本概念都是从实际问题中引出的不同类型的数学结构，都是数学模型。

如果函数是由一个解析式表达时，那么使得该解析式有意义的自变量的取值范围就是函数的定义域。

【例 3】 求函数 $y=\dfrac{\sqrt{2x-5}}{x^2+2x-15}$ 的定义域。

解 对于$\sqrt{2x-5}$来说，x 必须满足 $2x-5\geqslant 0$；对于分母 $x^2+2x-15$ 来说，x 必须满足 $x_2+2x-15\neq 0$，所以 x 必须满足不等式组。

$$\begin{cases}2x-5\geqslant 0\\ x_2+2x-15\neq 0\end{cases}$$

解不等式组得 $\begin{cases}x\geqslant\dfrac{5}{2}\\ x\neq 3 \text{ 且 } x\neq -5\end{cases}$，所以定义域为$\left[\dfrac{5}{2},3\right)\cup(3,+\infty)$

【例 4】 求函数 $f(x)=\dfrac{\lg(3-x)}{\sqrt{x-1}}$ 的定义域。

解 在对数式中，真数必须大于零，所以 $3-x>0$；由于偶次根式中的被开方式必须大于等于零，且分母不能等于零，所以 $x-1>0$，从

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com