



对外经济贸易大学
远程教育系列教材

概率论与数理统计

Probability and Mathematical Statistics

李博纳 编著

清华大学出版社





对外经济贸易大学
远程教育系列教材

概率论与数理统计

Probability and Mathematical Statistics

李博纳 编著

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书是专门为以自学为主接受高等本科教育的学生编写的教科书。教材沿袭传统的理论体系,并其经过长期的推敲,共分八章,内容包括:随机事件与概率、一维随机变量及其分布、多维随机变量及其分布、数字特征、大数定律与中心极限定理、抽样分布、参数估计和假设检验。

本书可作为远程网络学习、高等教育自学考试、学历教育和成人教育等教材或教学参考书。

版权所有,翻印必究。举报电话:010-62782989 13501256678 13801310933

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

本书防伪标签采用特殊防伪技术,用户可通过在图案表面涂抹清水,图案消失,水干后图案复现;或将表面膜揭下,放在白纸上用彩笔涂抹,图案在白纸上再现的方法识别真伪。

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计/李博纳编著. 北京:清华大学出版社,2006.9

(对外经济贸易大学远程教育系列教材)

ISBN 7-302-13689-0

I. 概… II. 李… III. ①概率论—高等学校—教材 ②数理统计—高等学校—教材 IV. O21

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第097347号

出 版 者: 清华大学出版社 地 址: 北京清华大学学研大厦

<http://www.tup.com.cn> 邮 编: 100084

社 总 机: 010-62770175 客 户 服 务: 010-62776969

责任编辑: 纪海虹

印 装 者: 清华大学印刷厂

发 行 者: 新华书店总店北京发行所

开 本: 185×230 印张: 16.25 插页: 1 字数: 331千字

版 次: 2006年9月第1版 2006年9月第1次印刷

书 号: ISBN 7-302-13689-0/O·569

印 数: 1~5000

定 价: 26.00元

总 序

中国远程教育的发展经历了三代：第一代是函授教育；第二代是广播电视教育；20世纪90年代，随着现代信息技术的发展，以网络为基础的第三代现代远程教育应运而生。到目前为止，教育部批准开展现代远程教育试点的高校共67所。对外经济贸易大学远程教育学院（简称“贸大远程”）是在中国加入WTO后的第一年，2002年3月正式成立的。

现代远程教育作为新生事物，对传统的教学模式、学习习惯、获取新知的途径等产生了巨大的冲击。如何在网络时代打造学习型社会，构筑终身教育体系，是当今时代的重大课题，现代远程教育试点高校为此进行了许多卓有成效的探索。在网络教育的具体实践中，贸大远程始终坚持依托学校的整体优势和特色，坚持知识的内在逻辑性与职业、行业的市场需求的统一，坚持开展面向广大在职人员的现代远程教育，逐步形成了独具我校特色的“7+1”学习模式（即网络课堂、网上答疑、课程光盘、教材资料、适量面授、网上串讲、成绩检测，以及第二课堂活动），为学生个性化学习提供了广阔的空间。自2003年起，贸大远程连续3年蝉联新浪网、择校网、搜狐网和《中国电脑教育报》联合评出的全国“十佳网络教育学院（机构）”称号。值得一提的是，“国际贸易实务”课程荣获国家级奖项，“商务英语”等7门课程荣获北京市优秀教材一等奖和精品课程称号，另有10余门课程在全国性的远程教育课程展示会上获得大奖。

几年来丰富的现代远程教育实践和教学经验积累，为我们出版成龙配套的贸大远程系列教材奠定了坚实的基础。目前，普通高等学校的现有教材并不完全适合远程教学，市面上真正用于现代远程教育的成规模的网络教材还不多见，与网络课件相配套的系列教材更是寥寥



无几,因此为接受远程教育的广大莘莘学子专门设计符合他们需要的教材已成为现代远程教育发展的迫切需求。

基于以上原因,贸大远程按照学校一级教学管理体制,本着为社会、为学生服务的宗旨,致力于教学质量的保证和提高,特聘请了国际经济与贸易学院、金融学院、国际商学院、英语学院、公共管理学院等学院的优秀教师,以目前开设的两个学历层次的7个专业为依据,以现有的导学课件为基础,编写了这套远程教育系列教材。本套教材共分为外语、经济贸易、工商管理、法律、金融与会计、行政管理、综合7大系列,全面覆盖两个学历层次7个专业的上百门课程。为了打造贸大远程优质教材品牌,我们与清华大学出版社和对外经济贸易大学出版社达成协议,计划3年之内全部出齐。

本套教材在策划编写过程中,严格遵循现代远程教育人才培养的模式与教学客观规律,充分考虑到远程学生在职和成人继续教育业余学习的实际情况,专门为远程学生量身定制而成,具有较强的针对性、实用性和可操作性。本套教材的编写具有如下特点。

一、在教材体系和章节的安排上,严格遵循循序渐进、由浅入深的教学规律;在对内容深度的把握上,考虑远程教育教学对象的培养要求和接受基础,其专业深度比本科有所降低,基础面相对拓宽,不是盲目将内容加深、加多,而是做到深浅适中、难易适度。

二、在每章开篇给出明确的学习目标与重点难点提示,涵盖了教学大纲的重点或主要内容。相对于传统的学校教育,远程教育更倚重于学生的自学能力和自控能力。明确的教学目标有利于学生带着任务有目的地学习。同时,教材中充分考虑到了学生学习时可能遇到的问题,给他们以提示和建议。由于本套教材的作者都是经过挑选的具有长期教学经验的优秀教师,且大多数作者都来自远程教学的第一线,是远程网络课件的主讲老师,能够为学生提供更加丰富的、切中要害的问题解答,从而使远程学生在学习时少走弯路。

三、在章后和书后分别设置“同步测练与解析”和“综合测练与解析”栏目,涵盖了本章及本书的重要知识点,并给出了详尽的参考答案,对难题还进行分析点评,列出解题思路与要点,更加方便学生自学。测验是检验教学目标是否达到的有效手段。由于远程学生是在虚拟的网络课堂上课,远离教师,处于相对独立的学习环境;教师不能通过直接交流了解学生对学习内容的掌握情况;学生也由于与教师、同学之间的分离,无法判断自己的学习状况。针对这种情况,我们在教材中设置了大量自测自练题目。旨在通过这种自测自练方式,积极引导学生及时消化和吸收所学知识,不断加深对教材内容的理解,阶段性检查学习效果,全面复习和掌握所学知识,综合评判自己对知识的掌握程度,巩固最终学习成果。

四、考虑到有些专业课程具有较强的社会实践性,在教材的编写上也力争做到理论联系实际,注重案例的引入。尽可能安排一个或多个案例,并进行详细的分析讲解。旨在通过案例教学,对课程重点难点进行深化分析和实操训练,加强学生对知识点的理解和记忆,强化学生分析问题、解决问题的能力以及动手操作能力。

在本套教材的编写与出版过程中,我们得到了众多业界专家学者的真诚理解与支持,得

到了清华大学出版社与对外经济贸易大学出版社的通力合作,在此向他们一并致以衷心的感谢。在前所未有的战略机遇期和“十一五”期间,相信本套教材的出版,必将是全国远程教育界一件很有意义的事情。衷心祝愿现代远程教育在建立学习型社会、构筑终身教育体系的进程中,在推动中国教育事业向现代化大教育形态的历史转变中,迈出更大更坚实的脚步。

对外经济贸易大学远程教育学院院长

谢毅斌

2006年7月于北京

前 言

概率论与数理统计一般是学生接触的第一门以不确定性现象为研究对象的学科. 由于概念、术语以及数量关系的陌生, 学生学习中常常感到不适应, 特别是数学基础薄弱或者以自学为主的学生. 对于非数学专业的学生, 学习概率论与数理统计的目的在于应用, 或者仅在于提高数学素养. 即使如此也只有对它的知识体系有较严谨、全面的了解, 才能达到目的.

本书的编写即从上述两点出发, 力求做到理论体系严谨, 又尽量争取易读. 即尽量用通俗的语言讲解数学概念、定理的内涵, 对解题思路作出分析, 对知识点进行条理, 以减少学习的困难.

为了方便学习, 本书按小节配备了练习题. 难度较大的题目, 题号前标有符号(B), 读者可根据要求选作.

本书可作为有中学数学及微积分基础的学生学习概率论与数理统计的教材. 鉴于有些学生对于集合与排列、组合的知识薄弱, 书后附有“集合基础知识”与“排列、组合基础知识”介绍.

由于水平、能力所限, 书中错误与不足之处, 恳请读者批评指正.

编者

2005年12月



目 录

导言	1
第一章 随机事件与概率	3
第一节 随机事件	4
同步测练	11
第二节 等可能概型、几何概型	12
同步测练	22
第三节 概率的公理化定义	23
同步测练	26
第四节 条件概率与全概公式	26
同步测练	33
第五节 独立性	34
同步测练	40
第二章 随机变量及其分布	43
第一节 随机变量	44
同步测练	45
第二节 离散型随机变量的分布律	45
同步测练	52
第三节 随机变量的分布函数	53
同步测练	57
第四节 连续型随机变量的概率密度	57
同步测练	66



第五节 随机变量函数的分布	67
同步测练	71
第三章 多维随机变量及其分布	73
第一节 二维随机变量的联合分布	74
同步测练	85
第二节 边缘分布	86
同步测练	90
第三节 相互独立的随机变量	90
同步测练	95
第四节 多维随机变量函数的分布	96
同步测练	102
第四章 随机变量的数字特征	104
第一节 数学期望	105
同步测练	113
第二节 方差	114
同步测练	118
第三节 几种重要分布的期望、方差	119
同步测练	122
第四节 协方差与相关系数	123
同步测练	129
第五章 大数定律与中心极限定理	132
第一节 大数定律	133
同步测练	136
第二节 中心极限定理	137
同步测练	144
第六章 抽样分布	145
同步测练	157
第七章 参数估计	159
第一节 点估计	160

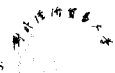
同步测练	167
第二节 估计量的评选标准	167
同步测练	170
第三节 正态总体参数的区间估计	170
同步测练	174
第八章 假设检验	177
第一节 假设检验	178
第二节 正态总体均值的假设检验	182
同步测练	186
第三节 正态总体方差的检验	187
同步测练	191
综合测练	193
综合测练(一)	193
综合测练(二)	197
综合测练(三)	199
附录	203
附录 A 集合基础知识介绍	203
附录 B 排列、组合基础知识	206
附录 C 分布表	211
同步测练解析	228
综合测练解析	240



CONTENTS

Introduction	1
Chapter 1 Random Event and Probability	3
1.1 Random event	4
Exercises	11
1.2 Classical probability model and geometric probability model	12
Exercises	22
1.3 Axiomatic definition of probability	23
Exercises	26
1.4 Conditional probability and total probability rule	26
Exercises	33
1.5 Independence	34
Exercises	40
Chapter 2 Random Variable and its Distribution	43
2.1 Random variable	44
Exercises	45
2.2 Distribution law of discrete random variable	45
Exercises	52

2.3	Distribution function of random variable	53
	Exercises	57
2.4	Probability density function of continuous random variable	57
	Exercises	66
2.5	Distribution for the function of a random variable	67
	Exercises	71
Chapter 3 Multidimensional Random Variable and its Distribution		73
3.1	Joint distribution of bi-dimensional random variable	74
	Exercises	85
3.2	Marginal distribution	86
	Exercises	90
3.3	Independence of random variables	90
	Exercises	95
3.4	Distribution for the function of a multidimensional random variable	96
	Exercises	102
Chapter 4 Digital Characteristic of Random Variable		104
4.1	Mathematical expectation	105
	Exercises	113
4.2	Variance	114
	Exercises	118
4.3	Expectations and Variances of several important distributions	119
	Exercises	122
4.4	Covariance and correlation coefficient	123
	Exercises	129
Chapter 5 Law of Large Number and Central Limit Theorem		132
5.1	Law of large number	133
	Exercises	136
5.2	Central limit theorem	137
	Exercises	144
Chapter 6 Sampling Distribution		145
	Exercises	157



Chapter 7 Parametric Estimation	159
7.1 Point estimation	160
Exercises	167
7.2 Evaluation of statistic	167
Exercises	170
7.3 Interval estimations for parameters of normal population	170
Exercises	174
Chapter 8 Hypothesis Testing	177
8.1 Hypothesis testing	178
8.2 Hypothesis testing for Mean of normal population	182
Exercises	186
8.3 Hypothesis testing for Variance of normal population	187
Exercises	191
Comprehensive Test	193
Comprehensive Test 1	193
Comprehensive Test 2	197
Comprehensive Test 3	199
Appendix	203
Appendix A The basics of Set theory	203
Appendix B The basics of array and combination	206
Appendix C Distribution tables	211
Answers of exercises	228
Answers of Comprehensive Tests	240

I

INTRODUCTION

导 言

让我们先来了解“概率论与数理统计”这门课程研究的对象和内容。

在自然界与人类社会普遍存在着两类现象：一类是确定现象，指的是在一定条件下，事情在发生之前就清楚结果如何；一类为不确定现象，即条件相同，事情的结果却不一定。例如，手拿一枚硬币，松开手，硬币往下落；种瓜得瓜，种豆得豆；早上太阳从东方升起；都属确定现象。但是，当我们关心的是落下去的硬币哪一面朝上，瓜长多大，豆结多少，日出时云是否遮挡，结果却不唯一，事前难以确定什么结果发生。再如保险公司一年中的索赔人数，一个国家一年的国内产值 GDP，在发生之前，都难以确切知道结果。这些就属于不确定现象，也称为**随机现象**。

“概率论与数理统计”作为数学学科，关心的是随机现象的各种可能结果发生的可能性大小。

事实上，随机现象并不是一切都不确定，也有其确定的一面。以掷一枚均匀硬币为例，历史上多位数学家做过掷硬币的试验（见表 1）。发现随着投掷次数的增多，字面朝上的次数 n_1 与投掷次数 n 的比值 $\frac{n_1}{n}$ （称为频率）越来越接近 $\frac{1}{2}$ 。随机现象的这一规律，即随着试验次数的增多，任意一个结果发生的频率越来越靠近一个确定的数值，称为统计规律性，也称作频率稳定性。正是随机现象的这一自身规律，说明了随机现象的结果发生的可能性大小是随机现象的固有特征，从而使我们对它进行量的刻画成为可能。

“概率论与数理统计”研究的对象就是随机现象的统计规律性；对于随机现象的各种结果发生的可能性大小给予定量的刻画，是“概率论与数理统计”研究的核心内容。

表 1

试验者	试验次数 n	字面朝上次数 n_1	频率 $f_n(H)$
德·摩根	2 048	1 061	0.518 1
蒲丰	4 040	2 048	0.506 9
K. 皮尔逊	12 000	6 019	0.501 6
K. 皮尔逊	24 000	12 012	0.500 5

随着文化知识的普及,人们对“概率”这一数学术语已经并不陌生,有些地方的天气预报就有“明天降水概率 60%”等内容,已经知道降水概率 60%,说明下雨的可能性大,若降水概率为 20%,则表示下雨的可能性较小,“概率”就是描述随机现象的结果发生的可能性大小的量的指标.

本书的前五章介绍概率论的基本理论,简称“概率论”.后三章介绍如何以概率论的基本理论为基础,借助统计数据对随机现象作推断,简称“数理统计”.

随机事件与概率

学习目标

1. 理解随机试验的特点,掌握样本点、样本空间概念;
2. 理解随机事件概念,掌握事件之间的关系及其运算;
3. 理解概率的定义,掌握概率的基本性质,会应用这些性质进行概率的基本运算;
4. 掌握等可能概型定义,能熟练运用排列组合知识计算常见等可能概率问题,如随机抽样、排队、放盒子问题等;
5. 掌握几何概型的定义与概率的计算方法;
6. 熟练掌握条件概率、乘法公式、全概率公式、逆概率公式,以求较复杂事件的概率;
7. 理解两个事件相互独立的定义、推论;
8. 掌握三个事件相互独立与三个事件两两相互独立的定义及其区别;
9. 掌握伯努利概型的定义与事件 A 发生 k 次的概率的计算方法.
10. 理解实际推断原理.

重点难点提示

- 理解概率的定义,掌握概率的基本性质,会应用这些性质进行概率的基本运算;
- 古典概型事件的概率计算;条件概率的理解;全概率公式与贝叶斯公式的应用;事件独立性概念的理解.

引言

任何一门数学学科都有基本术语,数量之间的基本关系,从而为进一步的讨论打下基础,“概率论与数理统计”课程也是同样.第一章介绍“概率”中用到的基本概念、术语,随机事件之间的关系与运算,概率的基本关系式,再介绍应用非常广泛的两类概率问题:等可能概型与 n 重伯努利概型.



第一节 随机事件

一、随机试验与样本空间

1. 随机试验

研究随机现象的基本方法是试验与观察,从中找出规律.例如市场上同一品牌灯泡的寿命也会有很多种可能,要监控灯泡的质量,就要从中抽出一些灯泡进行测试,找出灯泡寿命的规律,如质量好与坏所占的比例等.有些随机现象则只能通过客观观察进行记录,例如国内产值 GDP 则是通过记录各个年份的数据,以找出这一随机现象的规律.为此给出以下定义.

定义 1.1 对随机现象作试验或观察,若具有如下三个特点:

- (1) 可以在相同条件下重复进行;
- (2) 试验的可能结果不唯一,全部可能结果清楚;
- (3) 试验前不能确定哪一个结果发生.

则统称这些试验或观察为随机试验(random experiment),记作 E .

注意:关于“相同条件”只能是相对而言,事实上正因为有很多不确定因素的影响,才造成了结果的不确定性.

2. 样本点、样本空间

随机试验的每一个结果称为**样本点**(sample point),记作 e, ω 等.

全部可能结果,即全体样本点组成的集合,称为**样本空间**(sample space),记为 S ,即 $S = \{e\}$.

例 1 看如下随机试验与相应的样本空间.

(1) E_1 : 掷一颗色子,观察朝上一面的点数.

显然这一试验可以在相同条件下重复进行,共有 6 种可能结果,投掷之前不知朝上面的点数是多少,其为随机试验.

样本空间为 $S_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$,其中 1, 2, 3, 4, 5, 6 点均为样本点.

(2) E_2 : 一枚硬币掷两次,观察朝上面的情况.记字面朝上为正,朝下为反.

样本空间为 $S_2 = \{\text{正正}, \text{正反}, \text{反正}, \text{反反}\}$,有 4 个样本点.

(3) E_3 : 记录电话交换台一段时间内接到的交换次数.

样本空间为 $S_3 = \{0 \text{ 次}, 1 \text{ 次}, 2 \text{ 次}, \dots\}$,理论上说可以有无穷多次,即有无穷多样本点.

(4) E_4 : 对灯泡做破坏性试验,记录灯泡的寿命.