人教版新教材

同步学案

黄冈兵法

黄冈市3+X课题组 编

高一数学

陕西师范大学出版社

军人打仗以《孙子兵法》为尊
学生考试以《黄冈兵法》为尚

每个人的潜能远远超过已经实现的那一半
你的大脑就像一个沉睡的巨人
成功的关键在于需要火种去点燃
《黄冈兵法》——采集火种的奥林匹斯山

ISBN 7-5613-1803-0

9 787561 318034 >

ISBN 7-5613-1803-0/G·1350

定价：12.00元

同步学案

黄冈兵法

主　编　吴莫林
副主编　王海云　何小杰
编　者　常　凯　申俊太　吴莫林　朱志刚
　　　　蒋国辉　王海云　何小杰　王宪生
　　　　姜晓涛　周少浦

高一数学

陕西师范大学出版社

图书代号:JF191600

图书在版编目(CIP)数据

黄冈兵法·高一数学/吴莫林编－西安:陕西师范大学出版社,2001
ISBN 7－5613－1803－0

Ⅰ.黄　…　Ⅱ.吴　…　Ⅲ.数学课－高中－升学参考资料　Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 25514 号

责任编辑	焦春生
封面设计	徐　明
责任校对	郭健娇
技术设计	徐　明
出版发行	陕西师范大学出版社
社　　址	西安市陕西师大 120 信箱(邮政编码:710062)
网　　址	http://www.snuph.com
经　　销	新华书店
印　　刷	西安百花印刷厂
开　　本	850×1168　1/32
印　　张	11.125
插　　页	2
字　　数	319 千
版　　次	2001 年 7 月第 1 版
印　　次	2001 年 7 月第 1 次
定　　价	12.00 元

开户行:西安工行小寨分理处　账　号:216－144610－44－815
读者购书、书店添货或发现印刷装订问题,请与发行科联系、调换。
电　话:(029)5251046(传真)　5233753　5307864
E－mail:　nuph@pub.xaonline.com

我们追求什么

——代出版说明

先说书名 这是一套依据人教版试验修订本教材编写的同步导学丛书。之所以叫“兵法”，表达了我们始终如一的追求：要拿出行军打仗的勇气和态度去对待学习与考试。高考是一场没有硝烟的战争，是人生最关键的一道坎，其残酷性与艰巨性往往只有当事者心知肚明，难以与外人启齿。能否打赢高考这一仗，得看装备精良与否。最好的装备，便是能够全方位、多角度提供学习方法、最实用攻关战略和最佳训练方案的“锦囊妙计”。古之战将有《孙子兵法》，所向披靡，战无不胜，攻无不克；而今学子有《黄冈兵法》，胜券在握，胸有成竹，必成硕果。

再说黄冈 湖北省黄冈市位于长江之滨，山清水秀，人杰地灵。历史上黄冈人因讲究兵法，涌现了共和国几百名将军，被称为“将军之乡”；因讲究教学之道，出现了李四光、闻一多等科学家和文学家，有“教授县”的美誉。近十几年来，黄冈人追求高效率的教育质量，每年考入北大、清华、中科大、复旦等名校的学生数以百计。黄冈严谨科学的教学方法和应考训练方法日益引起普遍关注。

3+X考试精神必须在同步教学中得到落实 3+X是一个新课题，每个学生必须直面挑战与考验。黄冈人勇于探索、追求，独创了“能力阶梯升级，考点分项落实”的教学方法，将3+X考试精神化繁为简、化难为易，逐条逐项落实到同步教学中去：突出重点，授之以渔；突破难点，培养能力。丛书根据国家教育部颁布的高一、高二年级课时标准、最新教学大纲的要求，突出新教材、新大纲中知识、能力、素质三元合一教学模式，建构全新的“方法、实

践、创新”三位一体的教学理念，侧重学法指导，启迪思维方法。训练题的设计，体现“精、活、新、准”的原则，一课一练，分层递进，既有课内“基础能力测试”，又有完全原创性的“应用创新”训练。让学生练在关键点上，在练中澄清概念；在练中掌握规律，思路清晰；在练中产生灵感，提高素质，完成知识向能力的成功过渡。

推广黄冈模式　创立世纪品牌　我社2000年7月出版的《黄冈高考兵法》，经过全国几百所中学教学效果检查，一致反映该丛书以教法独特、学法成功、高考试题命中率高的特点，一跃成为全国教辅品牌。在一片赞誉声中，丛书策划人和作者们并没有沾沾自喜，而是深入到全国数十所普通中学调研，听取意见和建议。今年，我们集中了黄冈一代名师群策群力，根据3+X考试内容和形式改革的逐渐深入、高考试题的最新走向，以及新科学、新技术的应用等问题，进行了专题讨论，并根据各科特点制订了同步学习的应对方案，其精华已经完全融入《黄冈兵法》丛书。我们有理由信赖她，并推广到全国。我们的追求是以《黄冈兵法》为火种，点燃全国各地中学生创新思维的火把；创立教辅品牌，修建一条通向名牌大学的高速公路。

请记住黄冈兵法要诀：

每个人的潜能远远超过已经实现的那一半

你的大脑就像一个沉睡的巨人

成功的关键在于需要火种去点燃

《黄冈兵法》——采集火种的奥林匹斯山

如果你对本书满意，请告诉你的同学与老师

如果你不满意，请告诉我们——你最诚恳的朋友

《黄冈兵法》策划组

MU LU 目录

第一章 集合与简易逻辑

1.1 集 合

学点聚焦 初步理解集合的概念,知道常用数集及其记法;初步了解"属于"关系的意义;初步了解有限集、无限集、空集的意义.

本节重点是集合的概念与表示方法,难点是运用集合的两种常用表示方法(列举法与描述法)正确地表示一些简单的集合.

1. 集合的概念与特征

集合是集合论中原始的、不定义的概念.某些指定的对象集在一起就成为一个集合(简称集),这只是对集合概念的描述性说明.

集合中的元素具有确定性和互异性,同时还具备无序性.

2. 集合的分类

按集合元素的个数是有限还是无限来分类,集合可分为有限集和无限集.特别的,不含任何元素的集合叫空集,记作 $\varnothing$.

3. 集合的表示方法

列举法:把集合中的元素一一列举出来,写在大括号内表示集合的方法.

描述法:用确定的条件表示某些对象是否属于这个集合的方法.换句话说,也就是把集合中元素的公共属性描述出来写在大括号内的方法.具体形式为$\{x\in A\mid P(x)\}$;有时也可以写成$\{x\in A:P(x)\}$或$\{x\in A;P(x)\}$.

图示法:用一条封闭曲线所围成图形的内部表示一个集合;另外,还可以利用数轴、平面直角坐标系等来表示集合.

4. 集合与元素符号

集合符号:常用大写拉丁字母表示.

元素符号:常用小写拉丁字母表示.

其中非负整数集(自然数集)用 N 表示;正整数集用 N_+ 或 N^A 表示;整数集用 Z 表示;有理数集用 Q 表示;实数集用 R 表示.

5. 元素与集合的关系

元素与集合的关系有“属于”与“不属于”两种.比如,a 是集合 A 的元素就说a 属于集合A,记为:$a\in A$;a 不是集合A 的元素就说a 不属于集合A,记为:$a\notin A$(或 $a\overline{\in}A$).

学法指导

1. 准确地理解集合的概念

一方面,集合是数学中的一个原始概念,只作描述性说明,另一方面集合具有确定性、互异性和无序性三个特性.这也是确定一组对象能否构成集合的根据.

互异性指同一个集合中的元素是互不相同的个体,比如$\{1, 1, 2\}$这样表示的集合就不正确,因为它的元素有重复的现象,不满足互异性,正确的记法为$\{1, 2\}$;确定性指元素与集合的关系是非常明确的,要么该元素属于集合,要么该元素不属于集合,而不会模棱两可.比如,元素 2 与集合 $A=\{1, 2, 3, 4\}$; $B=\{1, 3\}$的关系分别是:$2\in A$, $2\notin B$;无序性指集合中的元素是不排序的,比如$\{1, 2\}$与$\{2, 1\}$是同一个集合.

2. 准确地把握集合的表示方法

集合的表示方法是初学者的难点,因此学习中要把握好其要点.尤其是描述法,其形式$\{x\in A\mid P(x)\}$.其中 $P(x)$表示集合中的元素 x 都具有的公共属性.比如:不大于 5 的正奇数集合可表示成$\{x\in R\mid 1\leqslant x\leqslant 5, x$ 是奇数$\}$,如果从上下文看 $x\in R$ 是明确的,亦可记作$\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 5, x$ 是奇数$\}$.

另外,注意区别以下几个集合的不同:

$A=\{(x,y)\mid y=x^2,\ x\in R\}$

$B=\{y\mid y=x^2,\ x\in R\}$

其中 A 指抛物线 $y=x^2$ 上所有点组成的集合,B 是抛物线 $y=x^2$ 上所有点的纵坐标的集合即 $C=\{y\mid y\geqslant 0\}$.

在集合表示方法的选取上,由于各类表示方法各有其优点,一般来说,无限集一般不选用列举法.另外,同一集合可以有多种不同的表示形式.

能力跳板

【例 1】 判断下列说法是否正确?并说明理由.

(1) 某班较瘦的同学组成一个集合;

(2) 集合$\left\{1, \dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{4}, 0.5, 0.8\right\}$有 5 个元素;

(3) 高一年级全体学生组成一个集合；

(4) 集合 $A=\{(1, -3)\}$ 与 $B=\{(-3, 1)\}$ 是同一集合.

策略 从集合三个特征入手.

解答 (1) 错. 因为集合中的每个对象都是确定的."较瘦的"是一个模糊的不确定的标准. 因此(1)是错误的.

(2) 错. 对于一个给定的集合它的元素必须是互异的,即集合中任何两个元素都应是不同的,所以这个集合只能有 4 个元素而不是 5 个.

(3) 对. 完全符合集合的特征.

(4) 错. $A=\{(1, -3)\}$ 表示的是点 $(1, -3)$ 组成的集合, $B=\{(-3, 1)\}$ 表示的是点 $(-3, 1)$ 组成的集合. 因此集合 A、B 是不相同的.

总结 1° 判断某组对象是否为集合必须同时满足三个特征,缺一不可.

2° 注意区分数集与点集的不同.

【例 2】 用列举法表示下列集合:

(1) {平方后等于 4 的数};

(2) {绝对值不大于 3 的整数};

(3) $\{y \mid y=x^2-2, x<3, x\in N\}$;

(4) $\{(x, y) \mid y=x^2-2, x<3, x\in N\}$.

策略 列举法就是将集合中的元素不重复、不计次序、不遗漏地列出来.

解答 (1) 因为平方等于 4 的数有 2 和 -2. 所以平方后等于 4 的数的集合是 $\{2, -2\}$;

(2) 因为绝对值不大于 3 的整数有 $-3, 3, -2, 2, -1, 1, 0$. 所以绝对值不大于 3 的整数组成的集合是 $\{-3, 3, -2, 2, -1, 1, 0\}$;

(3) 因为 $x<3$, $x\in N$, 所以 $x=0, 1, 2, 3$. 所以 $y=-2, -1, 2, 7$.

所以 $\{y \mid y=x^2-2, x<3, x\in N\}$ 用列举法表示为 $\{-2, -1, 2, 7\}$;

(4) 由上题知, $\{(x, y) \mid y=x^2-2, x<3, x\in N\}$ 用列举法表示为 $\{(0, -2), (1, -1), (2, 2), (3, 7)\}$.

总结 1° 数学语言的转换是数学解题的重要方法之一,数学中的符号语言、文字语言及图形语言的互相转换,值得重视.

2° (3)、(4) 小题中形式非常类似,但本质不同,前者为数集,后者为点集.

【例 3】 用描述法表示下列集合:

(1) 偶数集;

(2) 被 3 除余 2 的正整数集合；

(3) 坐标平面内在第一象限的点组成的集合；

(4) $\{1, 3, 5, 7, 9\}$.

策略　用描述法表示一个集合，关键是找准集合元素的公共属性，既要每一个元素共有，又要不为集合外元素所具有.

解答　(1) $\{x \mid x=2n,\ n\in Z\}$；

(2) $\{x \mid x=3n+2,\ n\in N\}$；

(3) $\{(x,y) \mid x>0 \text{ 且 } y>0\}$；

(4) {10 以内的正奇数}.

总结　1°　描述法表示集合时，语言要准确，元素的范围要确定准确.

2°　注意联结词的恰当运用.

【例 4】　已知集合 $A=\{x \mid ax^2+2x+1=0,\ a\in R,\ x\in R\}$

(1) 若 A 中只有一个元素，求 a 值，并求出这个集合；

(2) 若 A 中至多具有一个元素，求 a 的取值范围.

策略　A 表示的是方程 $ax^2+2x+1=0$ 的解集.

解答　(1) 当 $a=0$ 时，方程 $2x+1=0$ 只有一根 $x=-\dfrac{1}{2}$；当 $a\neq0$ 时，$\Delta=0$ 即　$4-4a=0$，　所以　$a=1$，这时 $x_1=x_2=-1$.

所以　当 $a=0$ 或 $a=1$ 时，A 中只有一个元素分别为 $-\dfrac{1}{2}$ 或 -1.

(2) A 中至多有一元素包括两种情形即 A 中有一个元素和 A 是空集.

当 A 是空集时，则有 $\begin{cases} a\neq0 \\ \Delta=4-4a<0 \end{cases}$　解得 $a>1$；结合(1)知　当 $a=0$ 或 $a\geqslant1$ 时，A 中至多有一个元素.

总结　1°　一般容易忽略 $a=0$ 的情况；

2°　(2)中 $a=0$ 或 $a\geqslant1$ 不能等同于 $a\geqslant0$，因为 0 到 1 之间的数不符合条件.

【例 5】　下列几组集合中哪些是表示相同的集合：

(1) 集合 $M=\varnothing$，$N=\{0\}$；

(2) 集合 $M=\{x \mid x^2-3x+2=0\}$，$N=\{y \mid y^2-3y+2=0\}$；

(3) 集合 $M=\{x \mid x=2k-1,\ k\in Z\}$ 集合 $N=\{x=4k\pm1,\ k\in Z\}$；

(4) 集合 $M=\{\pi\}$，$N=\{3.1415\}$.

策略　分析集合中元素是否完全相同.

解答　(1) $M\neq N$. 集 M 为空集，N 中有一元素为 0；

(2) $M=N$. 两个集合中的代表元素用的字母不同不影响实质;

(3) $M=N$. $M=\{奇数\}$, N 中集合的表达形式涉及到整数分类, $4k$, $4k+1$, $4k+2$, $4k-1$(或 $4k+3$), $k\in Z$, 所以 $\{x|x=4k\pm1, k\in Z\}=\{奇数\}$;

(4) $M\neq N$. π 是无理数,3.1415 是有理数,$\pi\neq3.1415$.

总结 确定两个集合是否相同,一定要分析它们的元素是否完全相同.

能力测试 ☞ **基础能力测试**

一、选择题(共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分)

1. 下列各数中是集合$\{x|x^2-2x-3=0\}$中的元素的是(　　)

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

2. 下列关系正确的是(　　)

A. $Z\in Q$　　B. $(2, 1)\in\{(2, 1)\}$

C. $N\notin R$　　D. $2\in\{(2,1)\}$

3. 下列几组对象能组成集合的是(　　)

A. 难解的题目　　B. 高一年级全体学生

C. 较小的数　　D. 高一所有高个子男生

4. 方程组$\begin{cases}x-3y=4\\5x+y=4\end{cases}$的解集是(　　)

A. $\{1, -1\}$　　B. $\{x=1, y=-1\}$

C. $\{x,y|x=1, y=-1\}$　　D. $\{(x,y)|x=1, y=-1\}$

5. 集合 $M=\{(x,y)|x\cdot y\geqslant0, x\in R, y\in R\}$的意义是(　　)

A. 第一象限的点　　B. 第三象限的点

C. 第一和第三象限的点

D. 不在第二象限也不在第四象限的点

6. 下面命题:(1) $\{2, 3, 4, 2\}$是由四个元素组成的集合; (2) 集合$\{0\}$表示仅有一个数“零”组成的集合; (3) 集合$\{1, 2, 4\}$与$\{4, 1, 2\}$是同一集合; (4) 集合{小于 1 的正有理数}是一个有限集. 其中正确的是(　)

A. (3)(4)　　B. (2)(3)(4)　　C. (1)(2)　　D. (2)

二、填空题(共 2 小题,每小题 4 分,共 8 分)

7. 用符号$\in$或$\notin$填空:

a ______ $\{a\}$; $(-1, 1)$ ______ $\{y|y=x^2\}$;

$3\sqrt{2}$ ______ $\{x|x>4\}$; $(-1)^0$ ______ N.

8. 用适当的形式表示下列集合：

(1) 由不等式 $x-3>2$ 的所有解组成的集合是________；

(2) 由所有小于4的非负奇数所组成的集合是________.

三、解答题(共3小题，共37分)

9. (满分12分) 已知集合 $A=\{x\mid x=a+b\sqrt{2},\ a,\ b\in Z\}$，判断下列元素 x 与集合 A 之间的关系：(1) $x=0$；(2) $x=\frac{1}{\sqrt{2}-1}$；(3) $x=\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$.

10. (满分12分) 已知 $A=\left\{x\in N\,\middle|\,\frac{12}{6-x}\in N\right\}$，试用列举法表示 A.

11. (满分13分) 已知集合 $A=\{x\in R\mid ax^2-3x+2=0,\ a\in R\}$，(1) 若 A 是空集，求 a 的取值范围；(2) 若 A 中至多只有一个元素，求 a 的取值范围.

应用创新

12. (本题不计分) 设 A 表示集合 $\{2,\ 3,\ a^2+2a-3\}$，B 表示集合 $\{|a+3|,\ 2\}$，已知 $5\in A$ 且 $5\notin B$. 求 a 值.

1.2　子集　全集　补集

学点聚焦　了解集合的包含、相等关系的意义；理解子集、真子集概念；理解补集的概念；了解全集的意义.

本节重点是子集、补集的概念，难点是弄清元素与子集、属于与包含间的区别.

1. 子集的概念

一般地，对于两个集合 A 与 B，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，我们就说集合 A 是集合 B 的子集. 也就是说，如果由任一元素 $x\in A$，可以推出 $x\in B$，那么集合 A 就是集合 B 的子集. 记作 $A\subseteq B$(或 $A\subset B$)

若 $A\subseteq B$，而集合 B 中至少有一个元素不在集合 A 中，我们则说集合 A 是集合 B 的真子集记作 $A\subsetneqq B$，用图形表示如图 1-2-1.

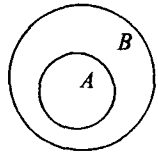

图 1-2-1

2. 集合的包含、相等关系的意义

对于集合 A、B，集合 A 是集合 B 的一部分，我们就说集合 B 包含集合 A（或集合 A 包含于集合 B）记作 $A\subseteq B$（或 $B\supseteq A$）

对于集合 A、B，如果有 $A\subseteq B$，同时有 $B\subseteq A$，我们就说集合 A 等于集合 B，记作 $A=B$.

3. 补集、全集的概念

在研究集合之间的关系时，常常取定一个集合，使得所讨论的集合都是这个集合的子集.这个集合叫全集，用符号∪来表示.

给定全集∪，设 A 是∪的子集，由∪中不属于 A 的所有元素组成的集合叫做 A 在∪中的补集，记作 $C_{∪}A=\{x|x\in ∪且 x\notin A\}$ 读作 A 补.如图 1－2－2 阴影部分表示 A 在∪中的补集.

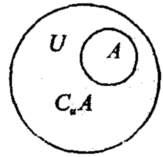

图 1－2－2

4. 几个有关的重要结论：

1° 空集是任何集合的子集；

2° 任何一个集合是它本身的子集；

3° 空集是任何非空集合的真子集；

4° 如果 $A\subseteq B$，$B\subseteq C$，那么 $A\subseteq C$；

5° 如果 $A\subsetneqq B$，$B\subsetneqq C$，那么 $A\subsetneqq C$.

学法指导

1. 要注意区分一些容易混淆的符号

1° $\in$ 与 $\subseteq$ 的区别：$\in$ 是表示元素与集合之间关系的符号，因此有 $1\in N$，$-1\notin N$ 等，$\subseteq$ 是表示集合与集合关系的符号，因此有 $N\subseteq R$，$\varnothing\subseteq R$ 等.

2° a 与 $\{a\}$ 的区别：一般地，a 表示一个元素，而 $\{a\}$ 表示一个元素的一个集合.因此有 $1\in\{1,2,3\}$；$0\in\{0\}$；$\{1\}\subseteq\{1,2,3\}$.等

3° $\{0\}$ 与 $\varnothing$ 的区别：$\{0\}$ 是含一个元素的集合，$\varnothing$ 是不含任何元素的集合，因此有 $\varnothing\subseteq\{0\}$.

2. 正确地理解子集、真子集概念

如果 A 是 B 的子集（即 $A\subseteq B$），那么有 A 是 B 的真子集（$A\subsetneqq B$）或 A 与 B 相等（$A=B$）两种情况."$A\subsetneqq B$"和"$A=B$"二者必居其一.反过来，A 是 B 的真子集（$A\subsetneqq B$）也可以说 A 是 B 的子集（$A\subseteq B$）；$A=B$ 也可以说成 A 是 B 的子集（$A\subseteq B$）.

正确理解子集概念的含义.不能把子集说成是由原来集合中的部分元素组成的集合，否则在写一个集合的子集时就容易遗漏，若某集合有 n 个元

素，则它的所有子集个数是 2^n 个，真子集的个数是 2^n-1 个.

能力跳板

【例1】 写出集合$\{a, b, c\}$所有子集和真子集.

策略 根据子集定义，按顺序写，做到不重复不遗漏.

解答 子集是：$\{a\}$，$\{b\}$，$\{c\}$，$\{a, b\}$，$\{a, c\}$，$\{b, c\}\{a, b, c\}$，$\varnothing$；

真子集是：$\{a\}$，$\{b\}$，$\{c\}$，$\{a, b\}$，$\{a, c\}$，$\{b, c\}$，$\varnothing$.

总结 对 n 个元素的集合，真子集的个数是 2^n-1，子集的个数是 2^n.

【例2】 已知集合 $A=\{x, xy, x-y\}$，$B=\{0, |x|, y\}$且 $A=B$，求 x 与 y 的值.

策略 根据集合相等的含义及集合元素的互异性着手解答.

解答 因为 $0\in B$，$A=B$，所以 $0\in A$

由集合互异性可知，$|x|\neq 0$，则 $x\neq 0$ 且 $y\neq 0$ 从而 $x-y=0$，$x=y$. 这时 $A=\{x, x^2, 0\}$，$B=\{0, |x|, x\}$.

$x^2=|x|$，$|x|=0$ 不适合，则有$|x|=1$　所以 $x=\pm 1$. 经检验$x=-1$，$y=-1$ 是所求的解.

总结 在确定集合中的待定字母时，容易产生与集合性质相矛盾的增解.

【例3】 $\{a,b\}\subseteq A\subsetneqq\{a, b, c, d, e\}$，求所有满足条件的集合 A

策略 从子集、真子集的概念着手解答.

解答 因为 $\{a, b\}\subseteq A$　所以　A 中必有元素 a，b.

因为 A 是$\{a, b, c, d, e\}$的真子集

所以 A 中元素可以有 2 个，3 个，4 个三种情形. 具体为：$\{a, b\}$；$\{a, b, c\}$；$\{a, b, d\}$；$\{a, b, e\}$；$\{a, b, c, d\}$；$\{a, b, c, e\}$；$\{a, b, d, e\}$ 共 7 个.

总结 1° 按顺序摆，做到不重不漏；

2° 正确地把集合语言表述的问题"翻译"成普通数学语言.

【例4】 (1) 设全集$U=\{1, 2, 3, 4, 5\}$，$A=\{3, 5\}$，求C_UA；

(2) 设全集$U=R$，求C_UQ；

(3) 设$U=R$，$A=\{x|x<0\}$，求C_RA

策略 从补集定义着手解答.

解答 (1) $C_UA=\{1, 2, 4\}$；

(2) $C_UQ=\{$无理数$\}$；

(3) $C_RA=\{x|x\in R，且 x\geqslant 0\}$.

总结 对于同一集合 A，当全集U不同时，补集也不同. 例：$A=\{1, 2, 3\}$；当