



黄冈资料满天下
黄冈中学独一家

黄冈中学

中考总复习

黄冈中学独家授权
内部中考资料首次公开出版



数学



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS



丛书主编：陈鼎常

分册主编：程金菊

HUANGGANGZHONGXUE

黄冈中学中考 总复习

● 丛书主编 陈鼎常

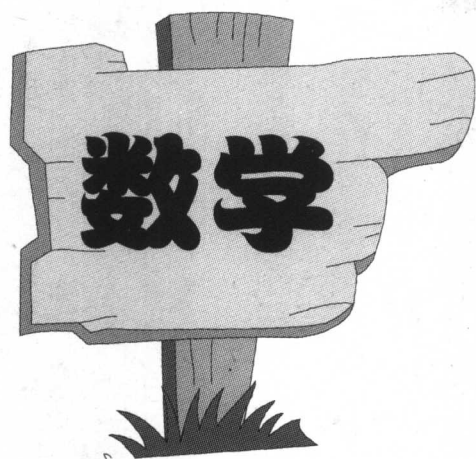
● 本册主编 程金菊

● 参 编 李 琳 汤长安 余国琴

胡小英 胡明英 谢文晓

赵正良 蔡 盛 方 诚

余 燕



机械工业出版社

图书在版编目(CIP)数据

黄冈中学中考总复习. 数学: 陈鼎常丛书主编; 程金菊分册主编. —北京: 机械工业出版社, 2005. 11
ISBN 7-111-17832-7

I. 黄… II. ①陈…②程… III. 数学课—初中—升学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 129211 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑: 胡 明

封面设计: 饶 薇 责任印制: 石 冉

保定市印刷厂印刷

2005 年 12 月第 1 版第 1 次印刷

880mm×1230mm 1/16 16.25 印张 572 千字

定价: 21.50 元

凡购本书, 如有缺页、倒页、脱页, 由本社发行部调换

本社购书热线电话(010)68326294

封面无防伪标均为盗版

前言

创办于1904年的湖北省黄冈中学,1953年就是湖北省重点中学,1986年被授予“全国教育系统先进集体”称号,2002年被评为“全国精神文明建设先进单位”……黄冈中学秉承“以人为本,以德立校”的办学思想,形成了“全面+特长”的育人特色,探索出“求实,求精,求异,求新”的教学风格。高考和竞赛成绩是她多年来实施素质教育的必然结果,也仅是其丰硕教学成果的某一个侧面。

培养学生,黄冈中学究竟有什么魔方?有什么聚沙成塔的功能?有什么点石成金的本领?这是我经常听到的提问。如果认为黄冈中学老是跟着高考的指挥棒转,被动地应试,那是不对的。黄冈中学并不提倡机械地记忆、被动地做题,如果说她有什么过人之处,恰恰在于她能充分领会命题者的意图,深刻把握其内在规律,成为一路上的领跑者,而不是盲目的跟进者。黄冈中学不反对教师跳入题海,却大力提倡学生跳出题海;反对学生做那些机械、简单、重复、乏味的题目,但要求学生做一些必要的题目。我们提倡学生做一些灵活多样、广泛应用的题目,让他们在解题过程中不断丰富知识、培养能力、增强素质。

如果说黄冈中学还有什么成功之处,那就是她在培养和造就大批优秀学生的同时,锻造了她的教师队伍,造就了在湖北省享有盛誉的名师。这些教师具有较深的科学文化素养、全新的教育理念、独到的教学风格及艺术和丰硕的教学成果。为了展示黄冈中学教师的风采,共享他们的教学成果,我们组织了学校一线骨干教师,精心策划编写了“黄冈中学作业本”“黄冈中学考试卷”“黄冈中学2006届高考第一二三轮训练题”“黄冈中学中考总复习”四套丛书。

“黄冈中学中考总复习”丛书采用“知识讲解”“例题解析”“强化训练”三个主要模块的形式来突出它的特点,无论从哪个方面来说,都要求尽量贴近中考、贴近实际、注重创新、注重实用。这套丛书的内容一部分取自于我校内部使用和友好学校交流的资料,另一部分是根据最近中考试题变化及时补充的新资料,现结集出版,首次公开面世。这套丛书还体现如下编写思想和特点:

1. 本套丛书以教材为依据,详细到位地对整个初中的知识进行了梳理。在每个知识单元中,注重讲、例、练、评并重,可以帮助学生迅速掌握单元的内容。

2. 本套丛书最大限度地贴近中考的要求。书中所引用的绝大部分例题和练习均取自近年来各省、市的中考考试题,从而极大地提高了本套丛书的针对性和时效性。

3. 本套丛书同时还注重知识讲解的扩展性,特别注重锻炼学生的思维能力、联系实际生活的能力和学科综合能力。

参加本书编写的还有:王秋霞、李新潮、李琳、袁小幼、汤彩仙、潘际栋、王坤、张智、陈文科、程继承、钟春林、龙燕、郭旭、丰正东、张科元、李烦、姚利霞、胡华川、董明秀、陈晓洁、熊斌

本套丛书强调作者的原创题的数量和质量,审稿、校对,层层把关,力争打造成教辅市场的一朵奇葩。尽管如此,丛书仍难免有错误偏差之处,在此恳请广大读者不吝指导,使之精益求精。

陈非序

2005年5月18日于湖北省黄冈中学

(作者系湖北省黄冈市人大副主任、湖北省黄冈中学校长、数学特级教师、中国数学奥林匹克高级教练、4块国际数学奥林匹克金牌获得者的辅导教师、第九届全国政协委员、第十届全国人大代表)

目 录

前言

第一章 基础知识 1

第一章 实数 1

第1节 实数的有关概念 1

第2节 实数的运算与实数的大小比较 3

第一章单元练习题 5

第二章 代数式 7

第1节 整式 7

第2节 因式分解 9

第3节 分式 11

第4节 二次根式 13

第二章单元练习题 15

第三章 一元一次不等式和一元一次

不等式组 17

第1节 一元一次不等式及其应用 17

第2节 一元一次不等式组及其应用 20

第三章单元练习题 23

第四章 方程与方程组 25

第1节 一元一次方程 25

第2节 二元一次方程组 28

第3节 一元二次方程 31

第4节 分式方程 34

第5节 方程和方程组的应用 36

第四章单元练习题 41

第五章 函数及其图像 43

第1节 平面直角坐标系 43

第2节 变量与函数 46

第3节 一次函数 50

第4节 反比例函数 54

第5节 二次函数 57

第6节 用函数的观点看方程(组)与 不等式 60

第7节 反比例函数在中考中的应用 64

第8节 二次函数与方程(组)或不等式 67

第五章单元练习题 70

第六章 统计初步 72

第1节 用统计图表描述数据 72

第2节 平均数、众数和中位数 75

第3节 方差与频率分布 78

第4节 统计与概率 82

第六章单元练习题	86	第1节 锐角三角函数	127
第七章 认识几何图形 相交线与平行线	88	第2节 解直角三角形	130
第1节 立体图形与视图	88	第3节 解直角三角形的应用	133
第2节 相交线与平行线	91	第十一章单元练习题	138
第七章单元练习题	94	第十二章 圆	141
第八章 三角形	96	第1节 圆的认识	141
第1节 三角形	96	第2节 直线和圆的位置关系	144
第2节 角平分线、线段的垂直平分线	99	第3节 圆和圆的位置关系	148
第八章单元练习题	102	第4节 圆的有关计算	152
第九章 几何变换	104	第十二章单元练习题	156
第1节 轴对称和中心对称	104	第二编 专题篇	159
第2节 平移和旋转	106	专题1 代数综合题	159
第九章单元练习题	110	专题2 与几何有关的综合题	162
第十章 四边形	113	专题3 图像信息问题	165
第1节 多边形与平行四边形	113	专题4 情景应用题	172
第2节 特殊的平行四边形	116	专题5 阅读与理解问题	177
第3节 梯形	119	专题6 开放与探究	184
第4节 密铺	122	专题7 分类与讨论	189
第十章单元练习题	125	图书附录	193
第十一章 解直角三角形	127		

第一篇 基础知识篇

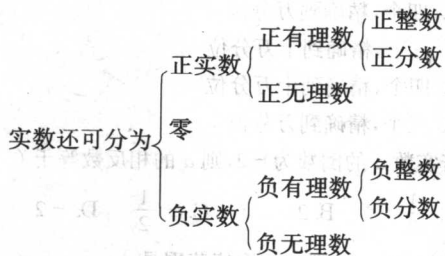
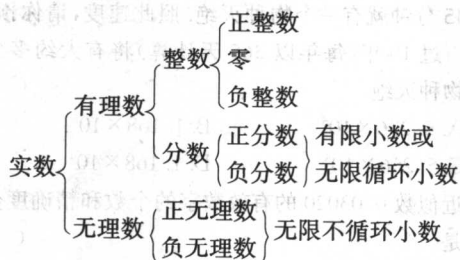
第一章

实数

第1节 实数的有关概念

知识讲解

1. 实数的分类



2. 数轴

- (1) 数轴的三要素：原点、正方向和单位长度。
 (2) 数轴上的点与实数——对应。

3. 相反数

实数 a 的相反数是 $-a$ ，零的相反数是零。

- (1) a, b 互为相反数 $\Leftrightarrow a + b = 0$ 。
 (2) 在数轴上表示相反数的两点关于原点对称。

4. 倒数

乘积是 1 的两个数互为倒数，零没有倒数。

a, b 互为倒数 $\Leftrightarrow ab = 1$ 。

5. 绝对值

$$|a| = \begin{cases} a & (a > 0) \\ 0 & (a = 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

6. 非负数

象 $|a|, a^2, \sqrt{a} (a \geq 0)$ 形式的数都表示非负数。

7. 科学记数法

把一个数写成 $a \times 10^n$ 的形式 (其中 $1 \leq a < 10, n$ 为整数)，这种记数法叫做科学记数法。

- (1) 当原数大于或等于 1 时， n 等于原数的整数

位数减 1。

(2) 当原数小于 1 时， n 是负整数，它的绝对值等于原数中左起第一个非零数字前零的个数 (含小数点前的零)。

8. 近似数与有效数字

一个近似数，四舍五入到哪一位，就说这个近似数精确到哪一位。这时，从左边第一个不是 0 的数字起，到精确的数位止，所有的数字，都叫做这个数的有效数字。

例题解析

例 1 在实数 $-\frac{2}{3}, 0, \sqrt{3}, -3.14, \frac{\pi}{2}, \sqrt{4}, -0.1010010001\cdots$ (每两个 1 之间依次多 1 个 0)， $\sin 30^\circ$ 这 8 个实数中，无理数有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【分析】 在所给的实数中，只有 $\sqrt{3}, \frac{\pi}{2}, -0.1010010001\cdots$ 这三个数是无理数，其他五个数都是有理数。

【解答】 C

【点评】 对实数分类，不能只为表面形式迷惑，而应从最后结果去判断。一般来说，用根号表示的数不一定是无理数，如 $\sqrt{4} = 2$ ，是有理数，关键要究这个形式上带根号的数的最终结果是不是无限不循环小数。同样，用三角符号表示的数也不一定是无理数，如 $\sin 30^\circ, \tan 45^\circ$ 等。而 $-0.1010010001\cdots$ 尽管有规律，但它是无限不循环小数，是无理数。 $\frac{\pi}{2}$ 是无理数，而不是分数。

例 2 (1) 已知 a, b 互为相反数， c, d 互为倒数， e 是非零实数，求 $\sqrt{2}(a+b) + \frac{1}{2}cd - 2e^0$ 的值；

(2) 实数 a, b, c 在数轴上的对应点如图 1-1 所示，化简 $a + |a+b| - \sqrt{c^2} - |b-c|$ 。

图 1-1

【解答】 (1) 依题意，有 $a+b=0, cd=1, e \neq 0$

$$\therefore \sqrt{2}(a+b) + \frac{1}{2}cd - 2e^0 = 0 + \frac{1}{2} - 2 = -\frac{3}{2}.$$

(2) 由图知 $a > 0, b < c < 0$ ，且 $|b| > |a|$ ，



$$\therefore a+b < 0, b-c < 0,$$

$$\therefore a+|a+b|-\sqrt{c^2}-|b-c|=a-a-b-|c|-(c-b)=a-a-b+c-c+b=0.$$

【点评】相反数、倒数、绝对值都是主要的概念，解答时应从概念蕴含着的数学关系式入手。

含有绝对值的代数式的化简，首先要确定绝对值符号内的数或式的值是正、负还是零，然后再根据绝对值的意义把绝对值的符号去掉，第(2)题是数形结合的题目，解题的关键在于通过观察数轴，弄清数轴上各点所表示的数的正负性及各实数之间的大小关系，从而才能正确的去掉绝对值符号，达到化简的目的。

根据我国土地利用变更情况调查报告，2003年全国耕地面积为12 339.22万公顷，与上年相比减少2.015%，那么这一年内全国减少耕地_____公顷(用科学记数法表示，保留三个有效数字)。

【分析】本题主要考查科学记数法和有效数字的概念。根据题意需先求出2002年全国的耕地面积再计算2003年减少的耕地面积。先用科学记数法表示出结果再按要求取近似值。

【解答】设2002年全国耕地面积为 x 万公顷。

$$\text{则 } x(1-2.015\%)=12\,339.22$$

$$x=12\,592.968$$

$$12\,592.968-12\,339.22=253.748$$

$$253.748\text{ 万公顷}=2.53748\times 10^6\text{ 公顷}$$

$$\approx 2.54\times 10^6\text{ 公顷}$$

【点评】解决有关近似数的问题，首先是将它写成科学记数法的形式，再按要求取近似值。在用科学记数法记数时，一定要注意， $a\times 10^n$ 中的 a 是只有一位整数数位的数。

已知 x, y 是实数，且 $\sqrt{3x+4}+(y^2-6y+9)=0$ ，若 $axy-3x=y$ ，则实数 a 的值是 ()

A. $\frac{1}{4}$ B. $-\frac{1}{4}$ C. $\frac{7}{4}$ D. $-\frac{7}{4}$

【分析】 $\because \sqrt{3x+4}$ 和 $(y-3)^2$ 均为非负数，它们的和为零，只有 $3x+4=0$ ，且 $y-3=0$ 。由此可求得 x, y 的值，将其代入 $axy-3x=y$ 中，即求得 a 的值。

【解答】 $\sqrt{3x+4}+(y-3)^2=0$

$$\therefore 3x+4=0, y-3=0$$

$$\therefore x=-\frac{4}{3}, y=3.$$

$$\therefore axy-3x=y,$$

$$\therefore -\frac{4}{3}\times 3a-3\times\left(-\frac{4}{3}\right)=3$$

$$\therefore a=\frac{1}{4}$$

$\therefore$ 选 A

【点评】若几个非负数之和等于零，则每个非负数均等于零。这是非负数具有的一个重要性质。



一、选择题

- 在实数 $-\sqrt{2}, 0.31, \frac{\pi}{3}, \frac{1}{7}, 0.80108$ 中，无理数的个数为 ()
A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个
- 据2005年6月9日中央电视台东方时空栏目报道：由于人类对自然资源的不合理开发与利用，严重破坏了大自然的生态平衡，目前地球上大约每45分钟就有一个物种灭绝。照此速度，请你预测：再过10年(每年以365天计算)将有大约多少个物种灭绝 ()
A. 5.256×10^6 B. 1.168×10^5
C. 5.256×10^5 D. 1.168×10^4
- 近似数0.03020的有效数字的个数和精确度分别是 ()
A. 四个，精确到万分位
B. 三个，精确到十万分位
C. 四个，精确到十万分位
D. 三个，精确到万分位
- 若实数 a 的倒数为 -2 ，则 a 的相反数等于 ()
A. $\frac{1}{2}$ B. 2 C. $-\frac{1}{2}$ D. -2
- 若 $|a|=-a$ ，则 a 的取值范围是 ()
A. $a>0$ B. $a<0$ C. $a\geq 0$ D. $a\leq 0$
- 已知 m, n 是实数，且 $(m-3)^2+|n+\sqrt{2}|=0$ ，则 $m-n$ 的值等于 ()
A. $-3-\sqrt{2}$ B. $-3+\sqrt{2}$
C. $3-\sqrt{2}$ D. $3+\sqrt{2}$
- 已知实数 a, b 在数轴上的对应点的位置如图1-2所示，且 $|a|>|b|$ ，则 $|a|-|a+b|-|b-a|$ 化简后得 ()
A. $2b+a$ B. $2b-a$ C. a D. b
- 如图1-3，以数轴的单位长线段为边作一个正方形，以数轴的原点为圆心，正方形对角线长为半径画弧，交数轴正半轴于点A，则点A表示的数是 ()
A. $1\frac{1}{2}$ B. 1.4 C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3}$

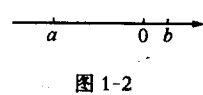


图 1-2

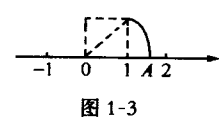


图 1-3

二、填空题

- 已知实数 a, b 在数轴上对应的点在原点两旁，且



$|a| = |b|$, 那么 $a^{a+b} =$ _____.

10. 已知: $|x| = 3$, $|y| = 2$, 且 $xy < 0$, 则 $x+y$ 的值等于 _____.

11. 近似数 0.033 万精确到 _____ 位, 有 _____ 个有效数字, 用科学记数法表示, 记作 _____ 万.

12. 若 $|a-b+1|$ 与 $\sqrt{a+2b+4}$ 互为相反数, 则 $(a+b)^{2004} =$ _____.

13. 给出下列四个命题: (1) 有理数都可以表示成分数的形式; (2) 开方开不尽的数就是无理数; (3) 实数的零次幂为零; (4) 数轴上的点与有理数是一一对应的. 其中正确的命题有 _____ 个.

14. 若 a, b 都是无理数, 且 $a+b=2$, 由 a, b 的值可以是 _____ (填上一位满足条件的值即可).

15. 如图 1-4 是一个正方体纸盒的展开图, 在其中的四个正方形内标有数字 1、2、3 和 -3, 要在其余正方形内分别填上 -1、-2, 按虚线折成正方体, 相对面上的两数互为相反数, 则 A 处应填 _____.

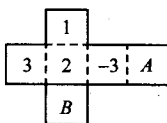


图 1-4

16. 有若干个数, 第一个数记为 a_1 , 第 2 个数记为 a_2 , 第 3 个数记为 $a_3 \dots$, 第 n 个数记为 a_n , 若 $a_1 = -\frac{1}{2}$, 从第二个数起, 每个数都等于“1 与前面的那个数的差的倒数”.

(1) 试计算: $a_2 =$ _____, $a_3 =$ _____, $a_4 =$ _____.

(2) 根据以上计算结果, 请你写出: $a_{1998} =$ _____, $a_{2000} =$ _____.

三、解答题

17. 已知 a, b 互为相反数, c, d 互为倒数, 求 $\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2} - \sqrt{cd}$ 的值.

18. 若 $\sqrt{1-3a}$ 和 $|8b-3|$ 互为相反数, 求 $(ab)^{-2} - 27$ 的值.

19. 已知 a, b 互为相反数, c, d 互为倒数, x 的绝对值等于 2, 试求: $x^2 - (a+b+cd)x + (a+b)^{2003} + (-cd)^{2003}$ 的值.

第 2 节 实数的运算与实数的大小比较

知识讲解

1. 实数的运算

(1) 在实数范围内, 加、减、乘、除 (除数不为零)、乘方都可以进行, 但开方运算不一定能进行, 正实数和零总能进行开方运算, 而负实数只能开奇次方, 不能开偶次方.

(2) 有理数的一切运算性质的运算律都适用于实数运算.

2. 实数大小的比较

(1) 正数大于零, 负数小于零, 正数大于一切负数; 两个正数, 绝对值大的较大; 两个负数, 绝对值大的反而小.

(2) 利用数轴: 在数轴上表示的两个实数, 右边的数总是大于左边的数.

(3) 设 a, b 是任意的实数,

$$a-b>0 \Leftrightarrow a>b;$$

$$a-b=0 \Leftrightarrow a=b;$$

$$a-b<0 \Leftrightarrow a<b.$$

(4) 设 a, b 是正实数,

$$\frac{a}{b}>1 \Leftrightarrow a>b; \frac{a}{b}=1 \Leftrightarrow a=b; \frac{a}{b}<1 \Leftrightarrow a<b.$$

例题解析

例 1 计算:

$$(1) (-2)^3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + (1+\sqrt{3})^0 + \sqrt{1\frac{1}{2}} \div \sqrt{\frac{1}{6}} + |-4|;$$

$$(2) |1-\sqrt{3}| + \frac{2}{\sqrt{3}+1} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + \sin 60^\circ - \cos 30^\circ.$$

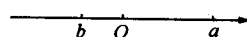
$$\begin{aligned} \text{【解答】} (1) \text{ 原式} &= -8 \times 9 + 1 + \sqrt{\frac{3}{2}} \times 6 + 4 \\ &= -72 + 1 + 3 + 4 \\ &= -64 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \text{ 原式} &= \sqrt{3} - 1 + \sqrt{3} - 1 + 4 + \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= 2\sqrt{3} + 2 \end{aligned}$$

【点评】 实数运算的要点是掌握好与实数有关的概念、性质, 灵活地运用各种运算律, 关键是把好符号关.



实数 a, b 在数



轴上的位置如图 1-5 所示,

图 1-5



则下列结论正确的是

- ()
- A. $a+b>a>b>a-b$
 B. $a>a+b>b>a-b$
 C. $a-b>a>b>a+b$
 D. $a-b>a>a+b>b$

【分析】 观察数轴, 可知 $b<0<a$, 且 $|a|>|b|$, 从而 $0<a+b<a$, $a-b>a$. 这样把 $a+b$, $a-b$ 在数轴上表示出来, 再根据“数轴上右边的点表示的数总比左边的点表示的数大”, 即可比较出大小.

解: $\because b<0<a$, 且 $|a|>|b| \therefore 0<-b<a$.

$\therefore 0<a+b<a$, $a-b>a$

$\therefore b<a+b<a<a-b$.

【解答】 D

当 $0<x<1$ 时, x^2 , x , $\frac{1}{x}$ 的大小排序是

- ()
- A. $\frac{1}{x}<x<x^2$ B. $\frac{1}{x}<x^2<x$
 C. $x^2<x<\frac{1}{x}$ D. $x<x^2<\frac{1}{x}$

【分析】 根据给定字母的取值范围, 可以确定

x^2-x 和 $x-\frac{1}{x}$ 的符号, 可用“求差”法来解.

解: $\because 0<x<1, \therefore x-1<0, x+1>0$,

$\therefore x^2-x=x(x-1)<0$,

$x-\frac{1}{x}=\frac{x^2-1}{x}=\frac{(x+1)(x-1)}{x}<0$,

$\therefore x^2<x, x<\frac{1}{x}$.

即 $x^2<x<\frac{1}{x}$

【解答】 C

【点评】 本例也可用“求比”法来解. 另外, 这类题目还可以用特殊值法求解, 即在字母的取值范围内, 任取一个值(如可取 $x=\frac{1}{2}$), 分别计算出各代数式的值, 值大的, 其对应的代数式就大.



一、填空题

1. $(-2)^2 - (-\frac{1}{2})^{-1} =$;

$(\sqrt{2}-3)^0 + \frac{1}{\sqrt{2}+1} =$.

2. 计算 $|\sqrt{3}-1| + 3(\sqrt{3})^{-1} + (2000)^0$ 的值是

3. 比较大小: $1-\sqrt{5}$ _____ $1-\sqrt{3}$ (填“>”或“<”).

4. 已知 $|a+4| + \sqrt{b-2} = 0$, 则 $\frac{1}{a+b} =$.

5. $|1+\sqrt{2}| + |1-\sqrt{2}| - 2\cos 45^\circ =$.

6. 观察下面一列数的规律并填空:

0, 3, 8, 15, 24, ..., 则它的第 2005 个数是

二、选择题

7. 下列计算正确的是

- ()
- A. $(-1)^0 = -1$ B. $3 \times (\frac{1}{2})^{-2} = 3 \times 2^2$
 C. $(5^3)^2 \times 5^4 = 5^9$ D. $(-3^5) \div (-3)^3 = -3^2$

8. 下列各数 $(-2)^0$, $-(-2)$, $(-2)^2$, $(-2)^3$ 中, 负数的个数为

- ()
- A. 1 个 B. 2 个
 C. 3 个 D. 4 个

9. 已知 $a = (-\frac{2}{3})^{-2}$, $b = (-\frac{\pi}{8})^0$, $c = -0.8^{-1}$, 则 a, b, c 三数的大小关系是

- ()
- A. $a>b>c$ B. $a>c>b$
 C. $c>a>b$ D. $c>b>a$

10. 若 $a+b<0$, $a<0$, $b>0$, 则 $a, -a, b, -b$ 的大小关系是

- ()
- A. $a<-b<b<-a$ B. $-b<a<-a<b$
 C. $a<-b<-a<b$ D. $-b<a<b<-a$

11. 计算 $(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) \times |-6| + 2^{-2} \div (-\frac{1}{2})^3 + 2005^0$ 的结果是

- ()
- A. -3 B. 0
 C. -2 D. $2\frac{1}{2}$

12. 如图 1-6 所示, 若数轴上的两点 A、B 表示的数分别为 a, b , 则下列结论正确的是

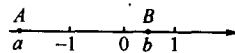


图 1-6

- ()
- A. $\frac{1}{2}b - a > 0$ B. $a - b > 0$
 C. $2a + b > 0$ D. $a + b > 0$

三、解答题

13. 计算:

(1) $-3 - 3^2 + 3^2 \div \frac{2}{3} \times \frac{3}{2}$;

(2) $(\frac{1}{2})^{-2} - 2^3 \times 0.125 + (2004 - \sqrt{3})^0 + |-1|$;

(3) $-4^2 + |\sqrt{2}-2| - (\frac{1}{\sqrt{6}} + \frac{1}{\sqrt{2}})^0 + \frac{1}{1+\sqrt{2}}$;



$$(4) \frac{2}{\sqrt{3}-1} - \sin 60^\circ + (-2\sqrt{5})^0 - \frac{\sqrt{12}}{4}.$$

14. 出租车司机小王某天下午营运全是在东西走向的幸福大街上进行的. 如果规定向东为正, 向西为负, 他这天下午的行车里程(单位: km)如下: +15, -2, +5, -1, +10, -3, -2, +12, -4, -5, +6.

(1) 将最后一名乘客送到目的地时, 小王距离下午出车时的出发点多远?

(2) 若汽车耗油量为 a kg/km, 这天下午小王共耗油多少千克?

(3) 若小王所在城市出租车收费标准为起步价(不超过 3 km) 3 元, 超过 3 km 每千米加价 1.2 元, 小王这天下午毛收入多少元?

15. 已知 $abc < 0, a+b+c > 0$, 当 $x = \frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b} + \frac{|c|}{c}$ 时, 求代数式 $x^{19} - 92x + 2$ 的值.

16. 问题: 你能比较 2004^{2005} 与 2005^{2004} 的大小吗?

为了解决这个问题, 写出它的一般形式, 即比较 n^{n+1} 与 $(n+1)^n$ 的大小 (n 是正整数), 然后我们从分析 $n=1, 2, 3, \dots$ 这些简单的情形入手, 从中发现规律, 经过归纳猜想得出结论.

(1) 通过计算, 比较下列各组数中两个数的大小(在横线上填写“>”、“<”)

① 1^2 _____ 2^1 ; ② 2^3 _____ 3^2 ; ③ 3^4 _____ 4^3 ; ④ 4^5 _____ 5^4 ; ⑤ 5^6 _____ 6^5 _____;

(2) 从第(1)题的结果经过归纳, 可以猜想出 n^{n+1} 和 $(n+1)^n$ 的大小关系是 _____;

(3) 根据上面归纳猜想解的结论, 试比较下列两个数的大小: 2004^{2005} _____ 2005^{2004} .

第一章单元练习题

一、填空题

- 以下实数: $0.6, \sqrt{0.9}, -\sqrt{0.16}, \sin 60^\circ, 0.714, \frac{22}{7}, -0.130130013$. 其中无理数是 _____.
- 已知 a 与 b 互为倒数, a 与 c 互为相反数, d 的绝对值为 1, 则 $\frac{1}{2}ab + (a+c)^3 - d =$ _____.
- 绝对值小于 10 又大于 3 的整数共有 _____ 个.
- 我国自行研制的“神舟五号”载人飞船于 2003 年 10 月 15 日成功发射, 并环绕地球飞行约 590520 千米, 请将这一数字用科学记数法表示为 _____ 千米(要求保留一位有效数字).
- 现有四个有理数, $3, 4, -6, 10$, 将这四个数(每个数用且只用一次)进行加减乘除四则运算, 使其结果等于 24. 请你写出一个符合条件的算式 _____.
- 已知 $\sqrt{3-x} + |2x-y| = 0$, 那么 $x+y$ 的值是 _____.

二、选择题

7. 实数 m, n 在数轴上的位置如图 1-7 所示, 则下列不等关系正确的是 ()

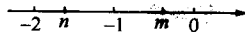


图 1-7

- A. $n < m$ B. $n^2 < m^2$
C. $n^0 < m^0$ D. $|n| < |m|$

8. a, b 在数轴上的位置如图 1-8 所示, 则在 $|a-b|, a+b, 2a-b, |b|-|a|$ 四个式子

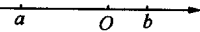


图 1-8

- 中, 负数的个数是 ()
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

9. 将 $(\frac{1}{6})^{-1}, (-2)^0, (-3)^2$ 这三个数按从小到大的顺序排列, 正确的结果是 ()

- A. $(-2)^0 < (\frac{1}{6})^{-1} < (-3)^2$
B. $(\frac{1}{6})^{-1} < (-2)^0 < (-3)^2$
C. $(-3)^2 < (-2)^0 < (\frac{1}{6})^{-1}$
D. $(-2)^0 < (-3)^2 < (\frac{1}{6})^{-1}$

10. 下列各组数中, 相等的一组是 ()

- A. -1 和 $-4+(-3)$ B. $|-3|$ 和 $-(-3)$
C. 3^{-1} 和 -3 D. -3 和 $\sqrt{9}$

11. 设 a 是大于 1 的实数, 若 $a, \frac{a+2}{3}, \frac{2a+1}{3}$ 在数轴上对应的点分别记作 A、B、C, 则 A、B、C 三点在数





轴上自左至右的顺序是 ()

- A. C、B、A B. B、C、A
C. A、B、C D. C、A、B

12. 实数 a, b, c 在数轴上的对应点的位置如图 1-9 所示, 则下列关系式: ① $a+b+c < 0$ ② $ab < ac$ ③ $ac < bc$ ④ $a+b < b+c$. 其中正确的个数是 ()

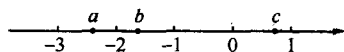


图 1-9

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

13. 设 a 是实数, 则 $|a| - a$ 的值 ()

- A. 可以是负数
B. 不可能是负数
C. 必是正数
D. 可以是正数也可以是负数

14. 我们引进一种新运算, 其规则如下:

- (1) 对于任意实数 a, b , 有 $a * b = (a+1)(b-1)$;
(2) 对任意实数 a , 有 $a^{*2} = a * a$. 那么, 当 $x = 2$ 时, $[3 * (x^{*2})] - 2 * x + 1$ 的值为 ()
A. 34 B. 16 C. 12 D. 6

三、解答题

15. 计算:

(1) $(\sqrt{3}-1)^0 + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} - \sqrt{(-5)^2} - |-1|$;

(2) $\sin 30^\circ + 2^{-1} + 2^2 + (4-7) \div \frac{3}{2}$;

(3) $-2^2 + 1000 \div (-2)^3 \div (-5)^2 + (-0.25)^{2005} \times 4^{2006}$;

(4) $12 \times \left(\frac{4}{3} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \div |-2| - (-5)^0 \times (-1)^{2005}$.

16. 已知: x, y 是实数, 且 $(x+y-1)^2$ 与 $\sqrt{2x-y+4}$ 互为相反数, 求实数 y 的负倒数.

17. 小王上周五在股市的收盘价(收市时的价格)每股 25 元买进某公司股票 1000 股, 在接下来的一周交易日内, 小王记下该股票每日收盘价相比前一天的涨跌情况:(单位:元)

星期	一	二	三	四	五
每股涨跌(元)	+2	-0.5	+1.5	-1.8	+0.8

根据上表回答问题:

- ①星期二收盘时, 该股票每股多少元?
②本周内该股票收盘时的最高价, 最低价分别是多少?
③已知买入股票与卖出股票均需支付成交金额的千分之五的交易费. 若小王在本周五以收盘价将全部股票卖出, 他的收益情况如何?

18. 在数学活动中, 小明为了求 $\frac{1}{2} +$

$\frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \dots + \frac{1}{2^n}$ 的值(结果用 n 表示). 设计如图 1-10 所示的几何图形.

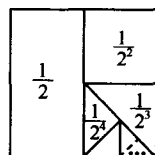


图 1-10

- (1) 请你利用这个几何图形求 $\frac{1}{2} +$

$\frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \dots + \frac{1}{2^n}$ 的值为_____.

- (2) 请你利用图 1-10, 再设计一

个能求 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \dots +$

$\frac{1}{2^n}$ 的值的几何图形, 在图 1-11

中表示出来.

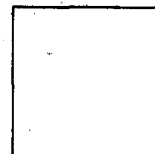


图 1-11



第二章

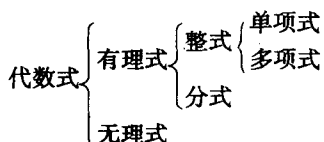
代数式

第1节 整式

知识回顾

1. 代数式的有关概念

(1) 代数式的分类:



(2) 有理式: 只含有加、减、乘、除、乘方运算的代数式(包括具体实数的一切运算式), 叫做有理式, 有理式中的整式与分式的区别在分式的分母(或除式)中不含有字母.

(3) 无理式: 含有字母的式子进行开方运算的代数式叫做无理式.

2. 同类项、合并同类项

所含字母相同, 并且相同字母的指数也分别相同的项叫做同类项, 把多项式中同类项合并成一项, 叫做合并同类项, 合并同类项时, 只把系数相加, 所含字母和字母指数不变.

3. 去括号与添括号

(1) 去括号法则: 括号前是“+”, 把括号和它前面的“+”号去掉, 括号里各项都不改变符号; 括号前是“-”, 把括号和它前面的“-”号去掉, 括号里各项都改变符号.

(2) 添括号法则: 添括号, 括号前面是“+”号, 括到括号里的各项都不改变符号, 括号前面是“-”号, 括到括号里的各项都改变符号.

4. 整式的运算

(1) 整式的加减: 先去括号或添括号, 再合并同类项.

(2) 整式的乘除: 幂的运算性质: ① $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ (m, n 为整数, $a \neq 0$); ② $(a^m)^n = a^{mn}$ (m, n 为整数, $a \neq 0$); ③ $(ab)^n = a^n b^n$ (n 为整数, $a \neq 0, b \neq 0$); ④ $a^m \div a^n = a^{m-n}$ (m, n 均为整数且 $a \neq 0$); 零指数与负整指数: $a^0 = 1$ ($a \neq 0$), $a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$ ($a \neq 0$)

(3) 整式的乘法: ① 单项式与单项式相乘: 系数、同底数幂分别相乘, 作为积的因式, 只有一个单项式里含有的字母, 则连同它的指数作为积的一个因式; ② 单项式与多项式相乘: $m(a+b+c) = ma + mb +$

mc ; ③ 多项式与多项式相乘: $(m+n)(a+b) = ma + mb + na + nb$.

(4) 整式的除法: ① 单项式除以单项式: 系数、同底数幂相除, 作为商的因式, 对于只在被除式中含有的字母, 则连同它的指数作为商的一个因式; ② 多项式除以单项式: 多项式中每一项除以单项式, 然后把所得的商相加.

(5) 乘法公式: ① 平方差公式: $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$; ② 完全平方公式: $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$.

例题解析

例1 填空题:

(1) 如果单项式 $\frac{1}{3}x^{4a-b}y^2$ 与 $-2x^3y^{a+b}$ 是同类项, 那么这两个单项式的积是_____;

(2) 在如图 2-1 所示的日历中, 任意圈出一竖列上相邻的三个数, 设中间的一个数为 a , 则这三个数之和为_____ (用含 a 的代数式表示).

日	一	二	三	四	五	六
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

图 2-1

【解答】 (1) 依同类项的定义得 $\begin{cases} 4a-b=3 \\ a+b=2 \end{cases}$

$\therefore \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases}$ 故这两个单项式分别是 $\frac{1}{3}x^3y^2$ 和 $-2x^3y^2$, 它们的积是 $-\frac{2}{3}x^6y^4$.

(2) 从日历表中可以看出这三个数之间相差都是 7, 也就是在日历表中任意圈出一竖列上相邻的三个数也同样符合这种规律, 设中间的一个数为 a , 则上面的一个数为 $(a-7)$, 下面的一个数为 $(a+7)$, 由整式的加减可知: $(a-7) + a + (a+7) = 3a$, 所以这三个数之和为 $3a$.

例2 选择题:

(1) 下列计算中, 正确的是 ()

A. $a - (b+c) = a - b + c$

B. $a^3 + a^2 = 2a^5$

C. $(-2x^3)^2 = 4x^6$

D. $(-1)^{-1} = 1$



(2) 若 $a^2 + ma + 16$ 是一个完全平方式, 则 $m =$ ()

A. 4 B. -4 C. 9 D. 8 或 -8

【解答】 (1) 选 C. 由去括号法则知: 括号前是“-”号, 去掉括号和它前面“-”号, 括号里各项都改变符号, 则 $a - (b + c) = a - b - c$, 故 A 错误; B 中 a^3 与 a^2 不是同类项, 故不能合并, B 不正确; C 正确; $(-1)^{-1} = -1$, D 不正确.

(2) 选 D. 由于 $x^2 \pm 8x + 16$ 是完全平方式, $\therefore m = \pm 8$.

先化简, 再求值:

$$(x-y)(x+y) + (x-y)^2 - (6x^2y + 2xy^2) \div 2y,$$

其中 $x = -2, y = \frac{1}{3}$.

【解答】 $(x-y)(x+y) + (x-y)^2 - (6x^2y + 2xy^2) \div 2y = x^2 - y^2 + x^2 - 2xy + y^2 - 3x^2 - xy = -x^2 - 3xy$

当 $x = -2, y = \frac{1}{3}$ 时, 原式 $= -x^2 - 3xy = -(-2)^2 - 3(-2) \times \frac{1}{3} = -4 + 2 = -2$

【点评】 本例是中考的常见题型, 主要考查两个方面, 其一是化简代数式, 实质上是整式的加、减、乘、除和乘方的混合运算, 这方面应注意的是化简过程中的符号问题; 其二是把所给字母的值代入化简后的代数式, 从而转化为有理数的加、减、乘、除和乘方的混合运算的问题, 这方面应注意计算的准确性.



一、填空题

1. 单项式 $-\frac{x^2y}{7}$ 的系数是_____, 次数是_____.
2. 若 $-0.3m^2n^3$ 与 $\frac{1}{2}m^4n^2$ 是同类项, 则代数式 $(-5x^2y - 2xy^2) - (-5xy^2 - 2x^2y)$ 的值等于_____.
3. 计算: $x^2 \div x \times \frac{1}{x} + x \div \frac{1}{x} \times \frac{1}{x} =$ _____.
4. 甲种茶叶每千克价 m 元, 乙种茶叶每千克价 n 元, 现取甲种 a kg, 乙种 b kg, 混合后的茶叶每千克价是_____元.
5. 已知 $a - \frac{1}{a} = 2$, 那么 $a^2 + \frac{1}{a^2} =$ _____.
6. 已知当 $x = -2$ 时, 代数式 $ax^3 + bx + 1$ 的值为 6, 那么当 $x = 2$ 时, 代数式 $ax^3 + bx + 1$ 的值为_____.
7. 若 $(px+1)(2x-q)$ 的乘积中 x^2 项的系数是 1 且不含 x 项, 则 $p =$ _____, $q =$ _____.

8. 观察下列各式: $\frac{2}{1} \times 2 = \frac{2}{1} + 2, \frac{3}{2} \times 3 = \frac{3}{2} + 3,$

$\frac{4}{3} \times 4 = \frac{4}{3} + 4, \frac{5}{4} \times 5 = \frac{5}{4} + 5$, 想一想, 什么样的

两数之积等于这两个数之和? 设 n 表示正整数, 用关于 n 的等式表示这个规律为: _____ $\times$ _____ = _____ + _____.

二、选择题

9. 下列运算正确的是 ()

- A. $2x^2y + 3xy^2 = 5x^3y^3$
B. $(-x)^3 \cdot (-x)^2 = -x^5$
C. $(-a^3)^2 \div (-a^2)^3 = 1$
D. $a - (b + c - d) = a - b + c - d$

10. 下列各式中正确的是 ()

- A. $(-2a^2)^2 \div (-4a^4) = -1$
B. $(x^2 + y^2) \div (x + y) = x - y$
C. $(x + \frac{1}{2})^2 = x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$
D. $a^0 = 1$ (a 为任意实数)

11. $x^2 - x + 1$ 与另一个多项式 A 的和是 x^2 , 则 A 为 ()

- A. $x^2 + x$ B. $x^2 - 1$
C. $x - 1$ D. $2x - x^2$

12. 若 $x^2 + mx - 15 = (x+3)(x+n)$, 则 m, n 的值为 ()

- A. -5, 2 B. 5, -2
C. -2, -5 D. 2, 5

13. 如果 $x^2 + 3x - 3 = 0$, 代数式 $x^3 + 3x^2 - 3x + 3$ 的值为 ()

- A. 0 B. -3
C. 3 D. $\frac{-3 \pm \sqrt{21}}{2}$

14. 若 $a < 0, ab < 0$, 则 $|b - a + 1| - |a - b - 5|$ 的值是 ()

- A. 4 B. -4
C. $-2a + 2b + 4$ D. 无法确定

15. 若 $ab = 1$, 则 $(a - \frac{1}{a})(b + \frac{1}{b})$ 等于 ()

- A. $2a^2$ B. $2b^2$
C. $a^2 - b^2$ D. $b^2 - a^2$

16. 已知 $A = 3m^2 - 5m + 2, B = 3m^2 - 4m + 2$, 则 A 与 B 之间的大小关系是 ()

- A. $A < B$ B. $A > B$
C. $A = B$ D. 以上关系都不对

三、解答题

17. 计算:

$$(1) \left(\frac{x}{2} + 3\right)^2 - \left(\frac{x}{2} - 3\right)^2;$$



第2节 因式分解

知识讲解

1. 因式分解

把一个多项式化为几个整式的积的形式,叫做多项式的因式分解.

2. 因式分解的基本方法

1)提取公因式法: $ma + mb + mc = m(a + b + c)$; 2)运用公式法: $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$; $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$; 3)分组分解法:①分组后直接提公因式;②分组后直接运用公式; 4)十字相乘法: $x^2 + (p + q)x + pq$ 型式子和因式分解,即: $x^2 + (p + q)x + pq = x^2 + px + qx + pq = (x^2 + px) + (qx + pq) = x(x + p) + q(x + p) = (x + q)(x + p)$; 5)求根公式法:在分解二次三项式 $ax^2 + bx + c$ 的因式时,可先用公式求方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两个根 x_1, x_2 , 然后得 $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$.

3. 因式分解和其他方法

①配方法;②换元法;③拆项添项法.

例题解析

填空题:

(1)分解因式: $2a(b + c) - 3(b + c) =$ _____;

(2)分解因式: $a^3 - 2a^2 + a =$ _____;

(3)分解因式: $x^2 - 2x - 8 =$ _____;

(4)分解因式: $a^2 - 4b^2 =$ _____.

【解答】 (1) $2a(b + c) - 3(b + c) = (2a - 3)(b + c)$

(2) $a^3 - 2a^2 + a = a(a^2 - 2a + 1) = a(a - 1)^2$

(3) $\begin{array}{r} 1 \quad \times \quad 2 \\ 1 \quad \times \quad -4 \end{array}$

$2 + (-4) = -2, \therefore x^2 - 2x - 8 = (x + 2)(x - 4)$

(4) $a^2 - 4b^2 = a^2 - (2b)^2 = (a - 2b)(a + 2b)$

【点评】 (1)提取公因式法是分解因式的常用方法之一,当公因式是一个多项式时,可以直接提取.

(2)本题提公因式 a 后,原多项式变形为 $a(a^2 - 2a + 1)$,这一步虽然是因式分解,但其中一个因式 $a^2 - 2a + 1$ 在有理数范围内仍然能再分解,即 $a^2 - 2a + 1 = (a - 1)^2$,切记因式分解的最后结果必须使每一个因式在指定数的范围内都不能再分解.

(3)在有理数范围内分解二次三项式时,如不能运用完全平方公式分解,就考虑十字相乘法,十字相乘法分解因式的关键在于分解多项式二次项系数与常数项,即使交叉相乘的积的和,等于一次项系数.

(4)运用公式法分解因式,可以先把所给多项式转化成公式的形式,再运用公式进行分解,以免由于

(2) $\left(\frac{2}{3}a^4b^7 - \frac{1}{9}a^2b^6\right) \div \left(-\frac{1}{3}ab^3\right)^2$;

(3) $(3xy)^2(x^2 - y^2) - (4x^2y^2)^2 \div 8y^2 + 9x^2y^4$;

(4) $(x - y)(x + y) + (x + y)^2 - 2x(x + y)$.

18. 已知 $A = 2x^2 + 4xy - 2x - 3$, $B = -x^2 + xy + 2$ 且 $3A + 6B$ 的值与 x 无关,求 y 的值.

19. 已知: $x(x - 1) + 2 = x^2 - y$, 求代数式 $xy - \frac{x^2 + y^2}{2}$ 的值.

20. 先化简,再求值:

$[2x(x^2y - xy^2) + xy(xy - x^2)] \div x^2y$, 其中 $x = 2008, y = 2004$.

21. 某乡村小学为了规范校园建设,需将原来正方形操场改成长方形标准操场,改建后的操场长比原来多 4 m,宽比原来少 4 m,问改建后的操场面积比原来操场面积是增多呢? 还是减少了? 相差多少平方米?



误判,使分解的结果产生错误.

选择题:

(1) 若 a, b, c 是三角形三边的长, 则代数式 $a^2 + b^2 - c^2 - 2ab$ 的值 ()

- A. 大于零
B. 小于零
C. 大于或等于零
D. 小于或等于零

(2) 把多项式 $4x^2 + 8x - 1 = 0$ 分解因式的结果是 ()

- A. $\left(x - \frac{-2+\sqrt{5}}{2}\right)\left(x - \frac{-2-\sqrt{5}}{2}\right)$
B. $\left(x + \frac{-2+\sqrt{5}}{2}\right)$
C. $4\left(x + \frac{-2+\sqrt{5}}{2}\right)\left(x + \frac{-2-\sqrt{5}}{2}\right)$
D. $(2x+2-\sqrt{5})(2x+2+\sqrt{5})$

【解答】 (1) $\because a^2 + b^2 - c^2 - 2ab = (a^2 - 2ab + b^2) - c^2 = (a-b)^2 - c^2 = (a-b+c)(a-b-c)$, 又 $\because a, b, c$ 是三角形三边的长

$\therefore a+c>b, a<b+c$, 即 $a-b+c>0, a-b-c<0$

$\therefore (a-b+c)(a-b-c)<0$

即 $a^2 + b^2 - c^2 - 2ab < 0$, 故选 B.

(2) 由求根公式法, 可得方程 $4x^2 + 8x - 1 = 0$ 的两根是 $x_1 = \frac{-2+\sqrt{5}}{2}, x_2 = \frac{-2-\sqrt{5}}{2}$, $\therefore 4x^2 + 8x - 1 = 4\left(x - \frac{-2+\sqrt{5}}{2}\right)\left(x - \frac{-2-\sqrt{5}}{2}\right) = (2x+2-\sqrt{5})(2x+2+\sqrt{5})$. 故选 D.

【点评】 (1) 本题是确定代数式的取值范围与因式分解的综合题, 把所给多项式的部分因式进行因式分解, 再结合“ a, b, c 是三角形的三边”, 应满足三角形三边关系是解决这类问题的常用方法.

(2) 确定因式分解结果的选择题, 其选择项的确定方法一般有两种, 一种是先把所给多项式进行分解, 得到结果再确定选择项; 二是把所给的每一个选择项, 分别按照整式和乘法法则进行计算, 再把所得积与所给的多项式进行比较, 最终确定选择项.

(1) 分解因式: $x^3 + x^2y - xy^2 - y^3$;

(2) 把 $(x^2 - 5x)(x^2 - 5x - 2) - 24$ 分解因式.

【解答】 (1) $x^3 + x^2y - xy^2 - y^3 = (x^3 + x^2y) - (xy^2 + y^3) = x^2(x+y) - y^2(x+y) = (x+y)(x^2 - y^2) = (x+y)^2(x-y)$

(2) $(x^2 - 5x)(x^2 - 5x - 2) - 24 = (x^2 - 5x)^2 - 2(x^2 - 5x) - 24 = (x^2 - 5x - 6)(x^2 - 5x + 4) = (x+1)(x-6)(x-1)(x-4)$

【点评】 (1) 分组分解法本质就是通过分组, 使

每一组分解因式后, 整体能再分解, 因此要求分组要恰当, 运用分组分解法分解因式, 常常要经过一个“试验——失败——试验——失败——再试验直至成功”的复杂过程

(2) 观察分析能力是解决数学问题的必备能力, 本题是把 $x^2 - 5x$ 看作一个整体, 相乘以后再按照关于 $x^2 - 5x$ 的二次三项式进行分解, 直至每一因式都不能再分解, 此法是解决这类问题的最简便的方法.



一、填空题

- $81x^2 = (\quad)^2; x^2 - 4x + (\quad) = (\quad)^2$.
- 多项式 $6xy^2 - 18x^2y^2z + 12x^3y^3z$ 的公因式是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- 如果 $x+y=10, xy=7$, 则 $x^2y+xy^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.
- $(\quad) + 5x - 6 = (3x-2)(\quad)$.
- 分解因式: $x^4 + 4y^4 = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 分解因式: $(x+y)^2 - 4(x+y) + 4 = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 分解因式: $3x^3 - 12x^2y + 12xy^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 计算: $2004^2 - 2006 \times 2002 = \underline{\hspace{2cm}}$.

二、选择题

- 下列各式从左边到右边的变形, 是因式分解的是 ()
A. $(x-2)(x+2) = x^2 - 4$
B. $x^2 - y^2 = -(y^2 - x^2)$
C. $a^2 - 2a - 3 = a\left(a - 2 - \frac{3}{a}\right)$
D. $ab - a - b + 1 = (a-1)(b-1)$
- 把多项式 $2xy - x^2 - y^2 + 1$ 分解因式的结果是 ()
A. $(x-y+1)(y-x+1)$
B. $(x+y-1)(y-x+1)$
C. $(x+y-1)(x-y+1)$
D. $(x-y+1)(x-y-1)$
- 下列多项式, 在有理数范围内不能进行因式分解的是 ()
A. $x^2 - 8$ B. $a^2 - a + \frac{1}{4}$
C. $a^2 - 4ab + 4b^2$ D. $x^2 - 9y^2$
- 如果 $4x - 3$ 是多项式 $4x^2 + 5x + a$ 的一个因式, 则 a 等于 ()
A. 6 B. -6 C. -9 D. 9
- 计算: $(a+b)^2 - (a-b)^2$ 的结果是 ()
A. $4a^2$ B. a^2b^2 C. 0 D. $4ab$
- 已知 x 为任意有理数, 则多项式 $x - 1 - \frac{1}{4}x^2$ 的值一定为 ()
A. 正数 B. 负数 C. 非正数 D. 非负数



15. 如果 $a^2 + b^2 + 2c^2 + 2ac - 2bc = 0$, 则 $a + b$ 的值 ()

A. 0 B. 1
C. -1 D. 不能确定

16. 对于任何整数 k , 多项式 $(4k+5)^2 - 9$ 都能被 ()

A. 4 整除 B. 5 整除 C. 9 整除 D. k 整除

三、解答题

17. 因式分解:

(1) $9a^2 + 3a + b - b^2$;

(2) $a^2(x-y) - 4(x-y) - 3a(y-x)$;

(3) $(x^2 + y^2)^2 - 4x^2y^2$;

(4) $(x+1)(x+3) + 1$.

18. 已知 $a^2 + a + 1 = 0$, 求 $a^3 + 2a^2 + 2a + 1$ 的值.

19. 甲、乙同学分解因式: $mx^2 + ax + b$, 甲仅看错了 a , 分解结果为 $2(x-1)(x-9)$; 乙仅看错了 b , 分解结果为 $2(x-2)(x-4)$, 你能确定正确的结果吗? 试试看.

20. 若 $x^2 + 2xy + y^2 - a(x+y) + 25$ 是完全平方式, 求 a 的值.

21. 已知一个凸四边形 $ABCD$ 的四条边的长顺序是 a, b, c, d , 且 $a^2 + ab - ac - bc = 0$, $b^2 + bc - bd - cd = 0$, 你能确定四边形 $ABCD$ 是什么形状的四边形吗? 试说明理由.

第3节 分式

知识讲解

1. 分式

用 A, B 表示两个整式, $A \div B$ 可以表示成 $\frac{A}{B}$ 的形式, 若 B 中含有字母, 式子 $\frac{A}{B}$ 就叫做分式.

2. 分式的基本性质

$\frac{A}{B} = \frac{A \times M}{B \times M}$, $\frac{A}{B} = \frac{A \div M}{B \div M}$ (其中 M 是不等于零的整式)

3. 分式的符号法则

$$\frac{a}{b} = \frac{-a}{-b} = -\frac{a}{-b} = -\frac{-a}{b}$$

4. 分式的运算

(1) 加减法: $\frac{a}{c} \pm \frac{b}{c} = \frac{a \pm b}{c}$, $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$.

(2) 乘法: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$, $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} =$

$$\frac{ad}{bc}$$

(3) 乘方: $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ (n 为正整数)

5. 约分

根据分式的基本性质, 把分式的分子和分母中公因式约去, 叫做约分.

6. 通分

根据分式的基本性质, 把异分母的分式化成和原来的分式分别相等的同分母的分式, 叫做通分.

例题解析

填空题:

(1) 若分式 $\frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2}$ 的值为零, 则 x 的值为

_____;

(2) 若 a, b 都是正数, 且 $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{2}{a+b}$, 则 $\frac{ab}{a^2 - b^2} =$ _____.

【解答】 (1) 由 $x^2 - 4 = 0$, 得 $x = \pm 2$, 把 $x = 2$ 代入分母, 得 $x^2 - x - 2 = 4 - 2 - 2 = 0$, 把 $x = -2$ 代入分母, 得 $x^2 - x - 2 = 4 + 2 - 2 = 4 \neq 0$, 故答案为 -2 .

(2) 由整体代换法, 把 $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{2}{a+b}$ 化为 $\frac{b-a}{ab} = \frac{2}{a+b}$, $b^2 - a^2 = 2ab$, 即 $a^2 - b^2 = -2ab$, 代入 $\frac{ab}{a^2 - b^2}$ 中得 $\frac{ab}{a^2 - b^2} = \frac{ab}{-2ab} = -\frac{1}{2}$, 故答案为 $-\frac{1}{2}$.