

////

安徽省高校省级规划教材

画法几何

罗敏雪 主编

中国科学技术大学出版社

中国美术学院美术考级教材

画法几何

（第2版）

中国美术学院美术考级教材

0185.2
44

安徽省高校省级规划教材

画 法 几 何

罗敏雪 主编

中国科学技术大学出版社

2006 · 合肥

内 容 简 介

本书内容是“工程图学”的基础。该书适合于工科高等院校各专业,也适合于综合性大学、电大、职业技术学院、成人教育学院理工专业。

该书可作为“画法几何与土建制图”、“画法几何与建筑阴影透视”、“画法几何与机械制图”课程画法几何部分的教科书。也可作为工程技术人员,图学爱好者自学参考书。

与本书配套的由罗敏雪主编,吉红、张正彬参编的《画法几何习题集》,由中国科学技术大学出版社同时出版。

图书在版编目(CIP)数据

画法几何/罗敏雪主编. —合肥:中国科学技术大学出版社,2006.6
(安徽省高校省级规划教材)
ISBN 7-312-01939-0

I. 画… II. 罗… III. 画法几何 IV. O185.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 061458 号

画法几何

罗敏雪 主编

责任编辑:李攀峰 孔庆勇

出版 中国科学技术大学出版社
安徽省合肥市金寨路 96 号,邮编:230026
编辑部:0551-3602900 发行部:0551-3602905
Email: edit@ustc.edu.cn
网址: <http://www.press.ustc.edu.cn>

印刷 合肥现代印务有限公司
发行 中国科学技术大学出版社
经销 全国新华书店
开本 787 mm×1092 mm 1/16
印张 9
字数 225 千
印次 2006 年 6 月第 1 次印刷
书号 ISBN 7-312-01939-0/O·331
定价 16.00 元

前 言

工程图学是工科高等院校的公共基础课,而画法几何又是工程图学的基础。随着先进技术的发明与推广应用,工程图学课程教学改革随之进行。当今,计算机被普遍应用,计算机绘图是工程技术人员必须掌握的知识,而计算机只能代替工程技术人员的手,只能节省体力,不能取代人们的大脑,工程技术人员只有具备工程素质,才能用计算机绘图。

《画法几何》培养人们的空间想象力和空间构思能力,培养人们的读图能力,培养人们的工程素质,因此《画法几何》在工科高等院校非常重要,特别是土建类工科院校,尤其重要。本课程难以入门,一本易读的教材,对初学者是非常重要的。

该书适合于工科高等院校,尤其是土建类工科院校,对综合大学、职业技术学院、成人教院工科专业都合适。各类学校及各个专业,可根据需要取舍教材的内容。

该书由安徽建筑工业学院制图教研室《画法几何与建筑制图》重点建设课程组老师编写,该课题组教师,有的从事该课程教学二十多年,有的从事十几年,现将多年的教学笔记整理成书,本书的特点是:

1. 注重基础知识,对基础知识重点讲,详细讲;
2. 通俗易懂,用简单图例,讲清作图原理与方法,图例由浅入深;
3. 图例较多,作图步骤简明而清晰,给自学者带来方便;
4. 配置图例注重讲清问题,如组合体部分,列出了初学者容易出错的地方;
5. 注重教材内容本身的内在联系,联系紧密的教学内容,成独立章节;
6. 对承前启后的内容进行了详解,有利于读图,如组合体部分,讲解很细致,给画较复杂形体的轴测图带来方便,给后续课程的读图打下了很好的读图基础。

该书由罗敏雪任主编;其中第1章绪论,第2章点直线平面,第5章立体,由罗敏雪编写;第3章投影变换,由吉红编写;第4章曲线与曲面,第6章轴测投影,由张正彬编写。

中国科学技术大学朱仁芝教授审阅了书稿,并提出许多宝贵意见,在此表示衷心感谢。

由于水平有限,时间紧促,不当之处,请读者批评指正!

编 者

2006年4月17日于合肥

目 录

前 言	(i)
1 绪论	(1)
1.1 画法几何的产生及发展	(1)
1.2 画法几何的目的与作用	(1)
1.3 投影法	(2)
1.4 工程中常用的几种投影	(4)
2 点直线平面	(6)
2.1 点	(6)
2.2 直线	(11)
2.3 平面	(23)
2.4 直线与平面、平面与平面的相互位置	(36)
2.5 点直线平面的图解作图	(52)
3 投影变换	(59)
3.1 投影变换的目的与方法	(59)
3.2 换面法	(60)
3.3 旋转法	(68)
4 曲线与曲面	(72)
4.1 曲线的形成与投影	(72)
4.2 曲面的形成	(77)
5 立体	(81)
5.1 立体的投影	(81)
5.2 平面与立体的截交线	(92)
5.3 直线与立体相交	(104)
5.4 两立体相交	(106)
5.5 读组合体视图	(122)
6 轴测投影	(129)
6.1 概述	(129)
6.2 轴测投影的形成	(130)
6.3 轴测投影的分类和选择	(132)

1 绪 论

1.1 画法几何的产生及发展

画法几何学由法国科学家蒙日于 18 世纪发明。

画法几何学由蒙日 1775 年前后构思,以后逐步思考,于 1795 年元月起 4 个月内,在巴黎的高等师范学校,任教画法几何时,讲课的课文(由学生速记,经蒙日审阅刊登于该校学报)。当时法国政府,认为画法几何学与军事防御工事有关,对外保密,直到 1798 年,这项重要发明才准予公布于世。

蒙日画法几何学,法文原著于 1798 年公开出版,“画法几何学”这一中文名称,约在 1920 年,由我国著名物理学家萨本栋和著名教育家蔡元培翻译定名。

画法几何学是几何学的一个分支,在科学技术上被广泛应用,成为工程图学的公共基础课。

1.2 画法几何的目的与作用

画法几何有两个主要目的:

第一个目的是在只有两个尺度的图纸上,准确地表达出具有三个尺度,而能严格确定的物体;第二个目的是根据准确的图形,推导出物体形状和物体各个组成部分的相互位置。

画法几何的作用之一,解决了空间形体在平面上的图示法;作用之二,培养空间想象力和空间构思能力,根据二维图形构造空间形体的能力。

各工程领域,如建筑、机械、飞机、造船、电子等工程领域,工程图都是用画法几何的原理和方法绘制的。用工程图表达工程设计,指导工程施工,进行技术交流等,工程图被喻为工程语言。

以前用尺规手工绘工程图,现在用计算机绘,不论是用尺规手工绘还是用计算机绘,绘图的基础是画法几何,画法几何可培养人们大脑的思维能力,计算机只能代替手,减轻体力,不能代替大脑思维。

1.3 投 影 法

画法几何的基础是投影法。

1.3.1 投影三要素

如图 1.3.1 所示, P 为投影平面, S 为投影中心, S 不在投影平面 P 上, A 为空间点, S 、 P 、 A 称为投影三要素。

1.3.2 投 影 法

一、投影法基本原理

投影法的原理是:如图 1.3.1 所示,假设投影中心 S 与空间点 A 的连线 SA ,称为投射线(也称投影线), SA 与 P 的交点 a ,称为空间点 A 在投影平面 P 上的投影。同理 SB 与 P 的交点 b ,称为空间点 B 在投影平面 P 上的投影。

由投影法的原理可知,投影中心 S ,投影平面 P ,空间点 A 确定后,则空间点 A ,在投影平面 P 上的投影 a ,就确定了。反之,确定了投影中心 S ,投影平面 P ,投影 a ,而 A 点的空间位置仍无法确定。

得出结论:物体的一个投影图不能确定物体的空间位置。工程图是用多面投影来表达空间形体的。

画法几何就是用这种假设的投影法,确定空间物体在平面(图纸)上的投影(图形)。投影法分为中心投影和平行投影。

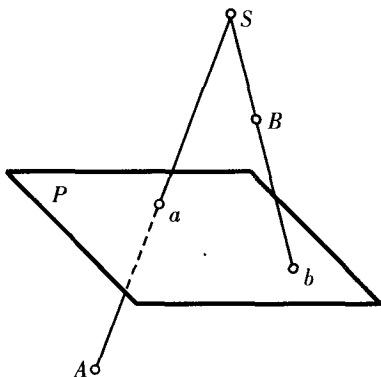


图 1.3.1 投影法

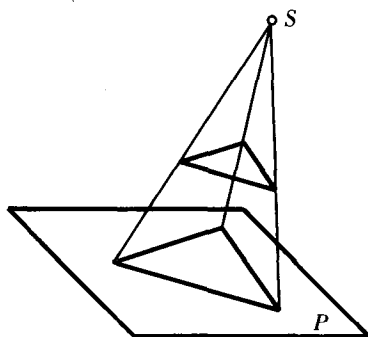


图 1.3.2 中心投影法

二、中心投影

如图 1.3.1, 图 1.3.2 所示, 投影线通过投影中心, 称中心投影。

三、平行投影

若将投影中心视为一个无穷远点, 则所有的投射线互相平行, 称平行投影。平行投影分为斜投影和正投影, 当投射线与投影平面倾斜时称斜投影, 如图 1.3.3, 当投射线与投影平面垂直时, 称正投影, 如图 1.3.4 所示。

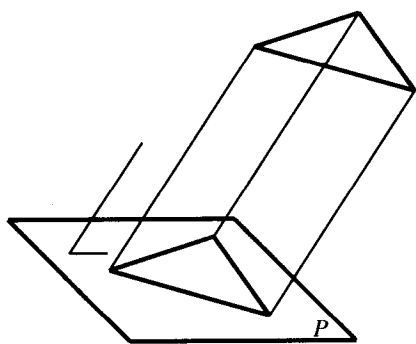


图 1.3.3 平行投影法——斜投影

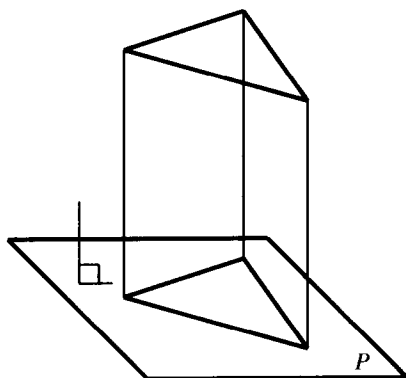


图 1.3.4 平行投影法——正投影

1.3.3 中心投影和平行投影的共同性

一、同素性

点的投影仍是点, 直线的投影仍是直线。在特殊情况下, 当直线通过投影中心时, 如图 1.3.5 所示, 或直线平行于投射线方向时, 如图 1.3.6 所示, 直线的投影积聚成一个点。

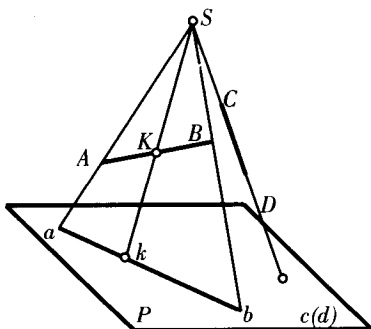


图 1.3.5 中心投影的同素性、从属性

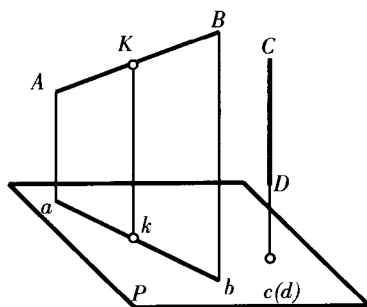


图 1.3.6 平行投影的同素性、从属性

二、从属性

若点在直线上,则点的投影一定在直线的投影上,如图 1.3.5 和图 1.3.6 所示,点 K 在直线 AB 上,则 k 一定在 AB 的投影 ab 上。

1.3.4 平行投影不变性

一、平行性不变

空间两条直线互相平行,则两直线在投影面上的投影,仍互相平行。如图 1.3.7 所示, $AB \parallel CD$, 则 $ab \parallel cd$ 。

二、定比性不变

空间直线上的两线段之比,等于直线投影上两线段之比。如图 1.3.8 所示, $\frac{AK}{KB} = \frac{ak}{kb}$ 。

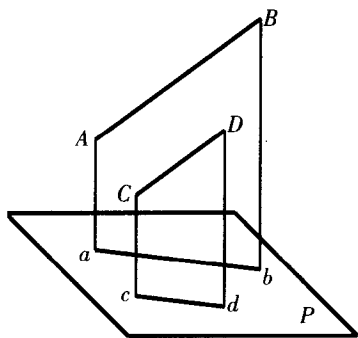


图 1.3.7 平行性不变

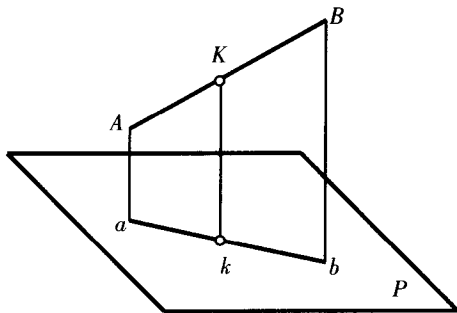


图 1.3.8 定比性不变

1.4 工程中常用的几种投影

1.4.1 正投影

正投影是平行投影的一种,是指多面投影。前面叙述的空间形体在平面上的图示法及根据二维图形构造空间形体,其中“平面上的图示法”和“二维图形”指的就是正投影图。

由于正投影图度量性好,绘图简单,便于指导设计与生产,因此被广泛应用。建筑、机械、飞机、造船、电子,这些领域的工程图,都要用正投影绘制。

正投影图的缺点是,直观性差,没有经过工程图训练的人,看不懂正投影图。

1.4.2 轴 测 投 影

轴测投影是平行投影,是单面投影,是根据二维正投影图绘制的。分正轴测投影与斜轴测投影。优点是直观性好,缺点是度量性差,不能用于指导设计与生产,画起来麻烦,只能起辅助作用。

1.4.3 透 视 投 影

透视投影是中心投影,是单面投影,是根据二维正投影图绘制的。优点是直观性好,画出的图美观,符合人们的视觉,建筑阴影透视图是用中心投影法绘制的。在建筑领域,建筑效果图是非常重要的图,主体是建筑阴影透视图。透视投影的缺点是度量性差,不能指导设计与生产,画起来麻烦。

2 点直线平面

2.1 点

2.1.1 点在两投影面体系中的投影

一、两投影面体系的建立

如图 2.1.1 所示。该两投影面体系是,由两个互相垂直的平面组成,其中一个平面为水平投影面,称为 H 面,另一个平面为正面投影面,称为 V 面。 H 面与 V 面的交线称为 OX 轴。即:

H ——水平投影面;

V ——正面投影面;

$H \perp V$;

$H \times V$ —— OX 轴。

其中 $\perp$ 为垂直符号, $\times$ 为相交符号。

二、两投影面体系的展开

在图 2.1.1 中, V 面不动,将 H 面绕着 OX 轴,按图示箭头方向旋转 90° 度,使 H 面与 V 面摊平在一个平面上,得图 2.1.2。由于平面无限大,将图 2.1.2 去边框得图 2.1.3,该图称为 V 、 H 两投影面体系的投影图。

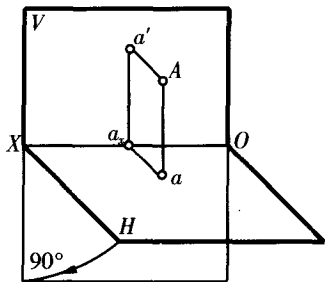


图 2.1.1 V 、 H 两投影面体系

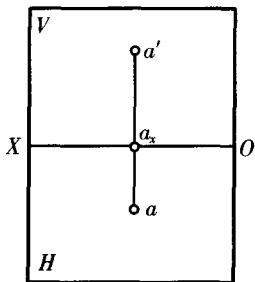


图 2.1.2 V 、 H 投影面展开

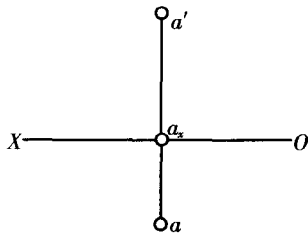


图 2.1.3 V 、 H 投影面去边框

同理可作出 V 、 W 两投影面体系的投影图,如图 2.1.4、2.1.5、2.1.6 所示。其中 W 面称侧面投影面, V 面与 W 面垂直, W 面与 V 面的交线称为 OZ 轴。即:

W ——侧面投影面,

$W \perp V$,

$W \times V$ —— OZ 轴。

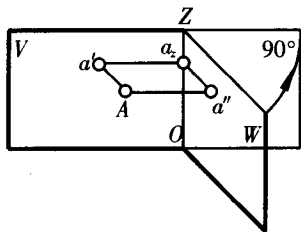


图 2.1.4 V 、 W 两投影面体系

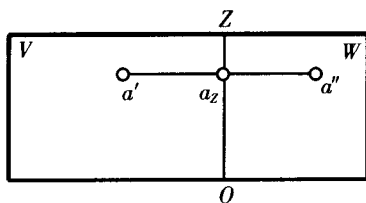


图 2.1.5 V 、 W 投影面展开

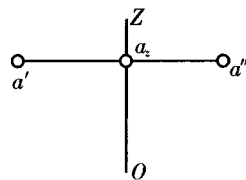


图 2.1.6 V 、 W 投影面去边框

三、点的投影规律

如图 2.1.1 至图 2.1.3 所示, A 为空间点, a 称水平投影, a' 称正面投影, a_x 为水平投影 a 与正面投影 a' 的连线(aa')与 OX 轴的交点。

由两投影面体系的展开可知:

- 1) 点的水平投影 a 与正面投影 a' 的连线垂直 OX 轴;即: $aa' \perp OX$;
- 2) 点的水平投影 a 到 OX 的距离,等于空间 A 点到 V 面的距离,即: $aa_x = Aa'$;
- 3) 点的正面投影 a' 到 OX 的距离,等于空间 A 点到 H 面的距离,即: $a'a_x = Aa$ 。

四、绘制点的两面投影图

根据上述点的投影规律,及图 2.1.1 所示,图 2.1.3 的作图步骤如下:

- 1) 画水平线 OX 轴;
- 2) 画垂线与 OX 轴垂直,该垂线与 OX 轴相交于 a_x ;
- 3) 在过 a_x 点的垂线上,量 $aa_x = Aa'$,得 a' ;量 $a'a_x = Aa$,得 a ,作图完毕。

2.1.2 点在三投影面体系中的投影

一、三投影面体系的建立

如图 2.1.7 所示。三投影面体系由三个互相垂直的平面组成,由水平投影面(H 面),正面投影面(V 面),侧面投影面(W 面)组成。 H 面与 V 面的交线称为 OX 轴, H 面与 W 面的交线称为 OY 轴, W 面与 V 面的交线称为 OZ 轴。

即:

H ——水平投影面, V ——正面投影面, W ——侧面投影面;

$H \perp V, H \perp W, W \perp V$;

$H \times V$ —— $OX, H \times W$ —— $OY, W \times V$ —— OZ ;

a ——水平投影, a' ——正面投影, a'' ——侧面投影。

二、三投影面体系的展开

图 2.1.7 中的 V 面不动, 将 H 面绕着 OX 轴旋转 90° 度, 使 H 面与 V 面摊平在一个平面上, 再将 W 面绕着 OZ 轴旋转 90° 度, 使 W 面与 V 面也摊平在一个平面上, OY 轴随 H 面, 标记为 Y_H , OY 轴随 W 面, 标记为 Y_W , 如图 2.1.8 所示。此时 H 面、 V 面、 W 面在一个平面上。由于平面无限大, 将图 2.1.8 去边框得图 2.1.9。该图称为点的三面投影图。

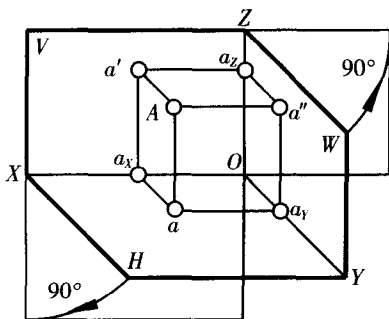


图 2.1.7 三投影面体系

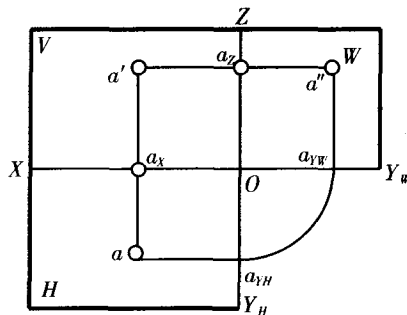


图 2.1.8 三投影面展开

三、点的三面投影及直角坐标

如图 2.1.7 至图 2.1.9 所示, A 为空间点, a 称水平投影, a' 称正面投影, a'' 称侧面投影。 a_x 为水平投影 a 与正面投影 a' 的连线 (aa') 与 OX 轴的交点, a_z 为正面投影 a' 与侧面投影 a'' 的连线 ($a'a''$) 与 OZ 轴的交点。

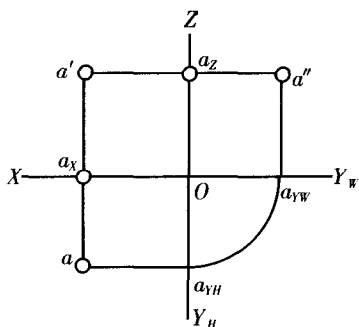


图 2.1.9 三投影面去边框

如图 2.1.7 所示, 若将点的三面投影体系当作笛卡尔直角坐标系, 以点 O 为原点, 投影轴为坐标轴。则空间某点 A 至投影面的距离, 可以用直角坐标 (x, y, z) 来表示。在投影图上, 如图 2.1.9 所示, 也可以用直角坐标 (x, y, z) , 定出点 A 的三面投影 a, a', a'' 的位置。其对应关系如下:

点的正面投影 a' 到 OZ 的距离, 等于点的水平投影到 OY 轴的距离, 等于空间点到 W 面的距离, 等于 x 的坐标值, 即:

$$a'a_z = aa_{Y_H} = Aa'' = x$$

点的水平投影, 到 OX 的距离, 等于点的侧面投影到 OZ 轴的距离, 等于空间点到 V 面的距离, 等于 y 的坐标值, 即:

$$aa_x = a''a_z = Aa' = y$$

点的正面投影到 OX 的距离, 等于点的侧面投影到 OY 轴的距离, 等于空间点到 H 面的距离, 等于 z 的坐标值即:

$$a'a_x = a''a_{Y_W} = Aa = z$$

四、绘点的三面投影图

图 2.1.9 为点的三面投影图, 由三投影面体系的展开可知, $oa_{Y_H} = oa_{Y_W}$, 以 o 为圆心, 以 oa_{Y_H} 为半径, 画圆弧可得 a_{Y_W} 点。由于画圆弧比较麻烦, 引 45° 辅助线可方便作图。

例 2.1.1 如图 2.1.10(a)所示,已知点的水平投影 a ,和点的正面投影 a' ,作点的侧面投影 a'' 。

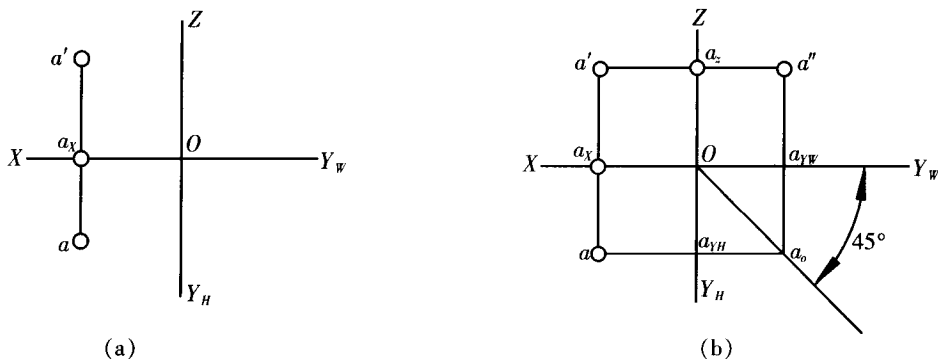


图 2.1.10 已知 a, a' 用 45° 辅助线作 a''

分析作图:如图 2.1.10(b)所示,作图步骤如下:

- 1) 分别过 a, a' 画水平线;
- 2) 过 O 点作 45° 辅助线,与过 a 的水平线相交于 a_0 ;
- 3) 过 a_0 作垂线,与过 a' 的水平线相交,相交点即为 a'' 。

例 2.1.2 画出点 $A(20,10,15)$ 的三面投影图。

分析作图:如图 2.1.11 所示,作图步骤如下:

- 1) 作水平线;
- 2) 作垂直线与水平线相交于 O 点,将水平线标记为 OX 、 OY_w ,将垂直线标记为 OZ 、 OY_H ;
- 3) 在 OX 上量取 $Oa_x = 20$,过 a_x 作 OX 的垂线,在此垂线上,量取 $a_x a = 10$,量取 $a_x a' = 15$,至此已完成 a, a' 的作图;
- 4) 分别过 a, a' 作水平线,再作 45° 辅助线,与过 a 的水平线相交于 a_0 ,过 a_0 作垂线与过 a' 的水平线相交于 a'' ,至此已完成 a'' 的作图;即整个作图完毕。

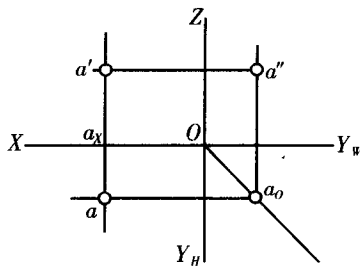


图 2.1.11 根据直角坐标作点的三面投影图

2.1.3 重影点及可见性

当空间两个点位于同一条投影线上,这两个点在与这条投影线垂直的投影面上的投影为一个点,这个点称重影点。在图 2.1.12、图 2.1.13 中, A, B 在 V 面重影, C, D 在 H 面重影,在图 2.1.14、图 2.1.15 中, E, F 在 W 面重影。

为了区分重影点的相互位置,首先要确定看图方向。第一分角(注:此概念在 2.1.4 空间分角中介绍)看图方向为:

H 面投影,从上往下看, Z 坐标值大者可见; V 面投影,从前向后看, Y 坐标值大者可见; W 面投影,从左向右看, X 坐标值大者可见。

规定:不可见点的投影图,用圆括弧括起来,如图 2.1.13 中的 (b') 、 (d) ,图 2.1.15 中的 (f'') 。

2.1.4 空间分角

由于在空间设定了两投影面体系,平面没有边界,这就把空间分为四个部分,称之为分角。以第一、二、三、四分角命名,其次序如图 2.1.16 所示。图 2.1.17 为各分角点的投影图。

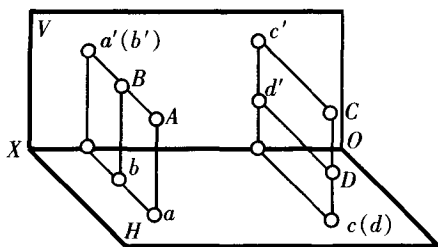


图 2.1.12 V、H 面重影点空间图

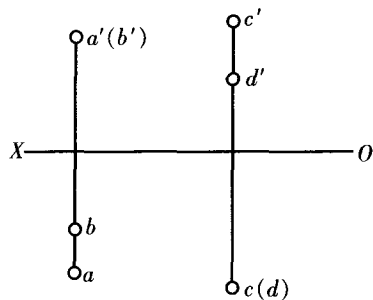


图 2.1.13 V、H 面重影点投影图

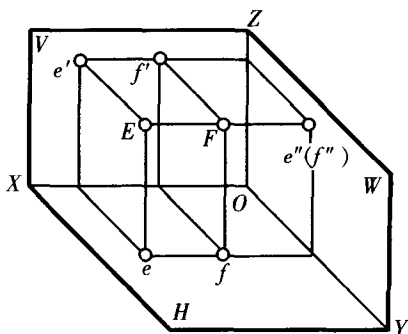


图 2.1.14 W 面重影点空间图

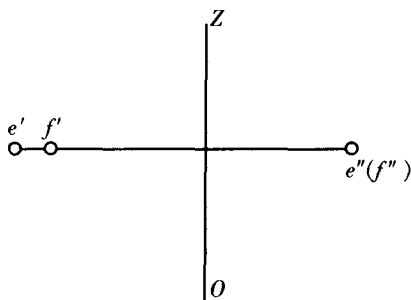


图 2.1.15 W 面重影点投影图

三投影面体系中,把空间分为八个分角。 W 面左侧的空间,仍命名为第一、二、三、四分角, W 面右侧的空间,命名为第五、六、七、八分角,请读者构思空间图与投影图。

本书前面叙述的三投影面体系,如图 2.1.7、图 2.1.14 均为第一分角,看图方向如前述。下面各章只讨论第一分角的投影图。

第三分角也是常用的,如第一分角的投影图能读懂,第三分角的投影图也能读懂。

2.1.5 无轴图

表示出投影轴的投影图,称为有轴投影图,不表示出投影轴的投影图,称为无轴投影图,总称投影图,一般没区别。

如果只研究空间两点之间的相对位置和相对距离,不考虑各点到投影面的距离,则投影轴可以不画出来。无轴投影图中,投影连线的方向,与有轴投影图相同,即 $a'a''$ 为水平方向, aa' 为垂直方向。当 a, a'' 已知时,则 45° 辅助线必定通过,过 a 作的水平线与过 a'' 作的垂直线的交点 a_0 ,如图 2.1.18 所示。当 a' 已知,并已知 a 或 a'' 其中一个时,则 45° 辅助线位置可以任

意确定,如图 2.1.19 所示。

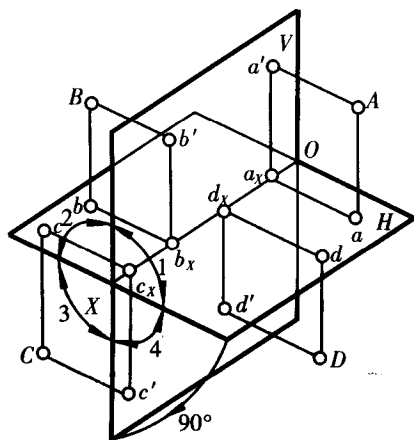


图 2.1.16 空间四个分角

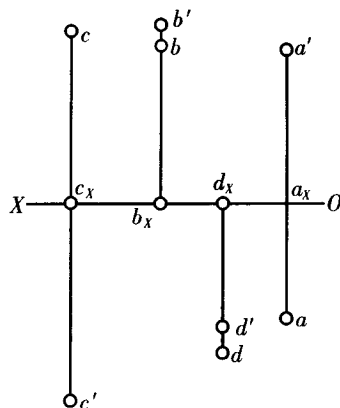


图 2.1.17 四个分角点的投影图

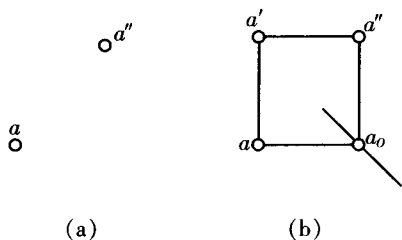


图 2.1.18 已知 a, a'' 求 a'

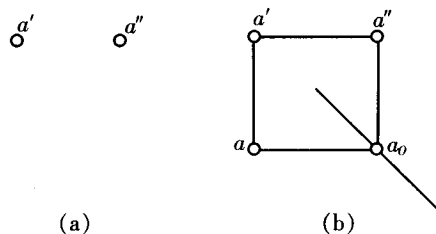


图 2.1.19 已知 a', a'' 求 a

2.2 直 线

两个不重合的点确定一条直线。要确定直线的空间位置,只要确定直线上两个点的位置。因此,直线上两个点的投影,就可以确定该直线的空间位置,将两个点的投影连接起来,即为该直线的投影。

2.2.1 直线与投影面的相对位置

一、直线与某一投影面的相对位置

直线与某一投影面的相对位置,有三种情况:

- 1) 直线与投影面倾斜,如图 2.2.1 所示,直线 AB 与投影面 H 的倾角为 α ,直线 AB 在该投影面上的投影为一直线 ab ,投影 ab 小于直线 AB 的实长,即 $ab = AB \cdot \cos \alpha$ 。
- 2) 直线与投影面平行,如图 2.2.2 所示,直线 CD 与投影面 H 平行, $\alpha = 0$,直线 CD 在该