最实用　最权威　最经典

2007 人大考研

新大纲

2007年考研

数学

最新经典讲义（经济类）

主　编　黄先开　曹显兵　简怀玉

● 一线名师授课底本　● 经典讲解全新奉上　● 附送6重好礼

- 全面解析新大纲考试内容与考试要求，列表形式清晰明确，一目了然
- 总结重要公式与结论，帮助考生常记不忘
- 归纳典型题型讲解内容，例题分析、详解、评注环环相扣
- 每讲配精编习题，有针对性地演练、温习

中国人民大学出版社

国内同类最畅销图书

2007年考研

数学最新经典讲义(经济类)

主　编　黄先开　曹显兵　简怀玉

2007

中国人民大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

2007年考研数学最新经典讲义(经济类)/黄先开,曹显兵,简怀玉主编
北京:中国人民大学出版社,2006
ISBN 7-300-07535-5

Ⅰ. 2…
Ⅱ. ①黄…②曹…③简…
Ⅲ. 高等数学-研究生-入学考试-自学参考资料
Ⅳ. O13

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第092548号

2007年考研数学最新经典讲义(经济类)
主　编　黄先开　曹显兵　简怀玉

出版发行	中国人民大学出版社		
社　址	北京中关村大街31号	**邮政编码**	100080
电　话	010-62511242(总编室)		010-62511239(出版部)
	010-82501766(邮购部)		010-62514148(门市部)
	010-62515195(发行公司)		010-62515275(盗版举报)
网　址	http://www.crup.com.cn		
	http://www.1kao.net (中国1考网)		
经　销	新华书店		
印　刷	北京宏伟双华印刷有限公司		
规　格	210mm×285mm　16开本	**版　次**	2006年8月第1版
印　张	32.75	**印　次**	2006年8月第1次印刷
字　数	876 000	**定　价**	38.00元

前言

本书是作者根据《2007年全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲》最新编著的一本系统复习考研数学的参考书。它是以作者多年考研辅导讲稿为基础，结合作者对历年考题的研究、命题趋势以及数学的内在规律倾心编写而成的。目的是帮助广大考生在较短时间内系统复习好考研数学内容，取得优异成绩，并为今后研究生学习阶段打下坚实的数学基础，让数学伴随同学们走向人生的辉煌。

本书编写特点如下：

一、考试内容与要求——对照最直接

明确学习内容与要求，才能有的放矢。本书在每章的开头以表格的形式简述最新考研大纲要求的基本概念、基本原理和基本方法及其层次，作者认为这对于考前进行全面、系统的复习是必要的。

二、重要公式与结论——总结最完善

针对每一章中的重点、难点以及容易混淆的概念进行诠释，并归纳总结每一章的重要定理、公式和结论，特别是对一些重要的中间结论或者隐含条件进行了归纳总结。目的在于希望考生通过系统复习后，一见到此类问题，就能立刻联想到考题实际期望考查的是哪一方面的知识点，从而使考生站在一个更高的层次上去分析问题、解决问题，达到认识和理解的新境界。考生是否具备了这种能力，对考研能否取得成功和获得高分是至关重要的。

三、典型题型与例题分析——题型最丰富

对数学课程来说，题目是无穷的，但题型是有限的。作者通过精心编制和设计许多新题型，使得本书几乎囊括了考研数学所涉及的所有题型，并逐一进行分析，给出了解题方法和规律。另外，借助于许多重要经典例题的评注，本书能够帮助同学们更好地把握典型例题的典型处理方法和各种可能的延伸，从而使同学们能够举一反三、触类旁通。

四、习题精选与答案——选题最典型

对于真正掌握一门课程内容并通过相关考试来说，做一定数量的习题是必不可少的。为此，作者按照填空题、选择题和计算证明题的顺序对应各种题型选编了相当数量的习题，供读者模拟练习之用，希望读者尽可能独立地完成习题。

五、本书带“*”的内容，数学四考生不作要求

在成书过程中，作者参考了众多著作和教材，由于篇幅所限不能一一列出，在此谨向有关作者表示衷心感谢！

由于作者水平所限，书中一定还存在许多不足之处，敬请广大读者、同行专家批评指正。

作者

2006年8月于北京

目　　录

第一部分　微积分

第二部分 线性代数

第三部分 概率论与数理统计

第一部分 PART ONE

微积分

PART ONE

第一讲　函数、极限、连续

1 考试内容与要求

一 考试内容

函数的概念及表示法	设 x 和 y 是两个变量，D 是一个给定的数集. 如果对于每个数 $x \in D$，按照一定的法则，变量 y 总有一个确定的值和它对应，则称变量 y 是变量 x 的函数，记作 $y = f(x)$. 表示法：公式法、表格法、图形法等.
函数的有界性	设函数 $y = f(x)$ 在区间 I 上有定义，如果存在正数 M，对于任意 $x \in I$，恒有 $\vert f(x) \vert \leqslant M$，则称函数 $y = f(x)$ 在区间 I 上有界. 如果这样的 M 不存在，则称函数 $y = f(x)$ 在 I 上无界.
函数的单调性	设函数 $y = f(x)$ 在区间 I 上有定义，如果对于 $\forall x_1, x_2 \in I$，当 $x_1 < x_2$ 时，恒有 $f(x_1) < f(x_2)$（或 $f(x_1) > f(x_2)$），则称函数 $y = f(x)$ 在区间 I 上是单调增加（或单调减少）的.
函数的周期性	设函数 $f(x)$ 的定义域为 D，如果存在一个不为零的常数 T，使得对于任一 $x \in D$，有 $x \pm T \in D$ 且 $f(x+T) = f(x)$ 恒成立，则称 $f(x)$ 为周期函数，T 称为 $f(x)$ 的周期. 通常把满足上式的最小正数 T 称为函数 $f(x)$ 的周期.
函数的奇偶性	设函数 $f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称，如果对任一 $x \in D$，恒有 $f(-x) = f(x)$[或 $-f(x)$]，则称函数 $f(x)$ 为偶函数（或奇函数）. 偶函数的图形关于 y 轴对称，奇函数的图形关于坐标原点对称.
复合函数	设 $y = f(u)$，$u = \varphi(x)$ 为两个函数，若 $\varphi(x)$ 的值域与 $f(u)$ 的定义域有非空交集，则由 $y = f(u)$ 及 $u = \varphi(x)$ 可复合而成复合函数 $y = f[\varphi(x)]$，u 称为中间变量.
反函数	设函数 $y = f(x)$ 的定义域为 D，值域为 W. 若对 $\forall y \in W$，$\exists$ 唯一确定的 $x \in D$，满足 $y = f(x)$，则得到 x 是 y 的函数，记为 $x = \varphi(y)$，称为 $y = f(x)$ 的反函数.
分段函数	在不同区间段上函数的表达式不一致的函数，称为分段函数.
隐函数	设有关系式 $F(x,y) = 0$，若对 $\forall x \in D$，存在唯一确定的 y 满足 $F(x,y) = 0$ 与 x 相对应，由此确定的 y 与 x 的函数关系 $y = y(x)$ 称为由方程 $F(x,y) = 0$ 所确定的隐函数.
基本初等函数的性质及其图形	幂函数、指数函数、对数函数、三角函数和反三角函数统称为基本初等函数. 这些函数的性质及其图形（略）.
初等函数	由常数和基本初等函数经过有限次四则运算和有限次的函数复合运算所构成并可用一个式子表示的函数，称为初等函数.

函数关系的建立	通过经济问题等建立函数关系式.
数列极限的定义	$\lim\limits_{n\to\infty}x_n=A\Leftrightarrow$ 对 $\forall\varepsilon>0,\exists N>0$,使得当 $n>N$ 时,恒有 $\lvert x_n-A\rvert<\varepsilon$.
函数极限的定义和性质	$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A\Leftrightarrow$ 对 $\forall\varepsilon>0,\exists\delta>0$,使得当 $0<\lvert x-x_0\rvert<\delta$ 时,恒有 $\lvert f(x)-A\rvert<\varepsilon$. 性质: ① 唯一性:极限存在必唯一. ② 保号性:如果 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A$,而且 $A>0$(或 $A<0$),则存在点 x_0 的某一空心邻域,当 x 在该邻域内时,有 $f(x)>0$(或 $f(x)<0$). ③ 如果在 x_0 的某一空心邻域内 $f(x)\geqslant0$(或 $f(x)\leqslant0$),且 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A$,则 $A\geqslant0$(或 $A\leqslant0$).
函数的左极限与右极限	若 $\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)$ 存在,记为 $f(x_0-0)$,则称之为 $f(x)$ 当 $x\to x_0$ 时的左极限; 若 $\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)$ 存在,记为 $f(x_0+0)$,则称之为 $f(x)$ 当 $x\to x_0$ 时的右极限.
无穷小量与无穷大量的概念及其关系	设自变量 x 在某一变化过程中,如果 $\lim f(x)=0$,则称在自变量 x 的该变化过程中,函数 $f(x)$ 为无穷小量;如果 $\lim f(x)=\infty$,则称在自变量 x 的该变化过程中,函数 $f(x)$ 为无穷大量. 其关系为:若 $\lim f(x)=\infty$,则 $\lim\dfrac{1}{f(x)}=0$; 若 $\lim f(x)=0$,且 $f(x)\neq0$,则 $\lim\dfrac{1}{f(x)}=\infty$.
无穷小量的性质及无穷小量的比较	性质: ① 有限个无穷小量之和仍为无穷小量; ② 有限个无穷小量之积仍为无穷小量; ③ 无穷小量乘有界变量仍为无穷小量; ④$\lim f(x)=A\Leftrightarrow f(x)=A+\alpha(x)$,其中 $\lim\alpha(x)=0$. 比较:设在自变量 x 的某一变化过程中,$\alpha(x),\beta(x)$ 是无穷小量: ① 如果 $\lim\dfrac{\alpha(x)}{\beta(x)}=0$,则称 $\alpha(x)$ 是比 $\beta(x)$ 高阶的无穷小,记为 $\alpha(x)=o(\beta(x))$; ②$\lim\dfrac{\alpha(x)}{\beta(x)}=\infty$,则称 $\alpha(x)$ 是比 $\beta(x)$ 低阶的无穷小; ③$\lim\dfrac{\alpha(x)}{\beta(x)}=A\neq0$,则称 $\alpha(x)$ 与 $\beta(x)$ 是同阶无穷小; ④$\lim\dfrac{\alpha(x)}{\beta(x)}=1$,则称 $\alpha(x)$ 与 $\beta(x)$ 是等价无穷小,记为 $\alpha(x)\sim\beta(x)$.
极限的四则运算	设 $\lim f(x)=A,\lim g(x)=B$,则 $\lim(f(x)\pm g(x))=\lim f(x)\pm\lim g(x)$; $\lim f(x)\cdot g(x)=\lim f(x)\cdot\lim g(x)$; $\lim\dfrac{f(x)}{g(x)}=\dfrac{\lim f(x)}{\lim g(x)}$,若 $\lim g(x)\neq0$.

极限存在的两个准则：单调有界准则和夹逼准则	准则(1)：若存在 x_0 的某空心邻域，有 $$g(x)\leqslant f(x)\leqslant h(x)$$ 成立，且 $\lim\limits_{x\to x_0}g(x)=\lim\limits_{x\to x_0}h(x)=A$，则 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A$. 准则(2)：单调有界数列必有极限.
两个重要极限	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=1,\quad \lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x=\mathrm{e}.$
函数间断点的类型	若 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处不连续，则称点 $x=x_0$ 为 $f(x)$ 的间断点. 若 $f(x_0-0),f(x_0+0)$ 均存在，则称 $x=x_0$ 为 $f(x)$ 的第一类间断点； 若 $f(x_0-0),f(x_0+0)$ 中至少有一个不存在，则称 $x=x_0$ 为 $f(x)$ 的第二类间断点.
初等函数的连续性	初等函数在其定义区间内必连续.
闭区间上连续函数的性质	设 $f(x)$ 在闭区间 $[a,b]$ 上连续，则 性质①(有界性)：　$f(x)$ 在 $[a,b]$ 上有界； 性质②(最值定理)：$f(x)$ 在 $[a,b]$ 上必取到最大值和最小值； 性质③(介值定理)：　若 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上的最大值为 M，最小值为 m，则对 $\forall c\in[m,M]$，必 $\exists\xi\in[a,b]$，使 $f(\xi)=c$.

二　考试要求

1. 理解函数的概念，掌握函数的表示法，会建立应用问题的函数关系.
2. 了解函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性.
3. 理解复合函数及分段函数的概念，了解反函数及隐函数的概念.
4. 掌握基本初等函数的性质及其图形，了解初等函数的概念.
5. 了解数列极限和函数极限(包括左极限与右极限)的概念.
6. 了解极限的性质与极限存在的两个准则，掌握极限的四则运算法则，掌握利用两个重要极限求极限的方法.
7. 会用洛必达法则求极限.
8. 理解无穷小量的概念和基本性质，掌握无穷小量的比较方法. 了解无穷大量的概念及其与无穷小量的关系.
9. 理解函数连续性的概念(含左连续与右连续)，会判别函数间断点的类型.
10. 了解连续函数的性质和初等函数的连续性，理解闭区间上连续函数的性质(有界性、最大值和最小值定理、介值定理)，并会应用这些性质.

2　重要公式与结论

一、函数的奇偶性、周期性与导数、积分的联系

1. 设 $f(x)$ 是可导的偶函数，则 $f'(x)$ 为奇函数，且 $f'(0)=0$；
   设 $f(x)$ 是可导的奇函数，则 $f'(x)$ 为偶函数.
2. 设 $f(x)$ 连续：如 $f(x)$ 为偶函数，则 $\int_0^x f(t)\mathrm{d}t$ 为奇函数；如 $f(x)$ 为奇函数，则对任意的 a，$\int_a^x f(t)\mathrm{d}t$ 为偶函数.
3. 设 $f(x)$ 在 $[-a,a]$ 上连续，则

$$\int_{-a}^{a} f(x)\mathrm{d}x = \begin{cases} 2\int_0^a f(x)\mathrm{d}x, & f(x)\text{ 为偶函数}, \\ 0, & f(x)\text{ 为奇函数}. \end{cases}$$

4. 可导的周期函数的导函数仍为同周期函数.

5. 设 $f(x)$ 是以 T 为周期的连续函数,则

$$\int_a^{a+T} f(x)\mathrm{d}x = \int_0^T f(x)\mathrm{d}x = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(x)\mathrm{d}x,$$

$$\int_0^{nT} f(x)\mathrm{d}x = n\int_0^T f(x)\mathrm{d}x.$$

二、在自变量不同变化过程中的函数极限及其联系

1. $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = A \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to x_0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to x_0^-} f(x) = A$.

2. $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = A \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = A$.

3. $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = A \Leftrightarrow \lim\limits_{n\to\infty} f(n) = A$.

4. 设 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = x_0$, $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = A$,则 $\lim\limits_{n\to\infty} f(x_n) = \lim\limits_{x\to x_0} f(x) = A$.

【评注】　由结论 3,4 知可利用函数极限求数列极限.

三、连续的隐含条件

如题中给了连续条件,应充分利用以下结论:

1. 设 $f(x)$ 在 x_0 处连续,则 $f(x_0) = \lim\limits_{x\to x_0} f(x)$.

2. 设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续,则 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上可积,且可构造 $f(x)$ 的原函数 $\int_a^x f(t)\mathrm{d}t \quad (a \leqslant x \leqslant b)$,对 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上可应用最值、介值、零点定理.

四、两个重要极限的一般形式

1. 设 $\alpha(x) \to 0$,则 $\lim \dfrac{\sin\alpha(x)}{\alpha(x)} = 1$.

2. 设 $f(x) \to 1$,　$g(x) \to \infty$,则

$$\lim f(x)^{g(x)} = \mathrm{e}^{\lim g(x)\ln f(x)} = \mathrm{e}^{\lim g(x)[f(x)-1]} \qquad (\ln f(x) = \ln[1 + f(x) - 1] \sim f(x) - 1).$$

五、无穷小量与有界变量之积为无穷小量

特例:设 $f(x) \to 0, g(x) \to \infty$,则

$$\lim f(x)\sin g(x) = \lim f(x)\cos g(x) = \lim f(x)\arctan g(x) = \lim f(x)\mathrm{arccot} g(x) = 0.$$

六、极限存在准则及性质

1. 单调有界数列必有极限.

2. 夹逼定理:设在 x_0 的某空心邻域内(或当 $|x| > X$ 时),有 $g(x) \leqslant f(x) \leqslant h(x)$,且

$$\lim_{\substack{x\to x_0 \\ (x\to\infty)}} g(x) = \lim_{\substack{x\to x_0 \\ (x\to\infty)}} h(x) = A, \quad \text{则} \quad \lim_{\substack{x\to x_0 \\ (x\to\infty)}} f(x) = A.$$

3. 极限的局部保号性与有界性:设 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = A$,

(1) 则存在 x_0 的某空心邻域,使得在该邻域内 $f(x)$ 有界;

(2) 如果 $A > 0$(或 $A < 0$),则存在 x_0 的某空心邻域,使得在此邻域内有 $f(x) > 0$(或 $f(x) < 0$);

(3) 如果在 x_0 的某空心邻域内有 $f(x) \geqslant 0$(或 $f(x) \leqslant 0$),则 $A \geqslant 0$(或 $A \leqslant 0$);

(4) $\lim f(x) = A \Leftrightarrow \exists$ 无穷小量 $\alpha(x)$,使 $f(x) = A + \alpha(x)$.

七、无穷小量的等价替换

1. 若 $\alpha \sim \alpha', \beta \sim \beta'$,且 $\lim \dfrac{\alpha'}{\beta'} = A$,则

$$\lim \frac{\alpha}{\beta} = \lim \frac{\alpha'}{\beta'} = A.$$

2. 常见的等价无穷小：设 $\alpha(x) \to 0$，则

$$\sin\alpha(x) \sim \tan\alpha(x) \sim \arctan\alpha(x) \sim \arcsin\alpha(x) \sim \alpha(x);$$

$$e^{\alpha(x)} - 1 \sim \ln[1+\alpha(x)] \sim \alpha(x);$$

$$1-\cos\alpha(x) \sim \frac{1}{2}[\alpha(x)]^2, \quad [1+\alpha(x)]^k - 1 \sim k\alpha(x) \quad (k \neq 0).$$

八、常见的极限不存在的函数

1. 无穷大量是极限不存在的一种形式.

2. 设 $\alpha(x) \to \infty$，则下列函数的极限不存在：

$$\sin\alpha(x), \quad \cos\alpha(x), \quad e^{\alpha(x)}, \quad \tan\alpha(x), \quad \cot\alpha(x).$$

3　典型题型与例题分析

题型一　函数的概念

解题提示

函数概念及其复合，包括分段函数的复合，本质上是函数关系的建立问题，而建立函数关系是进一步研究函数性质的基础.

1. 假设有关系式 $f[g(x)] = \varphi(x)$，其中 $\varphi(x)$ 的表达式已知，有两种情况：

(1) 已知 f，求 g：相当于求反函数 $g(x) = f^{-1}[\varphi(x)]$；

(2) 已知 g，求 f：一般作变量代换 $g(x) = u \Rightarrow x = g^{-1}(u)$，于是有 $f(u) = \varphi[g^{-1}(u)]$，再根据函数关系与变量字母无关，得 $f(x) = \varphi[g^{-1}(x)]$.

2. 求函数的定义域时注意：

(1) 分式中分母不能为零；

(2) 根式中负数不能开偶次方根；

(3) 对数函数中，底数要大于零不等于1，真数要大于零；

(4) 反正弦函数和反余弦函数 $\arcsin x$，$\arccos x$ 中 $-1 \leqslant x \leqslant 1$.

【例 1.1】　设函数 $f(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leqslant 1, \\ 0, & |x| > 1, \end{cases}$ 则 $f[f(x)] =$ ________.

【分析】　直接按复合函数的定义计算即可，注意 $|f(x)| \leqslant 1$.

【详解】　由 $f(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leqslant 1, \\ 0, & |x| > 1 \end{cases}$ 知 $|f(x)| \leqslant 1$，因此有 $f[f(x)] = 1$.

【评注】　已知 $f(x)$，$g(x)$，求复合函数 $f[g(x)]$（或 $g[f(x)]$），一般用代入法逐次复合即可，应特别注意的是 $g(x)$ 的值域与 $f(x)$ 的定义域的对应关系.

【例 1.2】　设 $f(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leqslant 1, \\ 0, & |x| > 1, \end{cases}$ 则 $f\{f[f(x)]\}$ 等于

(A) 0.　　(B) 1.　　(C) $\begin{cases} 1, & |x| \leqslant 1, \\ 0, & |x| > 1. \end{cases}$　　(D) $\begin{cases} 0, & |x| \leqslant 1, \\ 1, & |x| > 1. \end{cases}$　　【　】

【详解】　由于 $|f(x)| \leqslant 1$，于是 $f[f(x)] = 1$，故 $f\{f[f(x)]\} = 1$，可见应选(B).

【例 1.3】 设 $g(x)=\begin{cases}2-x, & x\leqslant 0,\\ x+2, & x>0,\end{cases}$ $f(x)=\begin{cases}x^2, & x<0,\\ -x, & x\geqslant 0,\end{cases}$ 则 $g[f(x)]$ 为

(A) $\begin{cases}2+x^2, & x<0,\\ 2-x, & x\geqslant 0.\end{cases}$　　(B) $\begin{cases}2-x^2, & x<0,\\ 2+x, & x\geqslant 0,\end{cases}$

(C) $\begin{cases}2-x^2, & x<0,\\ 2-x, & x\geqslant 0.\end{cases}$　　(D) $\begin{cases}2+x^2, & x<0,\\ 2+x, & x\geqslant 0.\end{cases}$　　【　】

【详解】
$$g[f(x)]=\begin{cases}2-f(x), & f(x)\leqslant 0,\\ f(x)+2, & f(x)>0\end{cases}=\begin{cases}2-(-x), & x\geqslant 0,\\ 2+x^2, & x<0\end{cases}$$
$$=\begin{cases}2+x^2, & x<0,\\ 2+x, & x\geqslant 0.\end{cases}$$

可见应选(D).

【例 1.4】 设 $f(x+1)=\begin{cases}x^2, & 0\leqslant x\leqslant 1,\\ 2x, & 1<x\leqslant 2,\end{cases}$ 则 $f(x)=$ ________.

【分析】 设中间变量 $x+1$ 为一新变量,解出 f 关于新变量的表达式,再利用函数与变量的关系与用什么符号表示无关的性质即得.

【详解】 设 $t=x+1, x=t-1$,则
$$f(t)=\begin{cases}(t-1)^2, 0\leqslant t-1\leqslant 1,\\ 2(t-1), 1<t-1\leqslant 2\end{cases}=\begin{cases}(t-1)^2, 1\leqslant t\leqslant 2,\\ 2(t-1), 2<t\leqslant 3,\end{cases}$$
即
$$f(x)=\begin{cases}(x-1)^2, 1\leqslant x\leqslant 2,\\ 2(x-1), 2<x\leqslant 3.\end{cases}$$

故应填 $\begin{cases}(x-1)^2, 1\leqslant x\leqslant 2,\\ 2(x-1), 2<x\leqslant 3.\end{cases}$

【例 1.5】 设 $f(\tan x)=\tan x+\sin 2x$,其中 $0<x\leqslant\frac{\pi}{2}$,求 $f(\cot x)$.

【分析】 先求出 $f(x)$ 的表达式,再求 $f(\cot x)$.

【详解】 因为
$$f(\tan x)=\tan x+\sin 2x=\tan x+2\sin x\cos x$$
$$=\tan x+2\tan x\cdot\cos^2 x=\tan x+2\tan x\cdot\frac{1}{\sec^2 x}$$
$$=\tan x+\frac{2\tan x}{1+\tan^2 x},$$
所以
$$f(x)=x+\frac{2x}{1+x^2}.$$
于是
$$f(\cot x)=\cot x+\frac{2\cot x}{1+\cot^2 x}=\cot x+\sin 2x.$$

【例 1.6】 设 $f(x)=\frac{x+|x|}{2}$,则 $f(1-x)\cdot f(1+x)=$ ________.

【分析】 表达式中含绝对值符号,先去绝对值然后再进行运算.

【详解】 因为 $f(x)=\frac{x+|x|}{2}=\begin{cases}x, & x\geqslant 0,\\ 0, & x<0,\end{cases}$ 所以
$$f(1-x)=\begin{cases}1-x, & x\leqslant 1,\\ 0, & x>1,\end{cases}\qquad f(1+x)=\begin{cases}1+x, & x\geqslant -1,\\ 0, & x<-1,\end{cases}$$
故
$$f(1-x)\cdot f(1+x)=\begin{cases}1-x^2, & -1\leqslant x\leqslant 1,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$