

高等院校教材

# 数控控制

## ——建模与分析、设计与实现

(第二版)

徐丽娜 编著



科学出版社  
[www.sciencep.com](http://www.sciencep.com)

高等院校教材

数 字 控 制  
— 建模与分析、设计与实现  
(第二版)

徐丽娜 编著

科 学 出 版 社  
北 京

## 内 容 简 介

本书共 13 章。主要内容有:第 1 章绪言;第 2~4 章线性数字控制系统的建模与分析;第 5~8 章数字控制系统设计的两类方法;第 9、10、12 章数字控制系统的设计与实现;第 11 章快速采样数字控制系统;第 13 章 Matlab 应用实例。

本书可作为高等工科院校自动控制、工业自动化、探测制导与控制技术等专业高年级本科生、相关学科研究生的教材或教学参考书,也可供从事计算机控制系统设计、应用的工程技术人员阅读。

### 图书在版编目(CIP)数据

数字控制:建模与分析、设计与实现/徐丽娜编著.—2 版.—北京:科学出版社,2006

(高等院校教材)

ISBN 7-03-017082-2

I. 数… II. 徐… III. 数字控制-教材 IV. TP273

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 027184 号

责任编辑:马长芳 潘继敏 / 责任校对:宋玲玲

责任印制:张克忠 / 封面设计:陈 敬

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

新蕾印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

1991 年 9 月哈尔滨工业大学出版社第一版

2006 年 6 月第 二 版 开本:B5(720×1000)

2006 年 6 月第一次印刷 印张:20

印数:1—3 000 字数:380 000

定价: 35.00 元(含光盘)

(如有印装质量问题, 我社负责调换(环伟))

## 前　　言

本书阐述线性定常数字控制系统的建模与分析、设计与实现问题。

由于数字控制系统中的数字控制器是用数字计算机实现的，因此，数字控制也称为计算机控制。

数字控制系统的基本特征是采样，也是与连续控制系统的主要不同之处。本书主要讨论采样周期为常值的数字控制问题，并从多方面分析了其对数字控制系统性能的影响。

本书注重理论与实践相结合，在论述理论的基础上，配以相应的例题，便于读者理解与掌握。

书中有些内容是作者多年从事数字控制教学与科研实践的总结。

本书第一版于1991年9月由哈尔滨工业大学出版社出版。

《数字控制——建模与分析、设计与实现（第二版）》是根据作者十几年的教学体会和科研成果，对第一版进行修改、补充而成的，其中增加了快速数字控制系统的章节，融入了Matlab的应用。

书中所附的光盘是计算机辅助教学系统——数字控制课件，由张广莹副教授编制，在教学中应用获得了很好的效果，此次同本书配套出版，将成为“教”与“学”很好的辅助教材。

本书第二版的编写得到了哈尔滨工业大学的资助，在此表示感谢。

由于作者水平所限，缺点与错误在所难免，欢迎广大读者批评指正。

作　者

2006年4月

# 目 录

## 前言

<b>第1章 绪言</b>	1
1.1 数字控制系统概述	1
1.2 数字控制对计算机(系统)的要求	4
<b>第2章 采样过程与信号重构</b>	7
2.1 引言	7
2.2 采样过程	8
2.3 采样定理	11
2.4 信号重构	13
2.5 采样周期的选择	19
<b>第3章 线性离散系统的数学描述</b>	20
3.1 引言	20
3.2 线性常系数差分方程	20
3.3 脉冲响应与卷积和	24
3.4 Z变换	25
3.5 脉冲传递函数	33
3.6 离散状态空间表达式	37
<b>第4章 数字控制系统建模与分析</b>	46
4.1 引言	46
4.2 改进Z变换	47
4.3 带零阶保持器的连续对象的Z传递函数	50
4.4 数字控制系统闭环Z传递函数	57
4.5 连续状态方程的离散化	62
4.6 零极点分布与系统的动态响应	65
4.7 稳态误差分析	75
4.8 系统频率响应特性	79
4.9 稳定性分析	82
4.10 二阶系统分析例	88
4.11 扰动对系统的影响	93
<b>第5章 数字控制系统的连续-离散化设计</b>	97
5.1 引言	97

5.2 数字滤波器法	98
5.3 匹配Z变换	105
5.4 系统设计例	108
5.5 数字PID控制	112
<b>第6章 数字控制系统的离散化设计——Z域法</b>	122
6.1 引言	122
6.2 有限拍控制系统设计	123
6.3 有限拍无振荡控制系统设计	127
6.4 根轨迹法	133
6.5 对象具有时延的控制系统设计	136
6.6 直接设计法	139
6.7 复合控制系统设计	141
6.8 小结	143
<b>第7章 数字控制系统的离散化设计——状态空间法</b>	146
7.1 引言	146
7.2 能控性与能观测性	146
7.3 状态反馈极点配置调节系统设计	155
7.4 状态观测器设计	158
7.5 有观测器的状态反馈调节系统	164
7.6 有输入的系统设计	169
7.7 小结	175
<b>第8章 最优设计方法——状态空间法</b>	177
8.1 引言	177
8.2 最优调节系统设计	177
8.3 有输入的系统设计	185
8.4 最优随机控制	186
8.5 小结	194
<b>第9章 数字控制系统的硬件结构</b>	195
9.1 引言	195
9.2 微型计算机	195
9.3 模拟输入/输出通道	200
9.4 开关量输入/输出接口	207
9.5 实时时钟	213
<b>第10章 数字控制器的实现</b>	217
10.1 引言	217
10.2 控制器的运算结构	217

---

10.3 量化误差.....	222
10.4 A/D 转换量化分析 .....	226
10.5 运算过程量化分析.....	231
10.6 系数量化分析.....	236
10.7 溢出与计算时延.....	241
10.8 字长的选择.....	242
10.9 小结.....	244
<b>第 11 章 快速采样数字控制系统 .....</b>	<b>245</b>
11.1 引言.....	245
11.2 $\delta$ 变换 .....	246
11.3 基于 $\delta$ 变换的系统描述与分析.....	253
11.4 基于 $\delta$ 变换的系统设计.....	258
11.5 基于 $\delta$ 变换的量化分析.....	260
<b>第 12 章 数字控制系统的设计与实现 .....</b>	<b>264</b>
12.1 实时软件设计的几个问题.....	264
12.2 高精度角位置伺服系统.....	267
<b>第 13 章 Matlab 应用实例 .....</b>	<b>277</b>
例 M-1 由 Z 传递函数, 求在典型信号作用下的响应 (1) .....	277
例 M-2 由 Z 传递函数, 求在典型信号作用下的响应 (2) .....	278
例 M-3 由信号的 Z 变换, 求 Z 反变换 .....	280
例 M-4 模拟到数字滤波器的转换: 脉冲不变法.....	280
例 M-5 模拟到数字滤波器的转换: 梯形积分 (双线性变换) .....	281
例 M-6 PID 控制系统分析.....	282
例 M-7 由 Z 传递函数求频率特性 .....	285
例 M-8 模拟与数字滤波器的频率特性.....	286
例 M-9 画根轨迹图.....	290
例 M-10 求连续系统的离散化状态方程 .....	292
例 M-11 变分法设计线性二次型调节器 (1) .....	292
例 M-12 变分法设计线性二次型调节器 (2) .....	294
<b>思考与练习.....</b>	<b>297</b>
<b>参考文献.....</b>	<b>305</b>
<b>附录 拉普拉斯变换和 Z 变换 .....</b>	<b>306</b>

# 第1章 绪 言

数字控制系统 (digital control system) 是以数字计算机作为数字控制器, 实现对连续对象 (或过程) 的闭环控制, 因此也可以称为计算机控制系统。

本书阐述如下几部分内容:

(1) 数字控制系统的建模与分析。讨论线性数字控制系统中各环节及闭环控制系统模型的建立, 分析控制系统的稳定性、动态与稳态特性、频率特性。

建立作用于系统的扰动模型, 分析其对控制系统的影响。

线性离散时间系统理论是分析数字控制系统的基础。

(2) 数字控制系统的设计 (或称综合)。在已知对象特性 (模型) 的前提下, 设计数字控制器, 使控制系统达到要求的动态与稳态性能。本书给出了连续-离散化与离散化两类中的多种设计方法。

(3) 数字控制系统的实现。硬件配置与实时控制软件设计; 由于量化引进误差, 即有限字长效应, 也就是讨论数值精度问题。

(4) 高速采样数字控制系统的建模与分析、设计与实现。

采样是数字控制的基本特征, 也是与连续控制的主要区别。采样周期  $T$  是数字控制系统的重要参数, 对其性能的影响是多方面的, 例如, 稳定性、动态特性、数值精度等。因此, 在分析、设计、实现数字控制系统时, 要特别关注采样周期这一参数及其对控制系统的影响。

本书讨论的是采样周期  $T$  为常值情况下, 线性数字控制系统上述几方面的问题。

## 1.1 数字控制系统的概述

### 1.1.1 数字控制系统的组成与功能

数字控制系统由硬件与软件两大部分组成。

#### 1. 硬件部分

数字控制系统的硬件由五部分组成, 以单输入单输出 (SISO) 单位反馈控制系统为例, 见图 1-1-1。

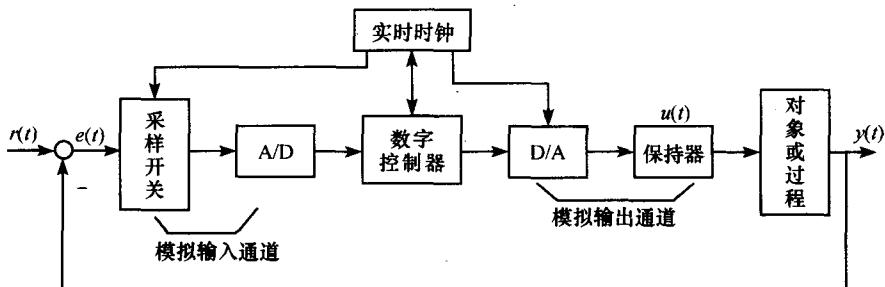


图 1-1-1 单输入单输出单位反馈数字控制系统硬件框图

- (1) 连续被控对象（或过程）：工作于连续状态，输入输出是连续量。
- (2) 数字控制器：工作于离散状态，输入输出是数字量，由数字计算机实现。
- (3) 模拟输入通道：由采样开关、A/D 转换器两个环节组成，完成由连续量到数字量的转换。
- (4) 模拟输出通道：由 D/A 转换器、保持器两个环节组成，完成由数字量到连续量的转换。
- (5) 实时时钟：产生脉冲序列，定时控制采样开关的闭合，控制 D/A 转换器的输出。

## 2. 软件部分

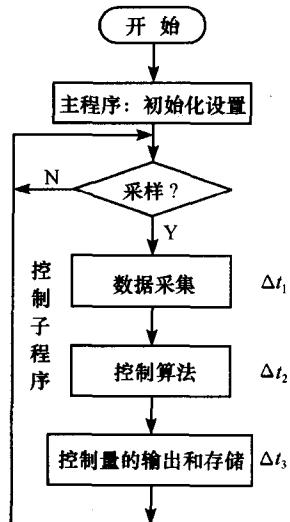


图 1-1-2 数字控制系统软件流程

软件流程见图 1-1-2，数字控制器（数字机）通过软件实现所设计的控制规律（控制算法），控制软件主要由主程序和控制子程序组成：

- (1) 主程序之功能是进行系统初始化设置。
- (2) 控制子程序主要为数据采集、控制算法、控制量的输出和存储三部分，每部分执行程序需要的时间各为  $\Delta t_1$ 、 $\Delta t_2$ 、 $\Delta t_3$ 。

### 数字控制系统的功能：

在数字计算机控制下，每经过一定的时间间隔  $T$ （采样周期），对连续偏差信号进行采样，由模拟输入通道转换成数字量送入计算机中，计算机（数字控制器）根据这些数字信息按预定的控制规律（数学模型）进行运算后求得控制量输出，由模拟输出通道转换成连续量去控制对象（或过程），使系统的动态、稳态特性达到预期的指标。

在工业生产过程中，用计算机代替常规调节器，即模拟技术直接被数字技术所代替。为了强调计算机直接控制生产过程这一特征，将其称为直接数字控制（direct digital control, DDC），图 1-1-3 为 DDC 系统示意图。在系统中，计算机可对多个被控量（如温度、压力、流量等）进行巡回检测并实现分时控制，具有很好的经济性。

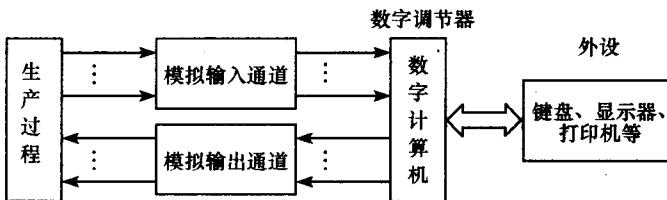


图 1-1-3 DDC 系统示意图

图 1-1-1 数字闭环控制系统由于采用了负反馈，使系统的响应对外部干扰、对系统内部参数的变化相当不敏感，这一点与连续闭环反馈控制有相同点；不同的是，数字控制系统只根据采样时刻，即离散时间点上的过程变量值进行工作，也就是在采样时刻之间，系统是在开环状态下运行的。

### 1.1.2 数字控制的优点

与连续控制比较，数字控制具有如下优点：

(1) 程序控制：数字计算机按照所设计的控制规律进行运算求得控制量的过程，实质上就是数字信息的加工处理过程，它是由程序（软件）来实现的，若改变控制规律，只需改变软件，而不必改变系统的硬件结构，这是比较方便的。

(2) 精度高：在连续控制系统中，控制器的精度由元件的精度而定，元件的精度达  $10^{-3}$  已很不容易。数字控制器精度由字长决定，从理论上讲，字长可达任意长度，但在实际系统中，可根据系统要求的精度确定字长。

(3) 稳定性好：在连续控制系统中，控制器的稳定性依赖于所选用的元件的稳定性，元件的参数易随环境的变化而改变，如电阻、电容等都有一定的温度系数。数字机用“0”和“1”的组合表示数字量，因此稳定性要好得多。

(4) 软件复用：具有相同数学模型的控制环节，在连续控制系统中，需用相同的硬件环节实现。数字控制是程序控制，只要设计和编写实现其模型的子程序模块，通过调用方式，既可方便地复现多个相同的环节，且不仅可在同一系统中，也可在不同系统中应用。

(5) 分时控制：数字计算机的输入、输出通道若分别配置多路及反多路开关（multiplexer-demultiplexer switch），可组成多路模拟输入/输出通道，见图 1-1-4，

此时数字机可按照一定的次序分时采集、处理、输出不同通道的信息，实现分时控制。因此，一台计算机既可实现对同一系统不同变量的控制，也可分时控制不同的系统。

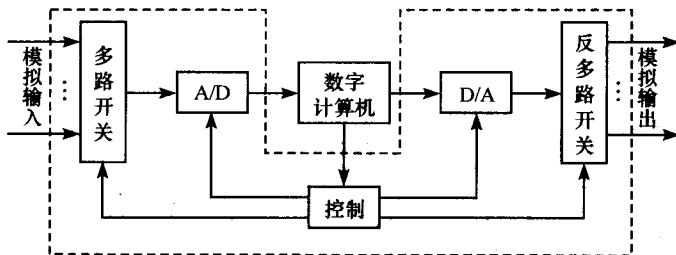


图 1-1-4 多路模拟输入/输出通道示意图

## 1.2 数字控制对计算机（系统）的要求

### 1.2.1 实时控制

数字控制必须实现实时控制 (real-time control)，也就是数字控制器要在每一个采样周期  $T$  时间内完成一个控制步的操作，因操作是由执行程序实现，程序是由若干条指令组合而成，任何一条指令的运行都是需要时间的。

(1) 单输入单输出 (SISO) 数控系统，见图 1-1-1 与 1-1-2，完成一个控制步的操作。

① 数据采集：采集一个输入通道的数据，需经信号采样，A/D 转换后，数据量输入至计算机中，设需要时间  $\Delta t_1$ ；

② 按照所设计的控制规律，由程序求得控制量，设需要时间  $\Delta t_2$ ；

③ 控制量的输出和存储，设需要时间  $\Delta t_3$ 。实现实时控制的基本条件为

$$T \geq \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 \quad (1-2-1)$$

(2) 多输入多输出 (MIMO) 系统，实现实时控制的基本条件

$$T \geq \sum_{i=1}^n (\Delta t_{i1} + \Delta t_{i2} + \Delta t_{i3}) \quad (1-2-2)$$

式中， $n$ ： $n$  输入  $n$  输出系统。

因此，数字控制系统又称为实时控制系统 (real-time control system)。

式 (1-2-1)、式 (1-2-2) 仅是最基本的条件。实际上，系统在运行时，还需要每隔一定的时间，实时显示与打印有关信息，设计者在确定采样周期  $T$  时，这些因素也应一并考虑。

### 1.2.2 对计算机（系统）的要求

为实现实时控制，数字控制系统中的计算机（系统）需要有相应的硬件与软件予以支持。

#### 1. 硬件支持

用于数字控制的计算机（系统）需如下几部分硬件，见图 1-2-1。

(1) 计算机中的中央处理单元 (CPU) 要有较丰富的指令系统和较完善地处理中断的能力，前者能够减轻设计和编写控制程序的工作量，后者包括能为多个外设服务、解决优先权问题及迅速处理故障的能力。

(2) 要有实时时钟：实时时钟 (real-time clock) 为系统提供一个规则的脉冲序列，脉冲之间的时间间隔可作为时间基准，以便为系统提供按一定的时序进行操作的信号，例如，采样周期  $T$  就可由实时时钟来确定。

(3) 要有一定的内存容量 (ROM 和 RAM) 和外存设备 (如硬盘驱动器)，用以存放系统软件、控制软件。

(4) 需配置模拟输入/输出通道，在工业过程控制系统中也被称为过程通道。

(5) 配置与操作者的接口：键盘、显示器、打印机，使操作者可方便地设置、修改、调整参数，同时将系统的工作状态显示和记录下来。

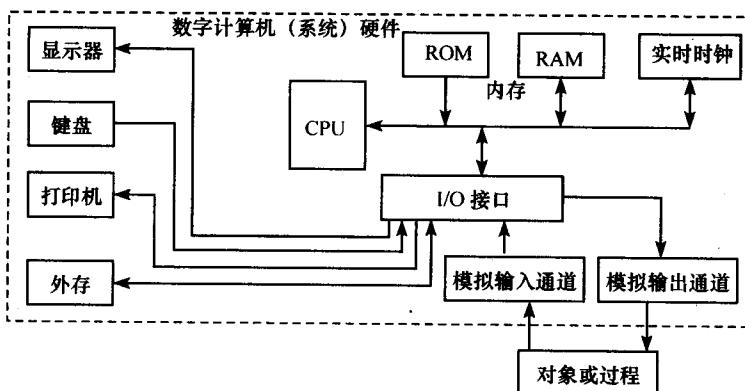


图 1-2-1 数字控制系统硬件框图

#### 2. 软件支持

控制软件的输入、编辑、调试、修改、运行等都离不开系统软件的支持，系统软件应包括以下几个部分：

(1) 语言翻译程序：将输入至计算机中的控制源程序译成计算机能够运行的

目标程序。

- (2) 服务程序：包括编辑、调试、连接等软件。
- (3) 子程序库：一般计算机系统提供若干子程序（库），可供用户调用。有些子程序会给设计和编写控制软件带来很大的方便。

### 3. 人机对话功能

操作人员需要通过键盘与 CPU 进行对话，包括检查系统的运行情况、输入或修改控制参数、发生紧急情况时可由人进行干预等。这些功能需要上述相应的硬件和软件予以支持，例如，键盘、显示器、可供调用的具有对话功能的子程序（库）等。

用于数字控制系统中的计算机多种多样。自 1971 年 Intel 4004 型 4 位微处理器问世以来，不断有新型微处理器推出，因此，以微处理器为核心的微型计算机（系统），由于其性能的不断提高和功能的日趋完善，并具有体积小、重量轻、价格便宜等优点，在控制系统中得到越来越广泛的应用。

本书讨论的是微型计算机（系统）用于数字控制系统的实现问题。

## 第2章 采样过程与信号重构

### 2.1 引言

由于数字计算机的离散时间性质，故采样（sample）是数字控制系统的根本特征。在此，将图 1-1-1 用图 2-1-1 表示，画出各环节输入输出信号一例。

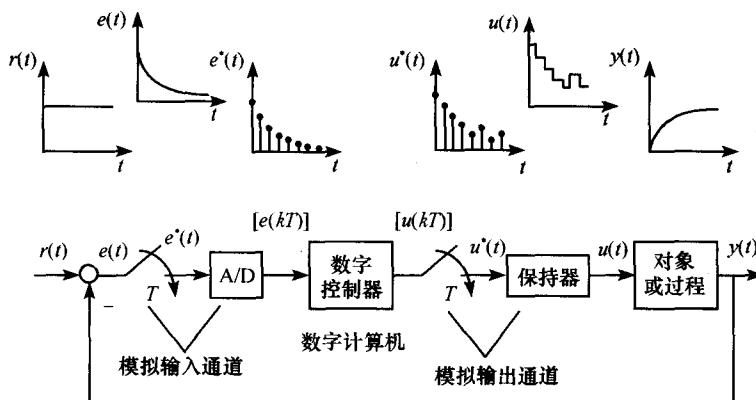


图 2-1-1 数字控制系统信号转换示意图

连续偏差信号  $e(t)$  经采样开关进行采样，成为离散时间信号  $e^*(t)$ ，这一过程称为采样过程。之后，由 A/D 转换为计算机能接收与处理的数字信号序列  $[e(kT)]$ 。

$[e(kT)]$  经控制算法后，输出的控制量  $[u(kT)]$  是一个新的数字序列，由 D/A 转换为离散时间信号  $u^*(t)$ ，经保持器后成为连续时间信号  $u(t)$ 。由  $u^*(t)$  到  $u(t)$  这一过程称为信号重构（signal reconstruction）。可见，信号重构是采样过程的逆过程。

分析与设计时，数字控制系统的简化：

(1) A/D 转换也称量化（quantization），是一近似过程，引进量化误差。在系统实现的过程中，可选定相应的字长，使量化误差在系统精度允许的范围内。因此，在分析与设计数字控制系统时，不考虑量化误差。量化误差的影响在本书关于数值问题分析的第 10 章予以阐述。

(2) 控制算法是由程序实现的，因此，数字控制器（计算机）的输入、输出是在不同的时刻，也就是输出存在计算时延。但在系统分析与设计时，把信号看成是同一时刻输入、输出的，用  $[e(kT)]$ 、 $[u(kT)]$  表示，因此，在图 2-1-1 中，

两个采样开关是同步闭合的。

(3) D/A 转换也有误差，在系统分析与设计时予以忽略。

鉴于在系统分析与设计过程中忽略上述三方面的影响，故将图 2-1-1 简化为图 2-1-2。

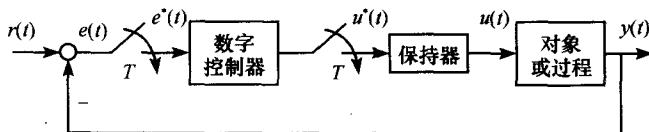


图 2-1-2 数控系统简化框图

由于采样是数字控制的基本特征，因此，需对采样过程的机理进行深入分析。采样理论包含单速率采样、多速率采样等不同采样类型。本书仅讨论单速率采样系统，即采样周期  $T$  为常数的情况。

本章主要讨论两个问题：

- (1) 采样过程、信号重构机理及其数学描述。
- (2) 采样定理及采样周期的选择。

## 2.2 采样过程

见图 2-2-1，设采样开关每隔一定时间  $T$ （采样周期）闭合一次，闭合时间为  $\tau$ ，则连续信号  $f(t)$  经采样后的输出为  $f^*(t)$ ，它是一个采样脉冲序列。

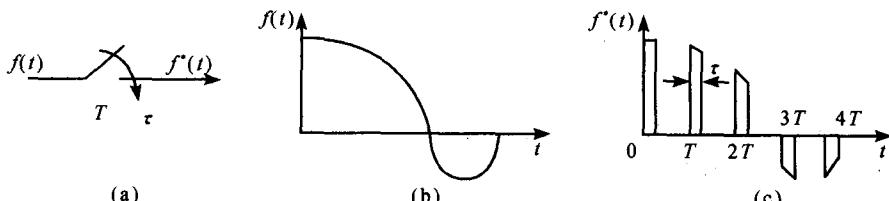


图 2-2-1 采样过程

(a) 采样开关 (b) 输入信号 (c) 输出信号

连续信号经过采样开关后，变成脉冲序列的过程称为采样过程 (sampling process)。

下面从时域、频域两方面对采样过程进行分析并予以数学描述（或称建模）。

### 2.2.1 时域描述

由图 2-2-1 可知，连续信号  $f(t)$  经采样后，用下式表示：

$$f^*(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} f(kT + \Delta t), \quad 0 < \Delta t \leq \tau \quad (2-2-1)$$

当采样开关闭合时间  $\tau \ll T$ , 且  $T$  远小于系统连续部分惯性时间常数 (一般数字控制系统可以满足上述两条件), 可将采样开关看成理想采样开关, 则信号  $f(t)$  经过理想采样开关成为脉冲序列  $f^*(t)$  的过程称为理想采样过程, 见图 2-2-2。

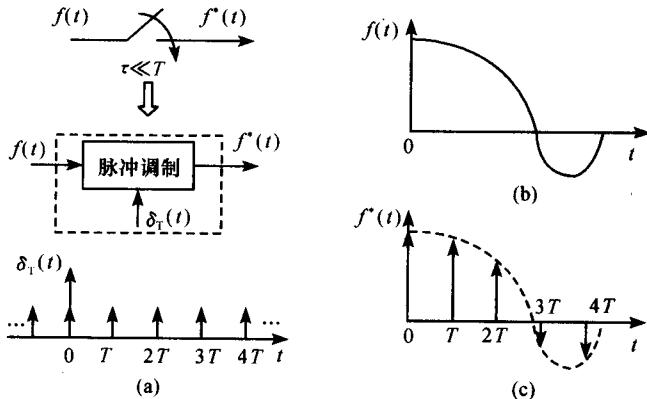


图 2-2-2 理想采样过程

(a) 理想采样开关 (b) 连续输入信号 (c) 输出信号

理想采样过程相当于脉冲调制过程, 见图 2-2-2 (a)。调制器产生的脉冲序列信号为

$$\delta_T(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT) \quad (2-2-2)$$

式中,  $\delta_T(t)$ : 在  $t=kT$  时刻具有单位强度的理想脉冲序列,  $\delta$  函数  $\delta(t)$  为

$$\begin{cases} \delta(t) = \infty, t = 0; & \delta(t) = 0, t \neq 0 \\ \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1 \end{cases} \quad (2-2-3)$$

$f(t)$  经  $\delta_T(t)$  调制后的输出  $f^*(t)$  是一个脉冲序列

$$f^*(t) = f(t)\delta_T(t) = f(t) \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT) \quad (2-2-4)$$

由于  $t \neq kT$  时  $\delta_T(t) = 0$ , 因此式 (2-2-4) 可用下式表示:

$$f^*(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} f(kT) \delta(t - kT) \quad (2-2-5)$$

式中,  $f(kT)$ :  $f(t)$  在采样时刻的值, 可看作对  $\delta_T(t)$  的加权。式 (2-2-5) 是理想采样过程的数学模型, 是时域描述。

从物理上看, 理想采样开关相当于一个脉冲调制器, 式 (2-2-5) 描述的采样过程可看作连续信号  $f(t)$  被  $\delta_T(t)$  调制的过程, 得到理想采样序列  $f^*(t)$ , 见图 2-2-2 (c)。

若  $t < 0$ ,  $f(t) = 0$ , 则式 (2-2-5) 为

$$f^*(t) = \sum_{k=0}^{+\infty} f(kT) \delta(t - kT) \quad (2-2-6)$$

由以上分析可知，对连续信号采样意味着用采样时刻的值来代替该信号。

## 2.2.2 频域描述

下面对理想采样过程进行频域分析。

### 1. 采样前连续信号 $f(t)$ 的频谱

$f(t)$  的频谱即是它的傅里叶变换

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (2-2-7)$$

则式 (2-2-7) 的傅里叶逆变换为信号  $f(t)$ ，且

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{j\omega t} F(j\omega) d\omega \quad (2-2-8)$$

设其上限频率为  $\omega_m$ ，具有图 2-2-3 (a) 的形式。

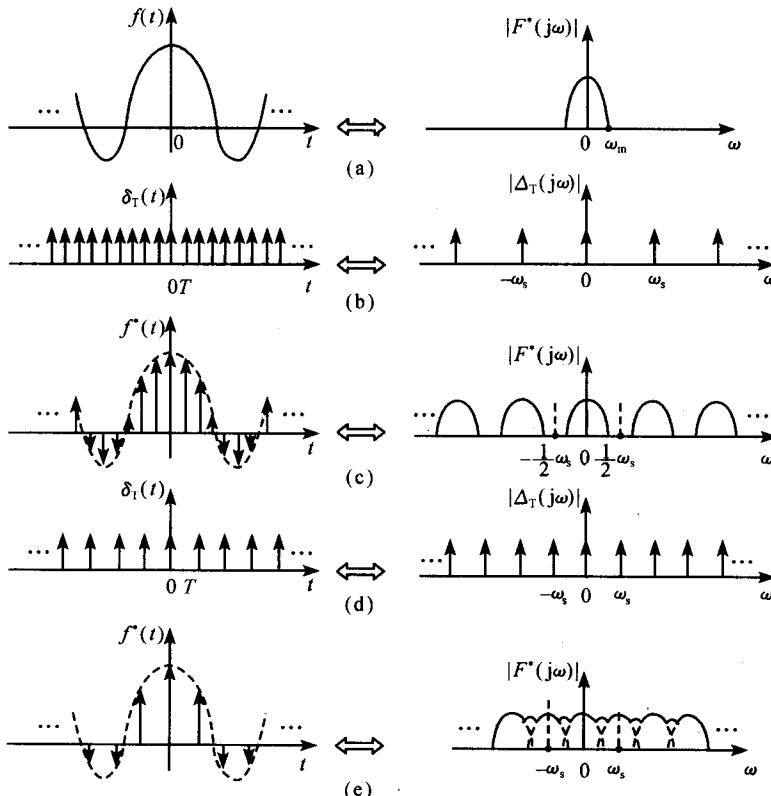


图 2-2-3 理想采样过程频域分析

(a) 输入信号及频谱 (b)、(d) 不同采样周期的调制信号及频谱 (c)、(e) 不同采样周期的输出信号及频谱