



科技卷 ⑥

总主编/卞孝萱
本卷主编/王 前

规矩方圆

中国数学小史

● 郭书春 田森 邹大海 著



出版社

中华文化百科·科技卷⑥

规矩方圆——中国数学小史

郭书春 田 森 邹大海 著

辽海出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

规矩方圆：中国数学小史/郭书春，田森等著. -沈阳：辽海出版社，2001. 1

(中华文化百科，6. 科技卷/王前主编)

ISBN 7-80649-994-6

I. 规… II. ①郭…②田… III. 数学史-中国-古代-普及读物 IV. 0112-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2001) 第 01834 号

总 序

我们中国是一个地大物博、历史悠久、由多民族结合而成的人口众多的国家。在中华民族的开化史上，有素称发达的农业、手工业，有许多伟大的思想家、政治家、科学家、发明家、军事家、文学家和艺术家，有丰富的文化典籍、文物古迹，在科技上有许多重要的创造发明。

中国有文字可考的历史将近 4000 年。从秦、汉时起，中国就是统一的国家。在整个历史过程中，分裂是变态的，而统一是正常的。这表现在统一的时间越来越长，统一的范围越来越大，统一的趋势越来越明显。现在中国是一个拥有近 1000 万平方公里的伟大国家。

中国是国境内各族所共称的祖国。中华民族的各族人民，都反对外来的民族压迫，为维护民族团结，祖国的统一、进步，做出过重大贡献。现在，中国境内 56 个民族和衷共济，中华民族巍然自立于世界民族之林。

中国人民的爱国主义精神是在中华民族漫长的历史进程中产生和发展起来的。爱国主义是中华民族的光荣传统，是动员和鼓舞中国人民团结奋斗的光辉旗帜，是推动中国社会历史前进的巨大力量，是各族人民共同的精神支柱。爱国主义情感广泛渗透于哲学思想、道德规范、行为准则、心理素质、社会观念、文化传统、价值取向之中。因爱国主义而集合了民族凝聚力，焕发了全民族的历史使命感和社会责任感。

爱国主义是一个历史范畴，在社会发展的不同阶段、不同时期，有着不同的具体内涵。在当代中国，爱国主义与社会主义本质上是一致的。开展爱国主义教育，是社会主义精神文明建设的基础工程。继承和发扬爱国主义传统，对于振奋民族精神，凝聚全民族力量，团结全国各族人民，自力更生，艰苦创业，为实现四化、振兴中华的共同理想而奋斗，具有十分重要的现实意义。

爱国主义教育是全民教育，重点是广大青少年。《爱国主义教育实施纲要》指出，在当前和今后一个时期，对青少年要抓好中华民族传统美德和优秀传统文化教育。遵照这一指示，辽海出版社组织编写了大型丛书《中华文化百科》。这套丛书分为历史、文学、艺术、哲学、科技、综合6卷，共100册，每册10万字左右。参加写作的，有年逾花甲的教授，也有风华正茂的博士、硕士，是一批学有专长的专家学者。读者对象主要是大学和中学学生及具有中等文化程度的各界人士。因此，内容力求深入浅出，通俗易懂，立足于知识性和可读性，兼顾到理论性和学术性。在写作过程中，除了依据原始资料外，又吸收、参考了前人的研究成果。

爱国主义是培养“四有”新人的基本要求。对此，要普遍开展多种形式的教育活动。博大精深的中华文化，具有强大的生命力。出版《中华文化百科》就是面向广大青少年进行爱国主义教育的一种形式。这套丛书，可以帮助他们了解中国的悠久历史，了解中华民族自强不息、百折不挠的发展历程，了解各族人民对人类文明的卓越贡献，了解先辈们崇高的民族精神、民族气节和高尚的道德情操，了解到中华文化的博大精深。了解过去，有助于理解现在，展望未来。我们努力使这套丛书成为广大青少年喜闻乐见的读物，感染熏陶，潜移默化，

由浅入深，循序渐进，培养爱国主义感情，提高爱国主义的思想和觉悟，树立正确的理想、信念和人生观、价值观，增强民族自尊心和自豪感，同时提高自身文化素质。

对广大读者，尤其是青少年进行爱国主义教育，弘扬中华文化，是新世纪的伟大工程。我们全体编者、作者有幸能为这一工程尽微薄之力，感到无上的光荣和无比的快慰。工作中的缺点和错误，恳切希望得到各界人士的指教，以便再版时改正。

编者

2001年3月

目 录

总序	1
引言	1
一、中国数学的萌芽——远古至春秋	5
1. 从结绳而治到算筹计数	5
2. 周教六艺，数实成之学	8
二、古代数学框架的形成——战国至秦汉	14
1. 《墨经》中的数学思想	15
2. 算经之首——《九章算术》	20
3. 分数四则运算与比例算法	25
4. 盈不足术	29
5. 面积与体积公式	33
6. 勾股与测望	39
7. 世界最早的开方程序	48
8. 方程术与正负术	52
三、推陈出新，走向成熟——魏至唐初	60
1. 数学群星闪耀时	61
2. 算之纲纪率与齐同	67
3. 出入相补原理	74
4. 测天量地的重差术	82

5. 微积分的萌芽——割圆术	85
6. 希尔伯特第三问题的先声——刘徽原理	89
7. 祖暅之原理	92
8. 等差级数问题	97
9. 孙子问题与百鸡术	99
10. 敬天授时中的内插法	102
四、辉煌成就，领先世界——宋元数学	105
1. 中国古典数学的高潮	107
2. 立成释锁法与贾宪三角	116
3. 从增乘开方法到秦九韶程序	120
4. 独领风骚天元术	127
5. 探赜索隐四元术	132
6. 三斜求积与测圆	142
7. 垛积招差	145
8. 一次同余式解法——大衍总术	151
9. 0 与小数	157
10. 从筹算乘除捷法到珠算	158
五、中西汇通的明清数学	163
1. 中西文化交汇中的数学	163
2. 西方数学的传入	172
3. 古算的复兴	176
4. 钩深致远的数论研究	181
5. 垛积术的发展	185
6. 割圆图解西算秘术	187
7. 尖锥求积	191

六、中国古典数学的特征和历史意义.....	195
1. 中国古典数学的思想特征	195
2. 中国古典数学在世界数学史上的地位	202

引 言

在我们今天的数学教材中，A、B、C、D， x 、 y 、 z ， α 、 β 、 γ 等西方文字符号随处可见，这往往容易给人一种印象：数学是在西方人手里成长起来的，中国人好象没有做出过多少贡献。其实不然。我国学者不但取得了很多重大成就，甚至从公元前1世纪开始，我国就取代古希腊而成为世界数学的中心，一直到14世纪初，我国数学都处于世界领先水平，为人类文明的进步做出了应有的贡献。应当承认，自元中叶以来我国数学逐渐衰落，到明代甚至原有的成就都有很多不能理解；而欧洲自文艺复兴以来，科学和文艺却大踏步前进，两相对比，我国数学就愈显落后了。尤其是鸦片战争以后，中华民族备受西方列强的凌辱，民族自信心受到损害；加之本世纪初中国古代数学传统中断，这样，中国古代数学的辉煌成就便鲜为人知了。七十多年来，由于李俨、钱宝琮等前辈数学史家的深入研究，中国古代数学的重大成就已基本弄清。二次大战以来，随着计算机技术的飞速发展和普及应用，中国古代数学关于算法程序化的思想重新受到重视，有的数学家从研究中国古代数学中获得启发，开辟了新的思路。可以想见，经过广大中华学子的努力奋斗，我国将可望在下个世纪重返数学大国的地位。

在我国古代，数学称为算术。也就是说，古代的算术，是和英语中mathematics相对应，而不是对应于arithmetic。它包括了今天初等数学中的算术、代数、几何和三角等多方面的内容。算术的名称，反映出中国古代数学以计算为中心的特点。“算”字有一个同音字“筭”，两者在古代含义有些区别。东汉许慎《说文解字》说：“筭，长六寸，计历数者。从竹从弄，言常弄乃不误也。”“算，数也。从竹从具，读若筭。”可见二字之本义：筭指中国古代的计算工具算筹，而算则是用算筹摆成的数。从现存资料看，算术一词最早见于公元前1世纪编成的《周髀算经》卷上：

昔者荣方问于陈子曰：“今者窃闻夫子之道。知日之高大，光之所照，一日所行，远近之数，人所望见，四极之穷，列星之宿，天地之广袤，夫子之道皆能知之。其信有之乎？”陈子曰：“然。”荣方曰：“方虽不省，愿夫子幸而说之。今若方者可教此道邪？”陈子曰：“然。此皆算术之所及。子之于算，足以知此矣。若诚累思之。”

于是荣方归而思之……陈子曰：“……夫道术，言约而用博者，智类之明。问一类而以万事达者，谓之知道。今子所学，算数之术，是用智矣，……”

陈子然后又讲了如何计算太阳的距离、直径等。《汉书·律历志》在论述了数的功用之后说：“其法在算术”。可见，算术就是用以处理实际问题的计算方法。这反映出中国古代数学以研究算法为中心的实际情况。汉唐数学著作原来都称为××算术，如《九章算术》、《缉古算术》等等。后来为提高这

些著作的地位，将 $\times\times$ 算术改称 $\times\times$ 算经。如《九章算经》、《孙子算经》等。

算术后来又称为算学、算法或数学。隋唐国子监设有算学馆，元朱世杰著有《算学启蒙》，莫若说“当今尊崇算学”。算学就是计算之学问。宋元明的数学著作又常冠以算法之名，如《详解九章算法》、《杨辉算法》、《丁巨算法》、《通原算法》、《算法统宗》等。也开始使用数学一词，如宋代秦九韶说他“尝从隐君子受数学”，他的著作《数书九章》曾名《数学大略》或《数学九章》；而朱世杰被莫若称作“数学名家”。宋元以后，算学、数学一直通用。1935年，中国数学名词审查委员会仍主张二词并用。1939年6月才正式确定用“数学”一词而不用“算学”。

数学在中国古代是最发达的基础学科之一，出现了《九章算术》及其刘徽注、《数书九章》、《测圆海镜》、《四元玉鉴》等一系列辉煌杰作，造就了刘徽、祖冲之、贾宪、秦九韶、李冶、杨辉、朱世杰、李善兰等一大批堪与欧几里德、阿基米德、丢番图、阿尔·卡西相比的数学大师，取得了大量具有世界意义的重大成就。十进制位置制记数法被马克思誉为人类“最美妙的发明之一”；当西方19世纪还在为负数的合法性争论时，我国早在公元前1世纪就把负数毫不迟疑地用于求解线性方程组的算法中了。从公元前1世纪到14世纪初的1400年间，我国数学家在分数理论、率的理论、正负数的加减乘除法则、线性方程组解法、设未知数列方程式、高次方程数值解法、多元高次方程组解法、高阶等差级数求和、一次同余式解法、勾股理论、重差理论、用无限思想证明面积

和体积公式、以及筹算和珠算等很多方面取得了令人惊叹的重大成果，在世界数学史上树起了一座座丰碑。从希腊文明走向衰落到文艺复兴前的一千四五百年间，中国古代数学长期繁荣发达，占据着世界数学舞台的中心，在人类文明史上写下了光辉的篇章。

一、中国数学的萌芽

——远古至春秋

从远古到春秋时期，我们的民族在广大的中华大地上经历了原始社会和奴隶社会，创造了多彩的石器文明和灿烂的青铜文化，积累了丰富的生产经验和科技知识。数学也在这个时期有了萌芽并开始成长。

1. 从结绳而治到算筹计数

数观念的形成是数学发展的最先一步。远古时代，人们对周围事物开始只有多少的感觉，还没形成数的概念。几十年前，云南有的少数民族还处在氏族社会阶段，其首领能认识自己家族的每个成员，却无法说出家族人员的具体数目。这也许能反映出人类发展早期认识的具体情况。数的概念由计算事物而产生，开始人们只能数出一个人、二个人…，一只羊、二只羊…。现代人类学家还发现有边远地方的原始部落，人们只能数到五或六，再多就数不出来，而笼统地称为多。起初，人们数数总是和具体的事物联系起来，后来觉得一定量的几种不同事物，具有某种共性，例如六头牛，六只桃子，都是同样的数量6，而这6又可用于表示六个人，六匹马或别的什么，这时，数的概念就形成了。《世本》说“隶首作数”。相

传隶首是黄帝的臣子。黄帝时期，我国已进入新石器时代晚期，黄帝的部族后来发展成为中华民族的主体。当时产生了抽象的数概念，是可以理解的。

对数的认识的发展，是与记数的方法因而也与文字的产生相关联的。《周易·系辞》说：“上古结绳而治，后世圣人易之以书契”。上古之世，人们在绳子上打结来记载事物的多少，事大则结也大，事小则结也小。书契是刻了缺口的木片或竹片。云南有的少数民族50年代仍沿用结绳、木刻来记数。

公元前14至11世纪的殷墟甲骨文卜辞有这样一些数字：

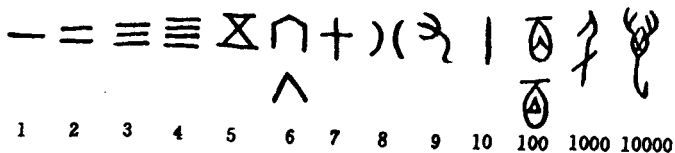


图1

前四个是象形文字，其他几个，学者们多认为是假借字，如 𠄎 是“午”字，∩或∧是“入”字，十是“切”字，𠄎 是“分”字，𠄎 是“肘”字（一说象蛇形），𠄎 是“萬”字，象

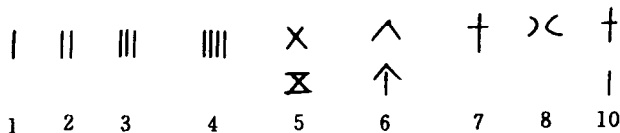


图2

蝎子。𠄎 是“一白”的合文，𠄎 是“一人”的合文。它们与下列西安半坡、二里头陶文的数字有明显的继承痕迹。

甲骨文中用合文表示十、百、千和万的倍数，如

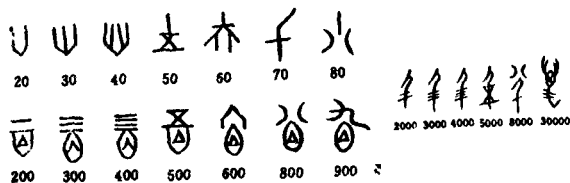


图3

以上合文显然不是记数单字，其中表示十、百、千、万的字表值符号的意义，也就是说，甲骨文用9个数字与4个符号可以表示十万以内的任何自然数。

西周金文中，四作三或④、⑤，十作①，其余的都和甲骨文相同。但合文的记法有的不一样，如659写作“④ ① 千 ① ①”，五十的合文上五下十，与甲骨文计法相反。这里“①”是一个连结多位数的各部分的符号，在甲骨文中已经使用。

珠算产生以前，我们的祖先用算筹来计算。算筹又称筹、策、筭、算子等。算筹起源于何时，已难征考。《老子》说“善数不用筹策”，说明最迟在春秋末年，算筹已成为人们习用的计算工具了。在这以前，当已经历了相当长的时间。算筹通常用竹制成，也有用木、骨或石做的。近年来出土的算筹多用骨制成。据《汉书·律历志》记载，算筹“用竹，径一分，长六寸”，分别合今0.23厘米、13.8厘米。这与千阳县出土的西汉算筹相吻合。这种算筹是当时世界上最灵巧的计算工具，但有两个缺点，一是太长，用筹计算时占用的地方太大；二是截面呈圆形，容易滚动造成错乱。为克服这些缺点，人们不断改进算筹，把算筹由长改短，由圆变方。石家庄出土的东汉算筹截面呈方形，长度也缩短到7.8—8.9厘

米。后来的算筹又有缩短。

算筹计数的具体方法见于公元400年左右的《孙子算经》：“凡算之法，先识其位。一从十横，百立千僵，千、十相望，万、百相当。”《夏侯阳算经》又补充了“满六以上，五在上方。六不积算，五不单张”。算筹记数有纵横两种形式：

纵式						⊥	⊥⊥	⊥⊥⊥	⊥⊥⊥⊥
横式	—	=	≡	≡≡	≡≡≡	⊥	⊥	⊥	⊥
	1	2	3	4	5	6	7	8	9

记数时，采取个位用纵式，十位用横式，百位又用纵式，千位又用横式，纵横式交替的形式。如2965表示为=||||⊥。当某位数字为零时，就把位置空出来，如50904表示为|||| ⊥
|||。《左传》襄公三十年（公元前543年）有一个数字谜，说晋国太史赵以亥字表示一个老者年龄的日数，就是把“亥”字分开来成为|| ⊥⊥⊥⊥，即26660日。

算筹以18种筹式符号，再加上空格，可以表示任意的自然数，是典型的十进位置值制记数法。在古代文明中，古巴比伦采用六十进位置值制记数法；古希腊（以及后来的古罗马）虽使用十进制记数法，但不是位置值制，十、百、千用不同的符号表示，使用起来远不及中国的十进位置值制记数法方便。我国的这种记数法，对世界文明的发展具有重大意义，李约瑟认为：“如果没有这种十进制，就几乎不可能出现我们现在这个统一化的世界了。”

2. 周教六艺，数实成之学

周代以“六艺”教育贵族子弟，其中有数学这门课程。