高等专科学校教师教育专业教材

SHUXUE

总主编 蔡春祥

数学

第一册

主 编 冯全民 刘一平

江西高校出版社

高等专科学校教师教育专业教材

SHUXUE

总主编 蔡春祥

数学

第一册

主编 冯全民 刘一平

江西高校出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学．第1册/冯全民，刘一平主编．—南昌：江西高校出版社，2006.8

ISBN 7-81075-129-8

Ⅰ．数…　Ⅱ．①冯…②刘…　Ⅲ．数学-高等学校：技术学校-教材　Ⅳ．01

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第091708号

《数学》编写委员会

（以姓氏笔画为序）

冯全民　刘一平　朱爱民　何雨明

曾　青　赖南燕　廖宇凡　蔡春祥

江西高校出版社出版发行

（江西省南昌市洪都北大道96号）

邮编：330046　电话：(0791)8529392，8504319

江西太元科技有限公司照排部照排

江西教育印刷厂印刷

各地新华书店经销

*

2006年8月第1版　2006年8月第1次印刷

787mm×1092mm　1/16　10印张　120千字

印数：1～3000册

定价：17.00元

（江西高校版图书如有印刷、装订错误，请随时向承印厂调换）

编写说明

根据原国家教育委员会1992年制定的《三年制中等师范学校数学教学大纲(试行)》编写的必修课教材，即中等师范学校数学教科书(试用本)已使用多年，知识老化，不能适应当前中小学推行的新课程标准的需要．尤其是这几年国家相继调整了中等师范学校的办学规格，提高了对小学教师的学历要求，因此，专门培养小学教师的学校急需一套符合教师教育的数学教科书．为了满足广大教师和学生的需要，我们组织长期从事师范教育的一线特级教师和高级讲师编写了这套高等专科学校教师教育专业《数学》教材．

高等专科学校教师教育专业《数学》教材的编写，旨在新的教育形式下提高师范学生的思想道德品质、文化科学知识、审美情趣和身体心理素质，培养师范生的创新精神、实践能力、终身学习的能力和适应学校教育的能力，促进学生的全面发展，为基础教育输送合格的小学教师．

高等专科学校教师教育专业《数学》教材共分十册，适用于招收初中毕业生的五年制高等专科学校学生使用，其中第一至第六册用于前三年学习，每学期一册，每周4课时．

全套书在体例上有下列特点：

1．每章开头均有目录和引言，以便学生了解本章的学习内容．

2．书中习题分为两类：习题和复习参考题．

每一小节后都配有习题，便于学生作业选用，少数标有＊号的题目有一定难度，可供学有余力的学生选用．

每章最后有A、B两组复习参考题，A组题是基础题，供复习全章使用；B组题带有一定的灵活性，有一定难度，可供学有余力的学生使用．

3．每章后面均安排了“本章小结”，包括内容提要、学习要求和需要注意的问题，供复习全章时使用．

4．书中附有少量的阅读教材，力求体现师范性，使学生视野得到扩大，从而激发学生的学习兴趣，提高教师教育的质量．

在编写过程中，我们阅读了大量的资料，参考了国内同行的研究成果，注意把握新课程标准，并结合师范专科学校的教学实际，力求达到教材既适用又有特色的目的.

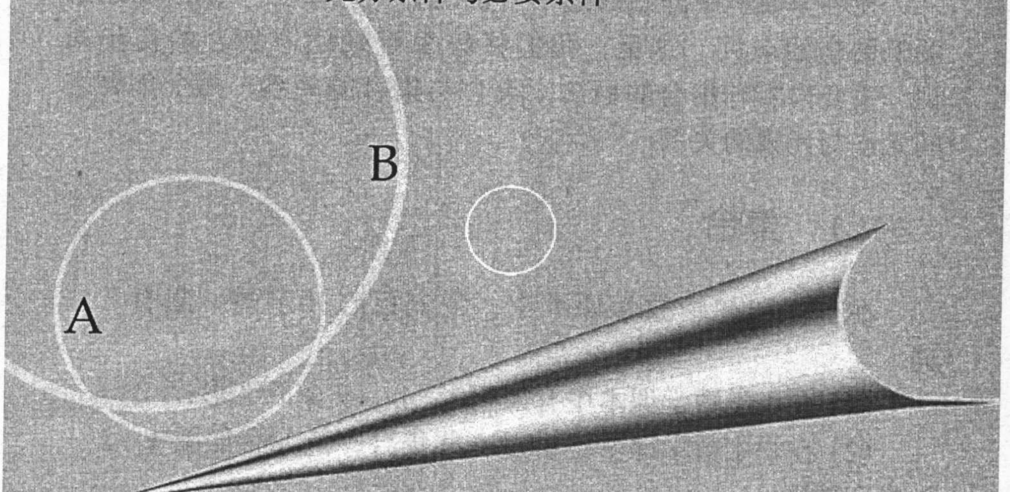
由于时间仓促，加上我们水平有限，书中难免有错误和疏漏，欢迎广大师生和其他读者批评指正.

编者

2006年6月

目 录

第一章　集合与简易逻辑



一 集合

集合是近代数学的重要基本概念之一．集合论是研究集合的一般性质的理论，它既是现代数学的基础，又是一门纯数学，同时还是逻辑学的一个重要领域．集合论思想已经渗透到许多重要的近现代科学中，在计算机、人工智能和日常生活中都有着广泛的应用．

在初等数学中，引进集合的有关概念，可以对初等数学中的一些概念理解更深刻、表达更明确；集合之间的运算关系，特别是集合中的逻辑运算关系，对培养逻辑思维能力有着极其重要的地位；小学数学中的数集之间的关系，数的计算原理，以及数的概念的发展，都是以集合论作为理论基础的．学好集合不仅仅是学好数学各分支的基础，同时对于将来从事小学数学教学也具有十分重要的意义．

集合论是 19 世纪末 20 世纪初才开始发展起来的，它的创始人是德国数学家康托(Cantor，G. F. P.，1845—1918)．

在小学数学中开始渗透集合的思想，初中数学中已经遇到关于集合的名词，这里，我们将较系统地学习集合的初步知识．主要内容有集合的概念，集合与集合的关系，两个集合之间元素与元素的关系．

1.1 集合

在小学和初中数学课本中，我们已经接触过“集合”一词．

(1) 在小学数学课本中有如图 1－1 一类集合图形．

(2) 在初中数学课本也讲过一些集合，例如有如图 1－2 一类集合图形．

(3) “在 AB 的垂直平分线 MN 上的点到 A，B 两点的距离都相等，并且到 A，B 两点的距离的点都在 MN 上，所以直线 MN 就是到 A，B 两点的距离相等的点的集合．”

图 1－1

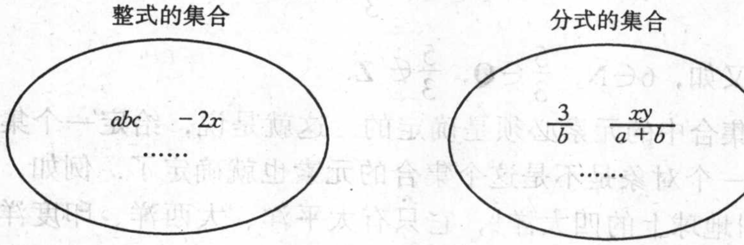


图 1－2

此外，对于一元一次不等式

$$2x-1>3,$$

所有大于 2 的实数都是它的解．我们也可以说，这些数组成这个不等式的解的集合，简称为这个不等式的解集．

从上面的实际例子可以看出，集合可以由一些数、一些代数式、一些点、一些图形，也可以由一些物体组成．

一般地，某些指定的对象集在一起就成为一个**集合**，也简称**集**．例如，“我校篮球队的队员”组成一个集合；“太平洋、大西洋、印度洋、北冰洋”也组成一个集合．我们一般用大括号表示集合，上面的两个集合就可以分别表示成{我校篮球队的队员}与{太平洋，大西洋，印度洋，北冰洋}．为了方便起见，我们还经常用大写的拉丁字母表示集合．例如，$A=${太平洋，大西洋，印度洋，北冰洋}，$B=\{1,2,3,4,5\}$．

下面是一些常用的数集及其记法．

全体非负整数的集合通常简称**非负整数集（或自然数集）**，记作 **N**，非负整数集内排除 0 的集，也称**正整数集**，表示成 $\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$；

全体整数的集合通常简称**整数集**，记作 **Z**；

全体有理数的集合通常简称**有理数集**，记作 **Q**；

全体实数的集合通常简称**实数集**，记作 $\mathbf{R}$.

集合中的每个对象叫做这个集合的**元素**．例如“地球上的四大洋”这一集合的元素是太平洋、大西洋、印度洋、北冰洋．

集合的元素用小写的拉丁字母表示．例如 a 是集合 A 的元素，就说 a 属于集合 A，记作 $a\in A$；如果 a 不是集合 A 的元素，就说 a 不属于 A，记作 $a\notin A$.

例如，设 $B=\{1, 2, 3, 4, 5\}$，那么

$$5\in B,\ \frac{5}{3}\notin B.$$

又如，$6\in \mathbf{N}$，$\frac{5}{3}\in \mathbf{Q}$，$\frac{5}{3}\notin \mathbf{Z}$.

集合中的元素必须是确定的．这就是说，给定一个集合，任何一个对象是不是这个集合的元素也就确定了．例如，给出集合{地球上的四大洋}，它只有太平洋、大西洋、印度洋、北冰洋四个元素，其他对象都不是它的元素．又如，“我国的小河流”就不能组成一个集合，因为组成它的对象是不确定的．

集合中的元素又是互异的．这就是说，集合中的元素是没有重复现象的，任何两个相同的对象在同一个集合中时，只能算作这个集合的一个元素．

集合的表示方法，常用的有**列举法**、**描述法**、**文氏图法**．

1．列举法

把集合中的元素一一列举出来，写在大括号内表示集合的方法，叫做**列举法**．

例如：

(1) 12 的正约数的集合，可记作 $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$；

(2) 方程 $x^2-x-2=0$ 的解的集合，可记作 $\{-1, 2\}$；

(3) 方程组 $\begin{cases} x+y=3, \\ x-y=-1 \end{cases}$ 的解的集合，可记作 $\{(1, 2)\}$.

注：集合 $\{-1, 2\}$ 的元素有 2 个．一般地，含有有限个元素的集合叫做**有限集**．

在用列举法表示集合时，不必考虑元素之间的顺序．例如由三个数 a，b，c 组成的集合，可以表示为 $\{a, b, c\}$，$\{b, a, c\}$，$\{b, c, a\}$，等等．

应该注意，a 与 $\{a\}$ 是不同的．a 表示一个元素，$\{a\}$ 表示

一个集合，a 与$\{a\}$的关系为 $a\in\{a\}$.

2. 描述法

把集合中元素的公共属性描述出来，写在大括号内表示集合的方法，叫做**描述法**. 这时往往在大括号内先写上这个集合的元素的一般形式，再划一条竖线，在竖线右边写上这个集合的元素的公共属性.

例如，不等式 $2x-1>0$ 的解集，可以表示为

$$\{x\in\mathbf{R}\mid 2x-1>0\},$$

我们约定，如果从上下文看，$x\in\mathbf{R}$ 是明确的，那么这个集合也可以表示为

$$\{x\mid 2x-1>0\}.$$

注：集合$\{x\mid 2x-1>0\}$的元素有无限个. 一般的，含有无限个元素的集合叫做**无限集**.

又如，x 是 6 的正约数的集合，可以表示为

$$\{x\mid x\text{ 是 6 的正约数}\}.$$

再看一个例子，由方程 $x^2+1=0$ 的所有实数解组成的集合，可以表示为

$$\{x\in\mathbf{R}\mid x^2+1=0\},$$

这个集合是没有元素的. 一般地，我们把不含任何元素的集合叫做**空集**，记作$\varnothing$.

3. 文氏图法

把集合中的全部元素用一条封闭的曲线圈起来表示集合的方法，叫做**文氏图法**.

例如，图 1－3 表示由 a,b,c,d 这四个元素组成的集合.

这种表示方法比较形象、直观，在小学数学课本中常采用

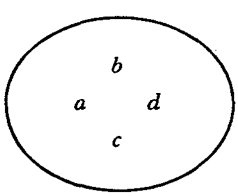


图 1－3

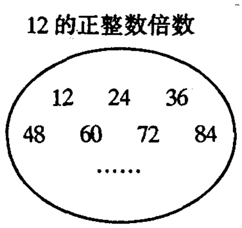


图 1－4

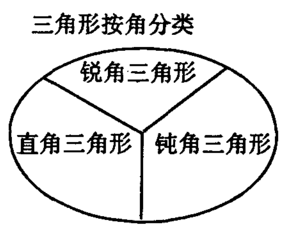


图 1－5

这种表示方法.

例如，12 的正整数倍数的集合如图 1－4；小学数学中讲到三角形分类时，有如图 1－5 所表示.

习题 1.1

1. 下列各题中，分别指出了一个集合的所有元素，用适当的方法把这些集合表示出来：

(1) 60 的所有质因数；

(2) 方程 $x^2-7x+12=0$ 的解；

(3) 长江、黄河、珠江、黑龙江；

(4) 一年四个季节即春、夏、秋、冬.

2. 用符号$\in$或$\notin$填空：

(1) 若 $A=\{x \mid x^2=x\}$，则 -1 ______ A；

(2) 若 $B=\{x \mid x^2+x-6=0\}$，则 3 ______ B；

(3) 若 $C=\{x\in \mathbf{N} \mid 1\leqslant x\leqslant 10\}$，则 8 ______ C；

(4) 若 $D=\{x\in \mathbf{Z} \mid -2<x<3\}$，则 1.5 ______ D.

3. 在下列各小题中，分别指出了一个集合的所有元素，用适当的方法把这个集合表示出来，然后说出它是有限集还是无限集：

(1) 组成中国国旗图案的颜色；

(2) 方程 $x^2+x-1=0$ 的解集；

(3) 由 1，2，3 这三个数抽出一部分或全部数字(没有重复)所组成的一切自然数；

(4) 平面内到一个定点 O 的距离等于定长 $l(l>0)$的所有的点 P.

4. 写出下列各题的集合：

(1) 方程组$\begin{cases}x+y=7,\\x-y=5\end{cases}$的解集；

(2) 满足不等式组$\begin{cases}x>2,\\x<10\end{cases}$的所有自然数的集合；

(3) 不等式 $5x+3<7x-1$ 的解集；

(4) 方程 $3x^2-6x+2=0$ 的解集.

5. 把下列集合用另外一种方法表示出来：

(1) $\{1, 5\}$；　　(2) $\{x \mid x^2+x-1=0\}$；

(3) $\{2, 4, 6, 8\}$；　　(4) $\{x\in \mathbf{N} \mid 3<x<7\}$.

1.2　子集

在集合与集合之间，存在着“包含”与“相等”关系.

先看集合与集合之间的“包含”关系. 设

$$A=\{2,3\},\quad B=\{2,3,5,7\},$$

集合 A 是集合 B 的一部分，我们就说集合 B 包含集合 A.

一般的，对于两个集合 A 与 B，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，我们就说集合 A 包含于集合 B，或集合 B 包含集合 A，记作

$$A\subseteq B\quad（或 B\supseteq A）.$$

这时我们也说集合 A 是集合 B 的子集. 读作“A 含于 B”或“A 是 B 的子集”.

当集合 A 不包含于集合 B，或集合 B 不包含集合 A 时，则记作

$$A\not\subseteq B\quad（或 B\not\supseteq A）.$$

我们规定：**空集是任何集合的子集**. 也就是说，对于任何一个集合 A，有

$$\varnothing\subseteq A.$$

再看集合与集合之间的“相等”关系. 设

$$A=\{x\mid x^2-x-2=0\},\quad B=\{-1,2\},$$

集合 A 与集合 B 的元素是相同的，我们就说集合 A 等于集合 B.

一般地，对于两个集合 A 与 B，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，同时集合 B 的任何一个元素都是集合 A 的元素，我们就说集合 A 等于集合 B，记作

$$A=B.$$

由集合的“包含”与“相等”的关系，可以得出下面的结论.

(1) 对于任何一个集合 A，因为它的任何一个元素都属于集合 A 本身，所以

$$A\subseteq A,$$

也就是说，**任何一个集合是它本身的子集**.

我们常常涉及“真正的子集”的问题. 对于两个集合 A 与 B，如果 $A\subseteq B$，并且 $A\neq B$，我们就说集合 A 是集合 B 的真子集，记作

$$A\subsetneqq B\quad（或 B\supsetneqq A）.$$

用图形表示如图 1－6.

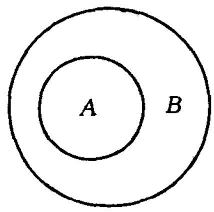


图 1－6

显然，**空集是任何非空集合的真子集**.

容易知道，对于集合 A，B，C，如果 $A\subseteq B$，$B\subseteq C$，那么 $A\subseteq C$.

事实上，设 x 是集合 A 的任意一个元素，因为 $A\subseteq B$，所以 $x\in B$，又因为 $B\subseteq C$，所以 $x\in C$，从而 $A\subseteq C$.

同样可知，对于集合 A，B，C，如果 $A\subsetneqq B$，$B\subsetneqq C$，那么 $A\subsetneqq C$.

(2) 对于集合 A，B，如果 $A\subseteq B$，同时 $B\subseteq A$，那么 $A=B$.

例 1 写出集合 $\{a, b\}$ 的所有子集，并指出其中哪些是它的真子集.

解： 集合 $\{a, b\}$ 的所有的子集是 $\varnothing$，$\{a\}$，$\{b\}$，$\{a, b\}$，其中 $\varnothing$，$\{a\}$，$\{b\}$ 是 $\{a, b\}$ 的真子集.

例 2 写出方程 $x^2-2x-3=0$ 的解集.

解： 方程 $x^2-2x-3=0$ 的解集是

$$\{x \mid x^2-2x-3=0\}=\{x \mid x=-1, x=3\}$$
$$=\{-1, 3\}.$$

习题 1.2

1. 写出集合 $\{a, b, c\}$ 的所有的子集，并指出其中哪些是它的真子集.
2. 用适当的符号 $\{\in, \notin, =, \subsetneqq, \supsetneqq\}$ 填空：
   (1) a ____ $\{a\}$；
   (2) a ____ $\{a, b, c\}$；
   (3) d ____ $\{a, b, c\}$；
   (4) $\{a\}$ ____ $\{a, b, c\}$；
   (5) $\{a, b\}$ ____ $\{b, a\}$；
   (6) $\{3, 5\}$ ____ $\{1, 3, 5, 7\}$；
   (7) $\{2, 4, 6, 8\}$ ____ $\{2, 8\}$；
   (8) $\varnothing$ ____ $\{1, 2, 3\}$.
3. 指出下列两个集合的关系：
   (1) $A=\{$等腰三角形$\}$，$B=\{$等边三角形$\}$；
   (2) $A=\{$正偶数$\}$，$B=\{$整数$\}$.
4. 在下列各题中，指出关系式 $A\subseteq B$，$A\supseteq B$，$A=B$ 哪些成立：
   (1) $A=\{1, 3, 5, 7\}$，$B=\{3, 5, 7\}$；
   (2) $A=\{1, 2, 4, 8\}$，$B=\{x$ 是 8 的正约数$\}$.
5. 判断下列各式是否成立，并说明理由：

(1) $2 \subseteq \{x \mid x \leqslant 10\}$;

(2) $2 \in \{x \mid x \leqslant 10\}$;

(3) $\{2\} \in \{x \mid x \leqslant 10\}$.

1.3 交集、并集

看下面的两个集合

$$A=\{1, 2, 3, 6\}, \quad B=\{1, 2, 5, 10\}.$$

容易看出，集合$\{1, 2\}$是由同时属于 A 和 B 的所有元素组成的，像这样，对于给定的集合 A，B，由既属于 A 又属于 B 的所有元素组成的集合，叫做集合 A 与 B 的交集，记作 $A \cap B$（读作“A 交 B”），即

$$A \cap B=\{x \mid x \in A，且\ x \in B\}.$$

图 1－7 的阴影部分，表示集合 A 与 B 的交集 $A \cap B$.

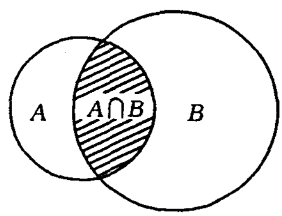


图 1－7

由交集的定义容易推出，对于任何集合 A，B，有

$$A \cap A=A, A \cap \varnothing=\varnothing,$$
$$A \cap B=B \cap A.$$

例 1 已知 $A=\{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$，$B=\{3, 6, 9, 12\}$，求 $A \cap B$，并用文氏图表示出来.

解：$A \cap B=\{2, 4, 6, 8, 10, 12\} \cap \{3, 6, 9, 12\}$
$=\{6, 12\}$.

用文氏图表示如图 1－8.

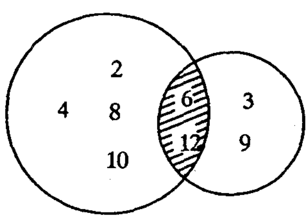


图 1－8

例 2 设 $A=\{x \mid x$ 是等腰三等形$\}$，$B=\{x \mid x$ 是直角三角形$\}$，求 $A \cap B$.

解：$A \cap B=\{x \mid x$ 是等腰三角形$\} \cap \{x \mid x$ 是直角三角形$\}$
$=\{x \mid x$ 是等腰直角三角形$\}$.

我们再看集合

$$A=\{1,2,-2\},\quad B=\{1,-1,-2\}.$$

容易看出，集合$\{1，-1，2，-2\}$是由所有属于 A 或B 的元素组成的．像这样，对于给定的集合 A，B，由属于 A 或属于B 或属于两者的所有元素组成的集合，叫做集合 A 与B 的**并集**，记作 $A\cup B$(读作“A 并B”)，即

$$A\cup B=\{x\mid x\in A，或 x\in B\}.$$

图 1－9 中的阴影部分，表示集合 A 与B 的并集$A\cup B$.

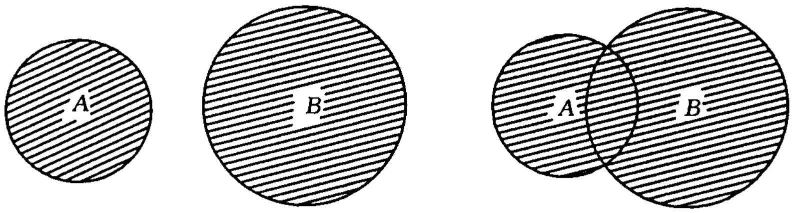


图 1－9

由并集定义容易知道，对于任何集合 A，B，有

$$A\cup A=A，A\cup\varnothing=A，A\cup B=B\cup A.$$

例 3 已知 $A=\{2，4，6，8，10，12\}$，$B=\{3，6，9，12\}$，求 $A\cup B$，并用文氏图表示出来.

解：$A\cup B=\{2，4，6，8，10，12\}\cup\{3，6，9，12\}$

$=\{2，3，4，6，8，9，10，12\}$.

用文氏图表示如图 1－10.

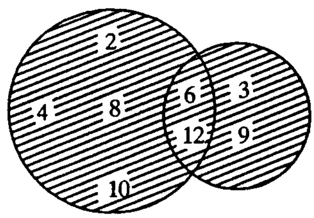


图 1－10

注：集合中的元素是没有重复现象的，在两个集合的并集中，原两个集合的公共元素只能出现一次，不要写成 $A\cup B=\{2,3,4,6,6,8,9,10,12,12\}$.

例 4 设 $A=\{x\mid x$ 是锐角三角形$\}$，$B=\{x\mid x$ 是钝角三角形$\}$，求 $A\cup B$.

解：$A\cup B=\{x\mid x$ 是锐角三角形$\}\cup\{x\mid x$ 是钝角三角形$\}$

$=\{x\mid x$ 是斜三角形$\}$.

例 5 设 $A=\{x\mid -1<x<2\}$，$B=\{x\mid 1<x<3\}$，求 $A\cup B$.

解：$A\cup B=\{x\mid -1<x<2\}\cup\{x\mid 1<x<3\}$

$=\{x\mid -1<x<3\}$.

例 6 设 $A=\{(x，y)\mid y=-4x+6\}$，$B=\{(x，y)\mid$