

普通高等教育规划教材

材料力学教程

刘庆潭 主编

TB301
122D

普通高等教育规划教材

材料力学教程

主编 刘庆潭

参编 王修琼 刘 静 刘长文

唐松花 李东平 邹春伟

主审 程根梧



机械工业出版社

本教材是根据本科材料力学课程学时为 60~80 的教学基本要求编写的,可满足本科材料力学课程教学的需要,使用者可根据不同专业和不同层次的教学要求进行内容的选取。

为提高学生的素质,加强学生能力的培养,本教材将材料力学的基本理论、基本概念和现代的一些计算方法结合在一起,专门设置了一章系统地介绍计算机方法在材料力学中的应用,同时给出了一些用计算机解题的习题。这一章的内容,可以列入课堂教学计划,也可放在材料力学课外活动中让学生自学。引导学生在材料力学的时候充分利用计算机来解决一些工程问题,这也是本教材的主要特色和主要宗旨之一。

为了方便学生进行学习,本书配有用于材料力学计算和绘图的软件光盘。这一方面可以作为一种计算机辅助教学的工具,加深学生对所学知识的理解;另一方面又可作为一种计算工具,使学生能将学到的材料力学知识应用到工程实际中去。

本教材主要面向土建类专业的本科学生,兼顾机械、化工、冶金类的专业,也可供高等专科学校和成人教育学院的有关专业的学生参考。

图书在版编目(CIP)数据

材料力学教程/刘庆潭主编. —北京:机械工业出版社,2006.4

普通高等教育规划教材

ISBN 7-111-18503-X

I. 材... II. 刘... III. 材料力学—高等学校—教材 IV. TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 009318 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑:季顺利 版式设计:冉晓华 责任校对:张晓蓉

封面设计:姚毅 责任印制:李妍

北京中兴印刷有限公司印刷

2006 年 6 月第 1 版第 1 次印刷

169mm×239mm·11.375 印张·443 千字

定价:30.00 元(含 1CD)

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

本社购书热线电话(010)68326294

编辑热线(010)88379711

封面无防伪标均为盗版

前 言

本教材的基本教学内容是根据 2002 年教育部高等学校理工科非力学专业力学基础课程教学指导分委员会在西安会议通过的“材料力学课程教学基本要求(草案)”编写的,可满足本科材料力学课程 60~80 学时的教学需要,使用者可根据不同专业和不同层次的教学要求进行内容的选取。

基于 21 世纪对人才的要求,本教材对传统的材料力学的教学内容进行了一些调整,补充了一些目前学生应当掌握的内容,同时引入了反映现代科技成果的一些新内容。为了提高学生的素质、加强学生能力的培养,本教材将材料力学的基本理论、基本概念和现代的一些计算方法结合在一起,专门设置了一章系统地介绍计算机方法在材料力学中的应用,同时给出了一些用计算机解题的习题。这一章的内容,可以列入课堂教学计划,也可放在材料力学课外活动中让学生自学。特别是后一种形式,对学生综合素质的培养与提高更有好处。引导学生在材料力学课程的时候充分利用计算机来解决一些工程问题,是本教材的主要特色和主要宗旨之一。

为了方便学生进行学习,本书配有用于材料力学计算和绘图软件光盘。这一方面可以作为一种计算机辅助教学的工具,加深对所学知识的理解;另一方面又可作为一种计算工具,使学生能将学到的材料力学知识应用到工程实际中去。

本教材主要面向土建类专业的本科学生,兼顾机械、化工、冶金类的专业,也可供高等专科学校和成人教育学院的有关专业学生参考。本教材由中南大学刘庆潭主编,程根梧教授主审。教材的编写分工情况为:刘庆潭编写第一章、第五章和第十五章,刘静编写第七章至第九章,王修琼编写第十二章至第十四章,刘长文编写第四章、第十章和第十一章,李东平编写第六章,唐松花编写第二章,邹春伟编写第三章。

材料力学 CAMM 软件包由刘庆潭、胡所亭、祝志恒、薛芳、唐志伟、周在东和陈伟研制。

限于编者水平,书中难免有不少缺点和不妥之处,望广大师生和读者批评指正。

编 者

主要符号表

符号	含义	符号	含义
A	面积	β	角, 表面加工质量因数
b	宽度	θ	角, 梁横截面的转角, 单位长度相对扭转角
d	直径、距离	φ	相对扭转角, 折减因数
D	直径	γ	切应变
e	偏心距	$\Delta, \Delta l$	变形, 位移
E	弹性模量	δ	厚度, 加工误差, 虚变形
F	集中力	ϵ	线应变, 尺寸因数
F_{Ax}, F_{Ay}	A 处约束力	ϵ_e	弹性应变
F_N	轴力	ϵ_p	塑性应变
F_Q	剪力	ϵ_v	体积应变
F_{cr}	临界载荷	λ	柔度
F_s	屈服载荷	μ	长度系数
G	切变模量	ν	泊松比
h	高度	ρ	密度, 曲率半径
I, I_y, I_z	惯性矩	σ	正应力
I_P	极惯性矩	σ_t	拉应力
i, i_y, i_z	惯性半径	σ_c	压应力
I_{yz}	惯性积	σ_m	平均应力
k	弹簧刚度系数	σ_b	抗拉强度
l	长度、跨度	σ_{bs}	挤压应力
M, M_y, M_z	弯矩	$[\sigma]$	许用应力
M_e	外加扭转力偶矩	$[\sigma_t]$	许用拉应力
M_T	扭矩	$[\sigma_c]$	许用压应力
m	质量	σ_e	弹性极限
n	力偶矩	σ_{cr}	临界应力
n	转速、工作安全因数、模数比	σ_p	比例极限
n_{st}	稳定安全因数	σ_s	屈服点
p	内压力	$\sigma_{0.2}$	名义屈服点
P	功率	σ_r	相当应力
q	均布载荷集度	τ	切应力
R, r	半径	$[\tau]$	许用切应力
S_y, S_z	静矩	σ_{-1}	对称循环时的疲劳极限
S	广义应力	K_f	有效应力集中因数
u	水平位移	K_t	理论应力集中因数
v	垂直位移, 应变能密度		
v_d	畸变能密度		
v_v	体积改变能密度		
V_e	应变能		
W	功, 重力, 抗弯截面系数		
W_P	扭转截面系数		
α	倾角, 线膨胀系数		

目 录

前言

主要符号表

第一章 绪论	1
第一节 材料力学的任务	1
第二节 材料力学的发展简史	2
第三节 可变形固体的性质及基本假设	4
第四节 内力和截面法	6
第五节 应力和应变	7
第六节 材料力学的主要研究对象及杆件变形的基本形式	9
第二章 拉伸、压缩与剪切	11
第一节 概述	11
第二节 轴向拉(压)杆的内力	11
第三节 轴向拉(压)杆截面上的应力	14
第四节 材料在拉伸和压缩时的力学性能	16
第五节 轴向拉(压)杆的强度计算	21
第六节 轴向拉伸或压缩时的变形与应变	24
第七节 简单拉压超静定问题	26
第八节 应力集中与圣维南原理	29
第九节 剪切和挤压的实用计算	30
习题	33
第三章 扭转	37
第一节 概述	37
第二节 外力偶矩 扭矩和扭矩图	37
第三节 薄壁圆筒的扭转	40
第四节 圆轴扭转时的应力和强度计算	42
第五节 圆轴扭转时的变形和刚度计算	46
第六节 非圆截面杆扭转简介	49
习题	51

第四章 平面图形的几何性质	55
第一节 形心和静矩	55
第二节 惯性矩 惯性半径 惯性积	57
第三节 平行移轴公式	60
第四节 转轴公式	63
习题	68
第五章 弯曲内力	71
第一节 概述	71
第二节 剪力和弯矩	73
第三节 剪力、弯矩与载荷集度间的关系	79
习题	85
第六章 弯曲应力	89
第一节 概述	89
第二节 梁弯曲时横截面上的正应力	89
第三节 弯曲时梁横截面上的切应力	95
第四节 薄壁梁横截面上的切应力流与弯曲中心	99
第五节 梁的抗弯强度条件	101
第六节 提高梁弯曲强度的措施	106
习题	108
第七章 弯曲变形	112
第一节 概述	112
第二节 梁的挠曲线微分方程	113
第三节 用积分法求弯曲变形	114
第四节 用叠加法求弯曲变形	117
第五节 简单超静定梁	123
第六节 梁的刚度条件和提高梁弯曲刚度的措施	124
习题	126
第八章 应力和应变状态分析	130
第一节 概述	130
第二节 二向应力状态分析——解析法	132
第三节 二向应力状态分析——图解法	136
第四节 梁的主应力和主应力迹线	142
第五节 三向应力状态分析	144
第六节 广义胡克定律	145

第七节 弹性固体的应变能	149
习题	155
第九章 强度理论	159
第一节 概述	159
第二节 四种常用强度理论	160
第三节 莫尔强度理论	168
习题	171
第十章 组合变形时的强度	174
第一节 概述	174
第二节 斜弯曲	175
第三节 弯曲与扭转的组合变形	181
第四节 拉伸或压缩与弯曲的组合变形	185
第五节 偏心压缩	187
习题	190
第十一章 压杆稳定	194
第一节 概述	194
第二节 细长压杆的临界载荷	195
第三节 压杆的临界应力	200
第四节 压杆的稳定计算	204
第五节 提高压杆稳定性的措施	210
习题	211
第十二章 能量法	216
第一节 概述	216
第二节 互等定理	216
第三节 余能定理与卡氏第二定理	222
第四节 虚功原理	228
第五节 单位载荷法与莫尔积分	231
第六节 能量法在超静定问题中的应用	235
习题	247
第十三章 动载荷	255
第一节 概述	255
第二节 动静法的应用	255
第三节 杆件受冲击时的应力和变形计算	261

习题	266
第十四章 交变应力	270
第一节 概述	270
第二节 疲劳失效与持久极限	272
第三节 影响持久极限的因素	275
第四节 构件的疲劳强度计算	281
习题	284
第十五章 计算机方法在材料力学中的应用	287
第一节 概述	287
第二节 梁的内力和变形计算	287
第三节 圆轴扭转时的内力和变形计算	299
第四节 平面刚架结构的内力和变形计算	304
第五节 轴向受压杆的稳定计算	313
第六节 弹性地基梁的内力和变形计算	321
习题	328
附录	330
附录 A 型钢表	330
附录 B 习题答案	343
参考文献	356

第一章 绪 论

第一节 材料力学的任务

建筑物和机械通常都受各种外力作用，例如拦水坝受到的侧向水压力、隧道受到的山体围岩压力、起重机的钢缆绳受到的起吊物的重力、打桩机的重锤打在桩上的冲击力等等，这些力都是**载荷**。建筑物在承载中起骨架作用的部分，称为**结构**。组成结构或机械的单个部分，则称为**构件**，如建筑物的梁和柱、机床的轴等。

为了保证整个结构或机械正常的工作，构件应当有足够的**能力**负担起应当承受的载荷。因此，它应当满足以下要求：

（一）强度要求

在规定的载荷作用下，构件不能发生破坏。例如，房屋建筑物的横梁不能折断，隧道拱圈不能坍塌，压力容器不能爆裂。强度要求就是指构件应有足够的抵抗破坏的能力。

（二）刚度要求

在载荷作用下，构件除了必须满足强度要求外，还要求不能有**过大的变形**。例如，铁路桥梁在列车通过时若变形过大，则必将影响列车的正常行驶，危及行车安全；机床主轴若变形过大，将影响工件加工精度。刚度要求就是指构件应有足够的抵抗变形的能力。

（三）稳定性要求

有些细长的受压构件，如房屋中的柱、铁路桁架桥的受压弦杆、千斤顶的螺杆等，应始终维持原有的**直线平衡形态**，保证不能压弯。稳定性要求就是指构件应有足够的保持原有平衡形态的能力。

设计构件时，不但要满足上述强度、刚度和稳定性的要求，还必须尽可能地合理使用材料和降低材料的消耗量。材料力学的任务就是在满足强度、刚度和稳定性要求的前提下，为设计既经济又安全的构件提供必要的理论基础和计算方法。

构件的强度、刚度和稳定性问题均与材料的力学性能（主要指材料在外力作用下表现出的变形和破坏等方面的性能）有关，这些力学性能均需通过材料力学试验来测定。此外，经过简化得出的理论是否可信，也要靠试验来验证。尚无理

论结果的问题,还要借助试验方法来解决。所以试验分析和理论研究都是完成材料力学任务所必需的手段。

第二节 材料力学的发展简史

材料力学和其他学科一样,是人们在长期的生产实践中逐步地发展和丰富起来的,是人类的智慧与生产实践的结晶。

人类在征服自然的斗争中,接触并使用各种材料,最初是使用天然的材料,如石、竹、木等,后来是人工制造的材料,如砖、铜、铁、钢、水泥、塑料等。通过长期的生产活动,人们逐渐地认识了材料的性能,并掌握了其使用规律。

我国是世界上最早的文明发达国家之一。我们勤劳智慧的祖先,在很早的年代里,就能根据构件的受力特点而采用合理的结构,以充分发挥材料的特性。

对砖石结构而言,我国劳动人民在很早以前就知道如何发挥这种材料的抗压能力。例如,闻名世界的万里长城,就是两千多年前用砖石砌成的伟大建筑。至今仍保持完整的河北赵州桥,是由隋代杰出的工匠李春于公元 600 年前后设计建造的,桥长 50.82m,桥面宽 9m,主拱半径为 25m。根据石料耐压不耐拉的特性,桥用石块砌成拱形,并合理地采取了拱上背拱的空腹式拱桥结构,使得净重减轻 15.3%,排水面积增加 16.5%,节省石料数百吨,安全度提高 11.4%。近年通过对赵州桥的钻探勘测和力学计算,发现赵州桥在很多方面均符合现代拱桥设计和施工的原则,令人叹为观止!这种敞肩圆弧拱桥结构是中国首创的优秀桥型,它比世界上相同类型的石拱桥要早 1200 多年。

对木质结构而言,我国独创的斗拱结构堪称中国的一绝。斗拱可以减少梁的计算跨度,从而减少梁所受的弯矩和剪力,尤其是具有良好的抗震性能。山西应县佛宫寺释迦塔,共五层高达 66m,底径 30m。它建于公元 1056 年(辽清宁二年),通常又称应州木塔。900 多年来,应州木塔经受了烈日严寒、狂风暴雨,甚至是烈度八级地震的考验,至今仍巍然屹立。它是我国现存最早、最高的木塔,也是世界上现存最高大的古代木结构建筑。早在 1103 年,在《营造法式·大木作制度》中就提出:“凡梁之大小,各随其广分为三分,以二分为厚”。这就是说,从圆木中截取矩形梁时,矩形木梁截面的高宽比应为 3:2。直到 18 世纪初,法国学者帕伦(A. Parent)才指出高宽比为 $\sqrt{2}:1$ 时强度最大;到 19 世纪初,英国科学家杨又指出,高宽比为 $\sqrt{3}:1$ 时刚度最大。由此可见,《营造法式·大木作制度》中对高宽比的规定介乎 $\sqrt{2}:1$ 与 $\sqrt{3}:1$ 之间,具有较大的强度和刚度,十分合理。

对金属结构而言,我们的祖先在汉朝(公元一世纪)就开始利用铁轴。三国时(公元 253 年)马均开始运用了齿轮。红军长征时强渡的泸定铁索桥,建于

1696年,是世界上第一座长达一百米的铁索桥,在它身上,体现了近代大跨度悬索桥的设计思想,其水平居于当时欧洲的科学技术之上。

然而,由于旧中国封建制度长期的桎梏,严重地阻碍了生产力的发展,人民的智慧和创造力未能得到很好的发挥,材料力学方面的知识也就一直停留在经验阶段而没有多大的提高。与此相反,14世纪以后,欧洲却由于社会经济基础的变革所带来的生产力的发展,推动了材料力学知识的发展,并取得了很大的进步。

材料力学作为一门正式的学科,一般认为是以意大利科学家伽利略(G. Galileo, 1564—1642)在1638年问世的名著《关于两门新科学的对话和数学证明》作为开始的标志。当时,为了满足海内外贸易的要求,需要增大船舶的吨位、修建水闸。伽利略为了建造船只和水闸对所需梁的尺寸问题进行了一些试验,并于1638年首先提出了计算梁强度的公式。尽管他由于使用了刚体力学的方法而未考虑梁的变形致使其结论并不正确,但他开辟了用试验和按理论方法计算的新途径。从此,关于结构和构件的设计工作就不再是单凭经验,而是在科学理论的指导下进行了。后来,英国科学家胡克(R. Hooke, 1635—1703)通过对一系列的试验资料的总结,于1678年提出了描述材料力学中力与变形之间的关系,这就是著名的胡克定律。接着,瑞士科学家雅各布·伯努利(J. Bernoulli, 1654—1705)、马略特(E. Mariotte)等人得出了有关梁、柱性能的基础知识,并且研究了材料的强度与其力学性能。

18、19世纪,是材料力学界群星灿烂的时代。在众多的学者中,对材料力学贡献最大的当首推法国著名科学家库仑(C. A. Coulomb, 1736—1806)。他通过试验验证,修正了伽利略和马略特理论中的错误,并且于1784年研究了圆杆扭转情况下扭矩与扭转角之间的关系,获得了圆杆扭转切应力的正确计算结果。库仑还在液体的粘滞度、摩擦力、梁的弯曲、挡土墙、拱和扭转振动以及其他方面作出了贡献。俄国科学家罗蒙诺索夫(М. X. Ломоносов, 1711—1765)开始用试验的方法研究材料的力学性质。俄国彼得堡科学院院士欧拉(L. Euler, 1707—1783)不但是一位卓越的数学家,同时在力学上也作出了许多出色的贡献。欧拉研究了受压杆的稳定理论,并早在1744年就第一个导出理想细长压杆的临界载荷。但这个成果当时并未引起人们足够的重视,直到一百多年后由于钢桥的兴起,发生了大量因压杆失稳而导致的惨痛事故,人们才意识到欧拉关于受压杆稳定理论的意义,并且用试验验证了理论的正确性。直到现在,欧拉关于受压杆的稳定理论还是对受压杆进行稳定计算的重要理论基础。雅各布·伯努利的弟弟约翰·伯努利(J. Bernoulli, 1667—1748)第一个提出了虚位移原理。意大利数学家拉格朗日(J. L. Lagrange, 1736—1813)第一个阐述了虚功原理。法国科学家泊松(S. D. Poisson, 1781—1840)计算了受拉杆的横向线应变,并发

现在弹性范围内材料的横向线应变与纵向线应变之比是一个常数。这一比值也因此被称为泊松比。1826 年第一本《材料力学》书出版, 作者是法国著名科学家纳维 (C.-L.-M.-H. Navier, 1785—1836)。

19 世纪中叶, 铁路尤其是铁路桥梁工程的大量建造, 大大推动了材料力学的发展。钢材的广泛应用, 使钢材成为材料力学的主要研究对象, 根据钢材的特点所提出的均匀连续、各向同性基本假定以及胡克定律成为当今材料力学的基础。

20 世纪, 由于现代工业的崛起, 要求更经济地使用材料, 促使材料力学的研究范围扩大到弹性范围以外, 产生了进行塑性变形和作用力间的关系及塑性变形后物体内部应力分布规律研究的一门新学科——塑性力学。

由于高强度钢材的应用, 出现了不少由于构件中存在初始裂纹而发生低应力脆断的事故。第二次世界大战期间, 美国 5000 艘货轮共发生 1000 多次破坏事故。1954 年英国两架喷气式飞机“彗星”号先后在地中海上空失事, 很多国家发生高压锅炉、压力容器的爆炸或损坏事故……。直到 20 世纪 50 年代, 美国的北极星导弹固体燃料发动机壳体的爆炸事故, 促使人们对带裂纹的构件和结构进行强度及裂纹扩展规律方面的研究。这样, 又导致了另一门新学科——断裂力学的建立。

近 50 年来科学技术有了突飞猛进的发展, 主要是工业技术高度发展, 特别是航空与航天工业的崛起, 各种新型材料 (例如复合材料、高分子材料) 的不断问世并应用于工程实际, 导致新的学科如复合材料力学等应运而生。由于试验设备日趋完善, 试验技术水平不断提高, 现在的试验手段已有声发射技术、电测、光弹性测量、全息光弹性测量、全息干涉测量、激光散斑法、白光散斑法、电子散斑法和云纹法等。由于计算机的出现, 新的计算方法层出不穷, 如差分法、传递矩阵法、加权残数法、有限元法和边界元法等。所有这些进展使得材料力学所涉及的领域更加宽阔, 知识更加丰富。同时, 也表明材料力学仍然处于新的发展之中, 20 世纪形成的材料力学也面临着逐步更新的趋势。材料力学是一门既成熟而又年轻、融合着力和建筑美的学科。

第三节 可变形固体的性质及基本假设

在理论力学中, 曾把固体看作是绝对刚体。实际上, 绝对的刚体是不存在的。任何固体在外力的作用下都会发生变形。由于材料力学研究的是构件在外力作用下的强度、刚度和稳定性问题, 因此, 固体的变形就成为它的主要性质之一, 在材料力学中必须将构成构件的各种固体视为可变形固体。

固体受力后将产生变形, 如载荷不超过某一限度, 则卸除载荷后变形可自行

消失。固体材料在卸除载荷后恢复其原来的形状和尺寸大小的这种性质称为**弹性**。卸除载荷后能消失的变形称为**弹性变形**。在弹性变形过程中,若力与变形服从线性规律,称为**线弹性变形**;不服从线性规律的变形则称为**非线性弹性变形**。如果载荷超过了一定的限度,则材料在卸除载荷后只有部分变形可自行消失,部分变形不能消失而残留下来。材料的这种性质称为**塑性**,部分不能消失而残留下来的变形则称为**塑性变形**。

固体材料的内部微观结构由于材料的不同而异。在研究固体变形时,如果考虑这些微观结构上的差异,会在理论分析中遇到一些很难处理的数学问题和物理问题,而且在将理论应用于工程实际时也会带来极大的不便。因此,在材料力学中对变形固体作了以下几个假设:

(一) 连续性假设

这一假设认为组成物体的材料无空隙的分布于物体所占的整个空间中。从微观的角度来看,组成物体材料的微粒当然不是处处连续分布的。例如构件内部总有一些杂质、气孔和裂隙等缺陷,并非材料之间毫无空隙。对于断裂力学等课程而言,就是要对裂纹加以研究,所以要承认材料的不连续性。但材料力学是研究整个构件的强度、刚度和稳定性的科学,因此从宏观的角度看,可以认为组成物体的材料是连续的。这样,就可以引入无穷小的概念和微积分运算,利用强有力的数学工具来进行构件内部应力和变形等物理量的计算。

(二) 均匀性假设

这一假设认为物体中的材料均匀分布且各处的力学性质相同。从微观的角度来看,物体中的材料实际上并不是均匀分布且各处的力学性质不同。仅就通常认为是“均匀”的金属材料而言,各个晶粒的力学性质就不相同。而像混凝土这类的材料,其内部各处力学性质的不同更是显而易见的事实。但从宏观的角度看,整个物体的力学性质是物体内部各处的材料力学行为的一个统计值。这样就可以在材料力学中将物体中的材料看成均匀分布且各处的力学性质相同。利用这个假设,在物体中任取的一部分材料,其力学性质都可以代表整个物体材料的力学性质。这就为从构件中取微单元体来进行研究,以及取一部分材料来进行试验的可行性提供了理论依据。

(三) 各向同性假设

这一假设认为物体的材料在各个方向上的力学性能是相同的。在微观上,就金属材料的单一晶粒来说,不同的方向具有不同的力学性质。但站在宏观的角度,由于金属材料众多的晶粒杂乱无章地排列而表现出来的宏观的力学性质,却没有明显的方向性。然而必须说明的是,有些材料如木材、竹子等,它们在沿纤维方向和垂直于纤维方向的力学性质相差很大,属各向异性材料。对于各向异性材料,那是复合材料力学课程的研究对象。

(四) 小变形假设

这一假设认为物体在外力作用下所产生的变形远小于物体本身的几何尺寸。根据这一假设，可以明确两点：

(1) 材料力学研究的变形主要是材料的弹性变形（如涉及塑性变形时应当特别加以说明）。

(2) 当考察变形固体的平衡问题时，一般可以略去变形对平衡方程的影响，仍采用刚体静力学的分析方法。

第四节 内力和截面法

一、内力的概念

物体在外力作用下发生变形后，其内部的各部分之间会产生相对位置的改变并由之而引起相互作用力，这种相互作用力称为**内力**。内力由外力而产生，随外力增加而增大，增大到一定的值时就会引起材料的破坏。

二、截面法

为求得构件某处的内力，可用一假想的截面沿该处将构件截开一分为二，如图 1-1a 所示。根据连续性假设，在截开的任一部分的截面上，分布着由外力而引起的分布内力系（见图 1-1b）。实际上，这些分布内力就是另外一部分对该部分截面上的作用力。为保持平衡，任一部分上作用的外力必然和该部分截面上的分布内力系的合力平衡。不难看出，截面上的分布内力系的合力就是该面上的内力，故而可以用一个假想的截面沿构件某处截开而求出构件该处的内力。这种求构件内力的方法称为**截面法**。

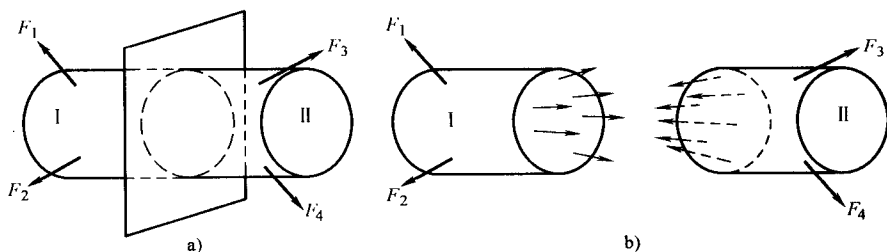


图 1-1

第五节 应力和应变

一、应力的概念

在一般情况下,构件在不同截面上的内力不相同,即便在同一截面上各点的分布内力也不相同。为研究构件的强度,不但要知道构件的内力,还要知道构件内各点的受力情况。为研究构件内各点的受力情况,用截面法将构件截开,任取一部分为隔离体(见图 1-2a)。在隔离体截开的面上,围绕任意的 K 点取一微面积 ΔA 。 ΔA 上分布内力的合力为 ΔF (见图 1-2b), ΔA 上分布内力的平均集度为 $\Delta F/\Delta A$ 。当 ΔA 趋近于零时, $\Delta F/\Delta A$ 的极限

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad (1-1)$$

称为点 K 的全应力(见图 1-2c)。然而,通常在工程上使用的是全应力 p 沿截面法向和切向的两个应力分量。全应力 p 沿截面法向的应力分量称为正应力,用 σ 表示,方向以背离截面为正,指向截面为负;全应力 p 沿截面切向的应力分量称为切应力,用 τ 表示,方向以绕隔离体顺时针转向为正,逆时针转向为负(见图 1-2c)。由式(1-1)不难看出,应力的量纲为[力]/[长度]²,其单位为 Pa,1Pa=1N/m²。工程上常用的应力单位是 MPa 和 GPa,1MPa=10⁶N/m²,1GPa=10⁹N/m²。

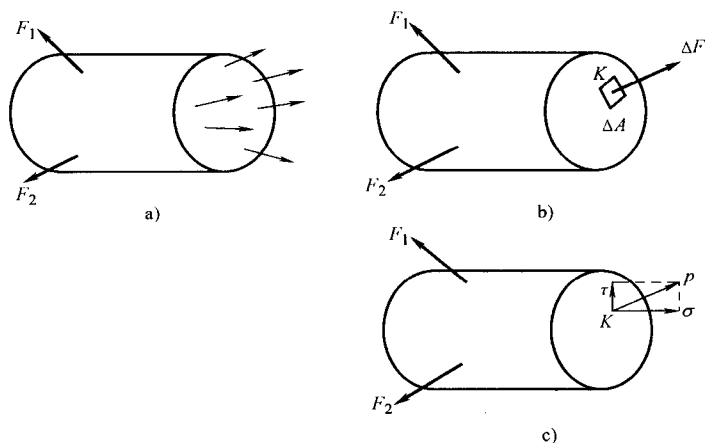


图 1-2

二、应变的概念

在外力的作用下,物体内部的各点处均会在应力的作用下发生变形,由之而

形成整个物体的整体变形。为研究物体内部的各点处的变形情况，可围绕其中某点截取一个各边分别为 Δx 、 Δy 和 Δz 的正六面体，如图 1-3a 所示。

由于正应力的作用，正六面体的各棱边会发生长度的改变。以沿 x 方向的 ab 边为例，在力的作用下由原来的 Δx 变为 $\Delta x + \Delta u$ （见图 1-3b），沿 x 方向产生了 Δu 的变形，线段 ab 沿 x 方向单位长度的平均变形量为 $\frac{\Delta u}{\Delta x}$ 。一般而言，线段 ab 上的各处沿 x 方向变形程度并不相同，为描述 a 点处的变形程度，让 Δx 趋近于零，平均变形量 $\frac{\Delta u}{\Delta x}$ 的极限为

$$\epsilon_x = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} \quad (1-2)$$

称为点 a 沿 x 方向的线应变或简称应变。用同样的方法可以定义点 a 沿 y 、 z 方向的线应变 ϵ_y 和 ϵ_z 。从式 (1-2) 不难看出，线应变是量纲为 1 的量。线应变规定以伸长为正，缩短为负。

由于切应力的作用，正六面体的各棱边还会发生角度的改变（见图 1-3c）。以沿 x 方向的 ab 边和沿 y 方向的 ad 边为例， ab 和 ad 的夹角 $\angle dab$ 在力的作用下由原来的直角变为锐角 $\angle d'ab'$ ，发生了 $\frac{\pi}{2} - \angle d'ab'$ 的改变量。当 Δx 和 Δy 趋近于零时， ab 和 ad 所夹直角的改变量的极限为

$$\gamma_{xy} = \lim_{\substack{\Delta x \rightarrow 0 \\ \Delta y \rightarrow 0}} \left(\frac{\pi}{2} - \angle d'ab' \right) \quad (1-3)$$

称为点 a 在 xy 平面的切应变或角应变。用同样的方法可以定义点 a 在 yz 和 xz 平面的切应变 γ_{yz} 和 γ_{xz} 。

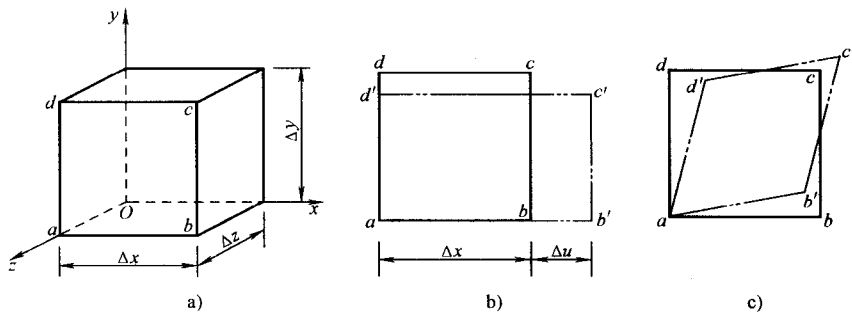


图 1-3

切应变也是一个量纲为 1 的量。规定以使直角变小的切应变为正，使直角变大的切应变为负。线应变和切应变是描述构件内一点处变形程度的两个基本量，它们分别和构件内一点处所受到的正应力和切应力相对应。