

实用模糊数学

SHIYONGMOHU SHUXUE

(修订版)

王琦 编著



实用模糊数学

(修订版)

王 琦 编著

科学技术文献出版社

(京)新登字130号

内 容 简 介

本书第一版从初等集合论出发,系统地介绍了模糊数学的基础知识,并结合应用实例阐述了模糊数学在农业、林业、气象、环境、地质地理、医学、经济管理、人才评价、物理、信息检索、科研成果评价等领域的应用情况。修订版是在第一版的基础上,增加了模糊语言、模糊逻辑、模糊系统及模糊控制等内容,并讲述其在语言学、美学、专家系统、模糊工业控制等方面的应用。

本书通俗易懂、注重实用,既可作为模糊数学的入门读物,也可作为应用模糊数学的方法论图书。

适合具有高中以上文化程度的从事社会各行各业的读者阅读。

实用模糊数学

(修订版)

王 琦 编著

科学技术文献出版社出版

(北京复兴路15号 邮政编码100038)

中国科学技术情报研究所印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

787×1092毫米 32开本 14.375印张 307千字

1992年9月第2版 1992年9月第1次印刷

印数: 4001—6500册

科技新书目: 273—123

ISBN 7-5023-1698-1/O·94

定 价: 7.50元

前 言

模糊数学是美国加利福尼亚大学控制论专家查德 (L. A. Zadeh) 于1965年提出的, 至今不过30年, 但其理论和方法已渗透到自然科学和社会科学各个领域。特别是在研究对象无法用经典数学予以精确的数量描述的情况下, 模糊数学的理论和方法便显示出了它自身的优越性。目前, 世界各国非常重视这门学科的研究和应用, 并成立了专门的研究机构和研制、经营模糊产品的公司。为适应这一形势的发展, 同时也应许多读者的要求, 笔者于1988年编写了《实用模糊数学》一书, 如今在第一版的基础上, 又增加了模糊语言、模糊逻辑、模糊系统及模糊控制等内容, 并结合实例讲述了其应用。书中不妥和错误之处, 请读者批评指正。

作 者

1991. 8. 30

目 录

第一章 总论	(1)
§ 1.1 日常生活中的模糊性现象	(2)
§ 1.2 现象模糊性实质	(8)
§ 1.3 人工智能与模糊性	(6)
§ 1.4 模糊数学的应用前景	(7)
第二章 预备知识	(10)
§ 2.1 经典集合初步	(10)
§ 2.2 向量与矩阵初步	(19)
§ 2.3 映射与关系	(29)
§ 2.4 基础概率论	(33)
§ 2.5 简短的结论	(43)
第三章 模糊集基础	(45)
§ 3.1 模糊集合及其表述方法	(45)
§ 3.2 隶属度函数的确定方法	(52)
§ 3.3 模糊集合的运算	(79)
附录 经典集合、模糊集合与可拓集合的比较	(85)
第四章 模糊识别	(92)
§ 4.1 概述	(92)
§ 4.2 模糊集合的模糊性度量	(94)
§ 4.3 模糊集合间的相似性	(95)
§ 4.4 识别原理	(106)
§ 4.5 模糊识别应用实例	(114)
§ 4.6 模糊识别应用前景	(119)
第五章 模糊聚类分析	(125)
§ 5.1 分解定理	(125)

§ 5.2	模糊关系	(127)
§ 5.3	模糊矩阵	(136)
§ 5.4	模糊聚类	(146)
§ 5.5	模糊聚类应用实例	(164)
§ 5.6	指标体系的选择与模糊聚类应用动态	(174)
第六章	模糊综合评价	(179)
§ 6.1	概述	(179)
§ 6.2	经典的综合评价方法简介	(182)
§ 6.3	模糊变换	(184)
§ 6.4	权数的确定方法	(191)
§ 6.5	模糊综合评价	(216)
§ 6.6	模糊综合评价应用实例	(227)
第七章	模糊统计判决与模糊优化	(243)
§ 7.1	基础模糊概率	(243)
§ 7.2	模糊统计判决	(247)
§ 7.3	模糊优化	(264)
§ 7.4	模糊积分评判简介	(277)
附录	实数集的确界	(282)
第八章	模糊数学在其它方面的应用述评	(283)
§ 8.1	模糊数学与语言学、美学、哲学	(284)
§ 8.2	模糊数学与文献检索	(290)
§ 8.3	模糊数学与农业	(292)
§ 8.4	模糊数学与气象	(297)
§ 8.5	模糊数学与林业	(302)
§ 8.6	模糊数学与人员功能测评和人才考核	(314)
§ 8.7	模糊数学与地质、地理制图	(319)
§ 8.8	模糊数学与物理学、医学、环境	(324)

第九章 模糊语言	(333)
§ 9.1 导论	(333)
§ 9.2 语言变量	(336)
§ 9.3 语言值的语义	(340)
§ 9.4 模糊语言算子	(341)
§ 9.5 语言值的语义计算	(345)
§ 9.6 模糊语法	(347)
§ 9.7 用模糊语言进行数学思维的初步尝试	(351)
§ 9.8 模糊期望值和模糊期望区间——模糊语言的应用	(353)
第十章 模糊逻辑	(365)
§ 10.1 概述	(365)
§ 10.2 数理逻辑简介	(369)
§ 10.3 模糊逻辑	(379)
§ 10.4 模糊推理	(383)
第十一章 模糊系统的一般理论	(394)
§ 11.1 模糊系统	(394)
§ 11.2 非时变模糊系统	(396)
§ 11.3 时变模糊系统	(399)
§ 11.4 模糊系统信息	(403)
§ 11.5 模糊系统辨识	(404)
§ 11.6 模糊系统的优化方法	(407)
第十二章 模糊控制	(409)
§ 12.1 模糊控制器的组成及其控制过程	(409)
§ 12.2 精确量转换成模糊量——模糊量化器(NFC)	(412)
§ 12.3 模糊量转换成精确量——精确量化器(FNC)	(413)
§ 12.4 模糊规则生成器——FAU	(415)
§ 12.5 模糊控制的工业应用——两个实例	(420)
主要参考资料	(441)

第一章 总 论

数学是关于数量的科学，它所研究的对象是现实世界的空间形式和数量关系。在科学的发展历程中，每次重大的变革或革命都有数学的烙印，数学的影响是比较深刻的^{〔1〕}。现在，社会日趋信息化、复杂系统化、分工细化和综合化，数学在其中的运用更是日新月异，引人瞩目。各种边缘中介性学科的产生诸如协同论、突变论、耗散结构理论都毫不例外地孕育产生了新颖的数学方法，对现实的某些物象运动规律作了客观的解释。大家知道，数学本身从常数数学——经典精确数学——随机数学——模糊数学的序列延伸中的发展，都是因为社会、经济、技术的发展和需要在社会人的实践中由感性知识上升到理性知识或理性知识的创造性应用的结果，进而受到广泛的重视，也一度成为时代背景条件下研究的热点。那么，可以预见，模糊数学也将会以它别具一格的姿态受到社会的青睐。

模糊数学是美国加利福尼亚大学控制论专家查德（L. A. Zadeh）于1965年首先提出的。到现在20余年的发展历程中，其理论方法日臻完善，已广泛地渗透到自然科学和社会科学各领域中。由于模糊数学在处理客观实际问题时既能与精确数学结合又有区别于精确数学“非此即彼”的“亦此亦彼”的特性，因而为它的广泛应用找到了理由，也使它成为国际上目前较为敏感的新兴学科。模糊数学拓宽了经典精确数学的基础，找到了一条解决概念划分上不确定性现象的描

述方法，二者的结合使数学本身又升华了一个新的层次。而且，它为人工智能仿真提供了颇有诱惑力的科学方法，它的产生是历史发展的必然结果。

§ 1.1 日常生活中的模糊性现象

作为繁杂有序社会里的一个分子——人，其思想在新事物产生和发展时，往往表现出对旧事物的依恋和对新事物的怀疑，模糊数学在它诞生时也受到了这样的待遇，但社会实践的发展检验并证实了它的科学性。相信读者在没有理解模糊数学究竟是什么的条件下，不会产生认为它有悖于传统的偏见。事实上，在日常生活中，我们遇到的大量现象都表现出了模糊性的特点。诸如“我吃得太多了”、“那幢楼房真漂亮”、“大胡子”、“小姑娘”，河水的“深浅”、人的“胖瘦”、颜色的“浓淡”等等。但是在谈到水的深度时，试想什么样的深度是深与浅的界限呢？5米相对于1米是深，相对于10米则是浅。自然，因为没有有一个具体的参照深度，我们对5米、1米、10米都没法用“深”与“浅”的量词来孤立地度量。又如我们在文艺欣赏中经常会遇见这样一些表述：“那幅水彩画给人一种美的享受”、“这部影片的主题是悲剧性的；那部影片的主题是喜剧性的”、“粉红粉红的色彩配上那朵淡紫色的丁香和湛蓝湛蓝的天空，那意境该有多迷人啊！”，这些都给人的思想蒙上了一种难以言尽的意象面纱。但是这里到底什么是美、什么是悲剧、什么是喜剧，粉红粉红的色彩是一种什么样的色彩等等，我们却常常只有一种“只可意会、不可言传”的感觉，难以约定一个标准界线

对之予以刻划。只要我们稍加观察，就会发现在我们日常生活中，存在着大量的诸如上面所列举的模糊语言，所以说，模糊语言是司空见惯的现象。

不仅在语言方面如此，而且在现实的物理世界中，也有许多事物区别的界限并不是绝对分明的和固定不变的。如文昌鱼，无脊椎、无骨骼，但有脊索，就打破了脊椎动物与无脊椎动物的界线；总鳍鱼，有鳃，可在水中呼吸，又有肺，亦可在陆地生活，也打破了鱼类和两栖类的界限；病毒，有生命现象，属于生物范畴，但没有细胞核和组成细胞内含物的基本细胞器，具有非生物特性，它使生命与非生命的界限变得模糊了；由于存在兼有自养和异养特性的裸藻、盘藻和团藻，使植物与动物概念的集合变得不分明了；由于存在随年龄的增长或季节的推移而发生性别变化的信良、沙蚕、牡蛎，使雌雄性别绝对“神圣”的划分也变得黯然失色了，如此等等。由此可见，无论在生活中，还是在物理世界中，模糊性现象是大量存在的，并没有难得遇到的例外，只是尚没有上升到用什么具体理论来描述的高度。对本节的内容，就初涉模糊数学的读者来说，我们可以用宋朝大文学家苏轼的一首诗表述：“横看成岭侧成峰，远近高低各不同；不识庐山真面目，只缘身在此山中。”那么，试问现象模糊性的实质又是什么呢？

§ 1.2 现象模糊性实质

世界上的许多事物，包括人脑的思维和控制作用，都有模糊和非定量化的特性。模糊的事物是经常遇到的，对这类

事物，仅用经典的数学方法去处理是很难获得令人满意的效果的。人们在思考和推理问题时，常常自觉不自觉地使用了模糊数学原理和方法。例如我们到商店买一件衣服，如果那件衣服合身，颜色中看，款式新颖，那么我们就买下它，否则就不买；再如，我们也经常遇到这样的推理：

大前提 具有社会责任心的人大多有大海般的心胸。

小前提 伟人们是具有社会责任心的人。

结论 所以，伟人们大多有大海般的心胸。

这里，我们都应用了模糊逻辑推理。从形式逻辑学中我们已经知道，这些推理都是基于概念的前提进行的思维活动，因而我们探究模糊性时也应从概念入手。一个概念如“惰性气体”是由概念的“外延”和“内涵”所组成的。所谓“外延”是指适合这个概念的一切对象，它是从量的方面来反映的，如“惰性气体”这个概念的外延就是组成该“集合”的所有元素：氦、氖、氩、氪、氙、氡。所谓“内涵”是外延包括的一切对象所共同具有的本质属性，它是从质的方面来反映的，如“惰性气体”这个概念的内涵就是一切惰性气体“很难与其它元素化合”这个本质属性，它是该“集合”的定义。“男人”与“女人”，“铁”与“木头”，我们之所以很容易区别，就是因为这些集合有清晰的外延和内涵，能够明确地进行精确的划分。但是有些概念正如我们在§1.1中所举的例子一样，如“深浅”、“大胡子”、“小姑娘”，这些集合的边界并不是十分分明的，它们没有明确的外延和内涵，我们无法用什么具体的界限来精确地予以划分，亦即这些概念是模糊的。因此从上面简单的分析中我们可以抽象出

模糊性的概念，即，所谓模糊性是客观事物之间差异的中介过渡性所引起的划分上的一种不确定性，是概念外延的不分明性。这就是事物现象模糊性的实质。

模糊性和精确性是对立统一、相互依存、可以互相转化的，模糊性并不是什么神秘的现象。精确的概念可以表达模糊的意思。例如唐代诗人李白的一首绝律（七绝）《望庐山瀑布》云：“飞流直下三千尺，疑是银河落九天。”很显然，诗中量词“三千尺”、“九天”并非确指，而是一种诗化了的脱离了具体内容的模糊性概念。因为诗人的巧妙应用，而使诗盎然有意，气势磅礴，充满奇趣，和谐自然如流水，仿佛身临其境，令人回肠荡气！同样，模糊的概念也能表达精确的意思。例如一个人有大胡子，这是一个确定无疑的事实，就结论本身而言，没有任何含糊之处，因而是精确的。因此，任何事物既具有模糊性的一面，又具有精确性的一面。模糊性是普遍的、绝对的；精确性是具体的、相对的，是包含了模糊性的精确性。模糊思维打破了形而上学对人们思想的束缚，使人们注意到世界上的事物有着相互区别、相互对立、“非此即彼”的明晰性形态，同时有着事物区别和对立并不绝对清晰、“亦此亦彼”、相互交织、渗透、穿插、复合、界限不分明过渡性形态，这是符合辩证法的“除了‘非此即彼！’，又在适当的地方承认‘亦此亦彼！’，并且使对立互为中介”，“一切差异都在中间阶段融合，一切对立都经过中间环节而互相过渡”（《马克思恩格斯选集》第三卷，P535）。这是模糊性实质在哲学上的意义。

§ 1.3 人工智能与模糊性

人类在同大自然的斗争中，创造并逐步发展了计算工具。我国春秋时代就有“筹算法”，唐末创造出算盘，南宋（1274年）已有算盘和歌诀的记载。随着生产的发展，计算日趋复杂，开始出现了比较先进的计算工具。1642年在法国制成了第一台机械计算机，1654年出现了计算尺，1887年制成手摇计算机，1946年出现了世界第一台电子计算机。电子计算机的问世使社会向信息化过渡得到强化，它与人脑相比较有以下几个显著优势：

1. 运算速度惊人。目前国外巨型计算机已达每秒几次；
 2. 精确性令人惊奇；
 3. 具有人的“记忆力”和逻辑判断能力；
 4. 具有控制、仿真、识别图象的能力；
- 如此等等。

早在1671年，著名数学家莱布尼兹说过：“让一些杰出的人才象奴隶般地把时间浪费在计算上是不值得的。”今天他渴望的愿望实现了。但是电子计算机是否可以完全取代人脑？答案是否定的。我们从下面的用计算机进行科技运算的工作流程中可以看出用计算机解决问题是有限制条件的：

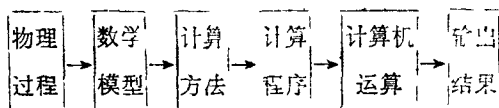


图1-3-1 用计算机进行科技运算的工作流程

1. 电子计算机必须依赖人编的程序才能工作；
2. 没有创造性，没有思维判断能力；
3. 必须借助人的命令才能运行，是完全由人控制的。

基于以上限制条件，尽管电子计算机解决了社会活动中许多为人所不能解决的问题，但它仍然取代不了人脑，而且在仿真人脑的模糊推理方面越来越显得呆滞而不能胜任。人脑既能处理精确信息亦能处理模糊信息，这两种功能交织在一起，使强悍的电子计算机也望人兴叹了。例如，如果某顾客要买一件“浅黄色的朴素的适合体型的裙子”，若让装有电脑的机器人去代顾客选购，必须先让它理解此语的含义，但电子计算机不能进行人脑的模糊思维的特点决定了机器人不可能对“浅黄色”、“朴素”、“适合体型的”的知觉形象作出判断。设想该机器人代顾客选购了，一条裙子，其结果一定闹出了“女人错长了男人的胡子，而男人错穿了女人的裙子”一类的笑话。简单地说，机器人不会模仿人类“亦此亦彼”的思维过程。为了弥补电子计算机这种“残缺”的功能，有必要扩充经典的康托集合理论了。可以说，正是在这种用经典数学难以描述和量化模糊现象的困惑中，人们开始在数学结构的自身的改造上寻找着希望。

§ 1.4 模糊数学的应用前景

在没有深入到模糊数学的基础理论之前，我想谈一谈模糊数学的应用领域，以期读者对它的实践价值有一个肤浅的轮廓。至于模糊集合、经典集合和可拓集合的区别，我们将在第三章加以表述，这是有必要的。

模糊数学是研究和处理模糊现象的科学，它所揭示的是客观事物之间差异的中介过渡性引起的划分上的一种不确定性。它定义的具有描述事物渐变过渡能力的隶属度函数，使人们从“亦此亦彼”的事物中提取“非此即彼”的信息成为可能，而这使人们在认识事物的属性的程度上提高了准确度，也强化了自然的精神化。模糊数学从1965年诞生到现在，有关它的论文指数级增长^[2]，表明了它的强大生命力。

根据有关文献资料统计，模糊集合的应用取得进展的有如下方面：

1. 农业方面 作物引种；物种分类；土壤限制因子分析；农业区划；农业产量预测；土壤类型划分；幼苗鉴定；播种期的确定；病虫害的预测与控制；农业技术方案的评价；农业系统的模糊诊断；作物生长分析等等。

2. 气象方面 天气过程划分；长期天气预报；天气灾变预测；农业气候区划；气象因子分析；气象预报评价；气候识别等等。

3. 林业方面 树种识别；森林区划与分类；树种引种；森林优化；森林管理系统的评价；森林病虫害预测等等。

4. 环境方面 环境质量评价；污染区域划分与治理决策；环境污染主因子分析；确定环境单元质量的相似性等等。

5. 地质地理方面 岩石识别与划分；岩石硬度分析；古生物化石分析；矿产预测；地理位置分析与聚类；地层分析；地理制图；地震预测；地震旱涝异常的判别分析；测井技术的评价；水库优化等等。

6. 医学、化学方面 癌细胞识别；生物医学工程；职

业病、冠心病、肝病变等的诊断；医学模糊信息的处理；针麻手术效果的评价。化学物质的识别；化学反应过程的控制；物质结构分析；化学系统诊断等等。

7. 经济管理方面 经济决策分析；经济、技术的可行性研究；管理系统的障碍分析与诊断；经济区域划分；市场状态预测；经济管理系统的的评价等等。

8. 物理方面 雷达目标分析；遥感技术中的应用；机床控制；机器故障分析；汽车类别的自动识别；氙灯特性评选；物理标准组的选择；结构工程分析；物体受力分析；开关式液压伺服系统的控制；计量科学中的应用等等。

9. 体育、信息方面 运动员心理测量；运动员成绩预测；百米赛跑成绩与步幅分析；运动员素质测定。信息压缩；条码识别；图象识别；信息价值分析；情报预测与效果评价；文献检索；文献区域分析；藏书等级结构分析；图书馆建设；数字仿真；信息加工处理等等。

10. 其它方面 案件审理；罪犯手印、指纹识别。人才区划；人才评价；人才合理的知识结构分析；人才优化定向定位分析；语言相似性分析；方言分析；词典编码；文学风格分析；文学作品对比识别分析。科技成果评价；价值判断等等。

由此可以预见，模糊数学的应用前途是广泛而深入的，它与软科学的结合在将来会溶尽人类某些现实困境造就的悲哀！

第二章 预备知识

内 容 提 要

本章重点讲述了以下内容：普通集合的概念、描述方法、运算及其特征函数；矩阵的初步运算，尤其对矩阵乘法作了较为详尽的描述；映射与关系的概念；概率论的基础知识。

§ 2.1 经典集合初步

一、经典集合的概念与描述

集合是现代数学中的一个最基本的概念。数学是建立在集合论基础上的，集合可以表示概念、性质、运算和换算，可以表现判断和推理，因而集合可成为能够描述和表现各门学科的语言和系统。这里我们从日常生活中的事物抽象出集合这一概念，如，我读过的数学书，便构成了以我所读过的数学书为对象的整体。通俗地说，这个整体即是以我读过的数学书为元素的集合。又如，我的同班同学也构成了这样一个整体。从上面两个例子可以看出，第一个集合是以我读过的数学书为对象的，非未读过的数学书；第二个集合是以我的同班同学为组成对象的，不是其它班的同学。由此可见，组成集合的元素是有某种特定属性的，不具备这种特性的对象不属于该集合。于是，我们把具有某种特定属性的对象的全体，称之为集合。如“所有的自然数”，“某学校所有的