

GaoKao FaXian



编写说明

编写说明

为迎接今年我省高考自主命题,使每位高考学子能够实现自己的理想,由安徽省高考命题研究专家组织了一批经验丰富、高考研究专家和几十所名校特、高级教师精心策划编写了《高考发现》系列丛书。全力革新灌输式教育备考模式,独创性地把分省命题理念引入系统复习领域,形成了安徽高考学子全新的备考模式,且这一模式正引导着备战高考信息化的新潮流。

- 一线权威命题专家悉心审定
- 由安徽省高考文、理科状元命题详细解答
- 全省33万学子备战高考首选品牌

系列(一) 全程扫描(出书时间 06年1月1日)

系列(二) 概要筛选(出书时间 06年3月1日)

系列(三) 模拟演习(出书时间 06年4月1日)

最后一卷 猜题押题(出书时间 06年5月1日)

恳请使用本套书的读者提出宝贵意见和建议,以便我们不断提高。携手步入成功之路! 欢迎您登录专家组网址: www.zzgk.net 可查阅您所订购的所有教辅书的详细答案与解答方式。

版权所有 盗版必究

策划: 安徽省高考命题研究专家组

编写: 全国60所示范高中一线特、高级教师

纵览中国高考风云 点破安徽高考天机

重奖投稿邮箱: zhangyuehai423@sohu.com
(如被录用速回丰厚稿酬)

ISBN 7-212-02783-9



ISBN 7-212-02783-9
定价: 63.20元(共九册)

9 787212 027834 >

安徽省高考自主命题新概念

高考发现

根据安徽省最新考试大纲编写

数学

丛书主编: 李少聪

2006 年高考总复习
系列(一) 全程扫描

作者来自

黄冈中学
启东中学
北京四中
人大附中
科大附中
灵璧一中
界首一中



合肥一中
合肥六中
合肥八中
安庆一中
桐城中学
马鞍山二中
安师大附中

安徽人民出版社

前言

为迎接安徽省语文、数学、英语高考自主命题，安徽省高考自主命题研究领导小组特聘组织省内(外)60多所示范高中的一线特、高级教师联手编写《高考发现》系列丛书。

本套丛书为高考总复习同步丛书，第一期针对二轮复习进程进行系统复习，第二期概要串讲(优胜劣态、指点迷津)，第三期实战演练(身临其境、有的放矢)，第四期最后一卷(临阵磨枪、精益求精)。

试题具有如下特点：

1. 针对性。试题依据高考总复习的进程合理设制，力求贴近老帅复习的实情，贴近学生的复习和认知实际，贴近社会生活实际。并且不同的复习阶段设制不同程度的试题，由浅入深，循序渐进，引领复习的纵深发展，引领学生的认知不断深化。

2. 科学性。试题力图准确、科学地反映课本基础知识，并延伸的知识，在课本知识与实际生活的结合点上发现新知识和新方法。实践证明科学性强是一套好试题的生命。

3. 创造性。试题力求汲取有价值的信息，编写反映能力的新题型，在提高能力上创新，在提取有价值的信息上开拓，以帮助学生在打开眼界、活跃思路、强化考场应变能力。

4. 安战性。高考重在实战，“安战”是要求练习试题要少而精，避免学生陷入茫茫题海，“少而精”是命题押宝，以“小题目大容量”制精，以“题目少求其精”为总。问题的关键是在于试题的质量。“一以当十”是本套试题命题的一个重要原则。

本套试题从策划、编辑、排版、印刷力求一流，强化应变能力。感谢在组稿过程中省内(外)60多所示范高三一线特高级教师的积极参与。感谢省内的语文、理科状元无偿提供详细解答。同时我们也深信实践是检验真理的唯一标准。辛勤开卷的洗礼一定能够迎来2006年安徽高考学子灿烂的前天。

丛书主编——李少聪
选题策划——周茂祥
质量监督——张庆辉

高考发现编委会

编委名单

周益新	李少聪	郑海燕	赵佑青
马治涛	陈凯	王小锋	王化银
连群	张德林	梁超	马维凤
李长吉	彭强	王法金	梁孟廷
邓佰刚	万玉红	蒋社宏	陈功松
刘雪莹	许昆	叶学梅	刘姚梅
赵亚民	魏敏东	张跃丰	王海霞

高考随想

- ★从现在开始做起，关注每一细节，走好每一步，迈向成功的脚步就会越来越稳健。
- ★尽最大努力，留最小遗憾。
- ★学会宽容，学会坚强，学会感动，生活将对你微笑。
- ★人生没有草稿，不能重来，所以要倍加珍惜生命的历程。
- ★用坚定的信念点亮梦想，人生才能在奋斗中辉煌。
- ★高三是我们人生的转折点，让我们为了自己的梦想而努力奋斗吧！
- ★谁若游戏人生，他就一事无成，谁不主宰自己，永远是一个奴隶。
- ★人生有两出悲剧：一是万念俱灰；另一是踌躇满志。
- ★不要因一次的失败或成功就认定了自己，记住：笑到最后，笑得最甜。
- ★面对挑战，无论是输是赢，都必须全身心投入，向着既定的目标冲刺。
- ★我追求，所以努力；我努力，所以追求。
- ★一个圆满的故事，总是需要穿过坎坷、穿过平淡，从开头到结尾，便是一个幸福的过程。
- ★希望是附丽于存在的，有存在，便有希望，有希望，便有光明。
- ★有四样东西一去不返：说过的话，渡过的水，虚度的年华和错过的机会。
- ★现实是此岸，理想是彼岸，中间隔着湍急的河流，行动则是架在河上的桥梁。
- ★播下你的梦想，无路也有希望；播下你的梦想，踏出一路风光。

责任编辑：任敏
装帧设计：空向

图书在版编目(CIP)数据

2006 年高考总复习. 数学 / 李少聪主编. —合肥：安徽人民出版社，2005
(高考发现丛书)
ISBN 7-212-02783-9

I. 2... II. 李... III. 数学课—高中—习题—升学参考资料
N. G634

中国版本图书馆(CIP)数据核字(2005)第159640号

高考发现——2006 年高考总复习数学
丛书主编：李少聪

出版发行：安徽人民出版社
地址：合肥市金寨路381号九州大厦 邮编：230063
发行部：0551-2833066 0551-2833096(传真)
经销：新华书店
印刷：合肥皖星印刷有限责任公司
开本：787×1092 1/8 印张：60个 字数：1300千
版次：2006年1月第1版 2006年1月第1次印刷
标准书号：ISBN 7-212-02783-9
定价：68.2元(共九册)

本套图书凡印刷、装订错误可及时向承印厂调换

重难点及热点导析:

函数这一章在高中数学中一直占有很大的比例而且也是其热点难点之一。本章复习时应理解掌握集合的概念及集合语言与思想的实际应用,认真掌握函数与反函数的概念及函数的一般性质,掌握绝对值不等式、一元二次不等式的解并能运用函数的图像像分析讨论方程及不等式的解,认真研究函数的奇偶性、单调性,并结合函数求导的综合运用解决有关函数的最值等一系列综合问题。

第 I 卷(选择题 共 60 分)

得分 一、选择题(本大题共 12 个小题,每小题 5 分,共 60 分)

在每小题给出的四个选项中,只有一个选项符合题目要求

1. 同时适合 $M \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 且 $a \in M$, 则 $6-a \in M$ 的非空集合共有 ()
A. 16 个 B. 15 个 C. 7 个 D. 6 个
2. 已知 $f: A \rightarrow B$ 是 A 到 B 的一个映射, $x \in A, y \in B, f(x) = \log_2 x = y$, 则 A, B 分别是 ()
A. $A = B = \mathbb{R}^+$ B. $A = \mathbb{R}^+, B = [0, +\infty)$
C. $A = [0, +\infty)$ B. $A = \mathbb{R}^+, B = \mathbb{R}$
D. $A = \mathbb{R}^+, B = \mathbb{R}^+$
3. $f(x)$ 是 $\mathbb{R}$ 上的减函数, $F(x) = f(x) - f(-x)$, 则 $F^{-1}(x)$ 是 ()
A. 增函数且是奇函数;
B. 增函数且是偶函数;
C. 减函数且是奇函数;
D. 减函数且是偶函数;

4. 设 $M = \{(x, y) | y = \sqrt{9-x^2}\}$, $N = \{(x, y) | y = -x + b\}$, 且 $M \cap N = \varnothing$, 则 b 的范围是 ()
A. $b \geq \sqrt{3}$ B. $0 < b < \sqrt{2}$
C. $-9 \leq b \leq \sqrt{2}$ D. $b < -3$ 或 $b > \sqrt{2}$

5. 若命题 $p, \Phi \subseteq (0, 1), 0 \in \Phi, r, \Phi = (0, 1)$, 则 ()
A. " p 且 q " 与 " p 且 r " 都是真命题;
B. " p 或 q " 与 " p 或 r " 都是真命题;
C. " p 且 q " 与 " p 且 r " 都是假命题;
D. " p 或 q " 与 " p 或 r " 都是假命题;
6. $f(x)$ 是定义在 $[-6, 6]$ 上的偶函数, 且 $f(3) > f(1)$, 则 ()
A. $f(-1) < f(3)$ B. $f(0) < f(6)$
C. $f(3) > f(2)$ D. $f(2) > f(0)$
7. $f(x)$ 的图像与 $y = 3^{-x}$ 图像关于直线 $y = x$ 对称, 则函数 $f(2x - x^2)$

- (文) 函数 $y = \log_2(x+1)$ 的图像与 $y = f(x)$ 的图像关于直线 $x = 1$ 的对称, 则 $f(x)$ 的表达式是
16. 已知 $f(x) = x^2, g(x) = -\frac{1}{2}x + 5$, 设 $F(x) = f[g^{-1}(x)] - g^{-1}[f(x)]$, 则 $F(x)$ 的最小值是

得分 三、解答题(本题共 6 小题, 共 74 分, 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 12 分)
已知全集 $U = \mathbb{R}$, 函数 $f(x) = \lg(3+2x-x^2)$ 的定义域为 M , $N = \{x \mid 3^{-a} \leq 1, a \in \mathbb{Z}\}$, 若 $(\complement_U M) \cap N = \emptyset$, 求 $M \cap N$.

18. (12 分) 设单调函数 $f(x)$ 满足 $f(x+y) = f(x) + f(y)$, 定义域为 $\mathbb{R}$.
(1) 证明: $f(x)$ 是奇函数;
(2) (理) 如果 $f(1) = 2$ 且 $f(k \log_2 t) + f(\log_2 t - \log_2^2 t - 2) < 0$, 求 k 的范围.
(3) (文) 如果当 $x > 0$ 时总有 $f(x) > 0$, 证明 $f(x)$ 是增函数.

- 的单调递增区间是 ()
A. $[-1, +\infty)$ B. $(-\infty, 1]$
C. $(0, 1]$ D. $[1, 2)$

8. 关于 x 的方程 $ax^2 + 3x - 1 = 0$ 有一个实数根是 $a = -\frac{9}{4}$ 的 ()
A. 充要条件 B. 充分不必要条件
C. 必要不充分条件 D. 不充分也不必要条件

9. 关于 x 的方程 $25^{x^2-1} - 4 \times 5^{x^2-1} = m$ 有实数解, 则 m 的取值范围是 ()
A. $m < 0$ B. $m \geq -4$
C. $-4 \leq m < 0$ D. $-3 \leq m < 0$

10. 方程 $\log_2(x+4) - 3 = 0$ 有实数根 ()
A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

11. 函数 $y = \lg(\frac{2}{1+x})$ 的图像 ()
A. 关于 x 轴对称 B. 关于 y 轴对称
C. 关于原点对称 D. 关于直线 $y = x$ 对称

12. (文) 把函数 $y = f(2x-1)$ 的图像沿向量 $a = (-2, 0)$ 平移后, 得到函数反函数解析式是 ()
A. $y = f^{-1}(x) - 3$ B. $y = -\frac{f^{-1}(x)+3}{2}$
C. $y = \frac{f^{-1}(x)+3}{2}$ D. $y = \frac{3-f^{-1}(x)}{2}$

- (理) 已知 m, n 是关于 x 的方程 $x^2 + ax + 2b = 0$ 两根, $0 < m < 1$ 且 $1 < n < 2$, 则 $\frac{b-a}{a-1}$ 的取值范围是 ()
A. $(\frac{1}{4}, 1)$ B. $(\frac{1}{2}, 1)$
C. $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$ D. $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

第 II 卷(非选择题 共 90 分)

得分 二、填空题(本大题 4 个小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

13. 设 $T = \{x | x^2 + px + q = 0 \text{ 且 } p^2 - 4q > 0\}$, $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{1, 4, 7, 10\}$, $T \cap A = \Phi$, $T \cap B = T$, 则 p 与 q 的值分别是

14. 已知 $f(x)$ 是定义域为 $\mathbb{R}$ 的偶函数且 $f(x+1) = -f(x)$ 在 $\mathbb{R}$ 上恒成立, 在 $[-1, 0]$ 上 $f(x)$ 是单调增函数, 则 $f(x)$ 是周期函数. ② 直线 $x = 1$ 是 $y = f(x)$ 图像的对称轴. ③ $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上是增函数在 $[1, 2]$ 上是减函数. ④ $f(0) = f(2)$. 其中正确判断的序号是
15. (理) 已知 $f(x) = \log_2(a - a^x)$ ($a > 1$), 则关于 x 的方程 $f(x) = f^{-1}(x^2 - 2)$ 的实数根为

20. (本题满分 12 分)

集合 A 是由具备下列性质的函数 $f(x)$ 组成的: ①函数 $f(x)$ 的定义域是 $[0, +\infty)$; ②函数 $f(x)$ 的值域是 $[-2, 4]$; ③函数 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上是增函数, 试分别探究下列两小题:

- (1) 判断函数 $f_1(x) = \sqrt{x} - 2(x \geq 0)$, 及 $f_2(x) = 4 - 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x (x \geq 0)$ 是否属于集合 A , 并简要说明理由;
- (2) 对于 (1) 中你认为属于集合 A 的函数 $f(x)$, 不等式 $f(x) + f(x+2) < 2f(x+1)$ 是否对于任意的 $x \geq 0$ 总成立? 若成立, 为什么? 若成立, 请证明你的结论.

19. (本小题满分 12 分)

设函数 $f(x) = 2 \log_2 x - 2a \log_2 \frac{1}{x} + b$, 当 $x = \frac{1}{2}$ 时, $f(x)$ 取最小值是 -8 .

- (1) 求 $a-b$ 值;
- (2) 在 (1) 的条件下, 解不等式 $f(x) > 0$.
- (3) (理科做) 设 $B = \left\{ \frac{x}{x-1} \leq \frac{1}{2} \right\}$, $A = \left\{ x \in \frac{R}{f(x)} > 0 \right\}$, $A \cap B = \Phi$, 求 t 的范围.

22. (14 分) $f(x)$ 是偶函数, 定义域为 $[-1, 1]$, $f(x)$ 图像和 $g(x)$ 图像关于直线 $x=1$ 对称, 当 $x \in [2, 3]$ 时, $g(x) = 2a(x-2) - 3(x-2)^2 (a > \frac{1}{2})$

- (1) 求 $f(x)$ 的解析式;
- (2) 求 $f(x)$ 的单调区间;
- (3) 如果 $f(x)$ 的最大值是 12, 求 a 的值.

21. (12 分) 从北京来某地, 机场承办包机业务, 若乘客不多于 30 人, 每张机票票价 900 元; 如果乘客多于 30 人, 则每多出一个航班机票可优惠 10 元, 直至每张机票降至 450 元为止, 而每一个航班机场需付出相关费用 15 000 元.

- (1) 写出机票的价格关于乘客人数的函数;
- (2) 参与包机人数为多少时, 机场方面能获得最大利润是多少?

重难点及高考导向:

数列是高中代数的重要内容之一,由于它既具有函数的特征,又能构成独特的递推关系,且与函数、方程不等式等有紧密的联系,因而它是历年高考考查的重点.本章复习应深刻理解等差、等比数列的概念、通项公式与求和公式、能用方程与函数、等价转化、分类讨论等数学思想处理数列问题,并能结合具体条件将实际问题建立数列模型,从而确定是等差还是等比数列.

第I卷(选择题 共60分)

- 得分 一、选择题(本大题共12个小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一个选项符合题目要求)
1. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中,已知 $a_1+a_2+\dots+a_{10}=0$,则()
 A. $a_1+a_{10}<0$ B. $a_1+a_{10}>0$
 C. $a_1+a_{10}=0$ D. $a_{10}=50$
 2. 已知数列 $\{a_n\}$,那么“对任意的 $n \in \mathbb{N}^+$,点 $M_n(n, a_n)$ 都在直线 $y=-3x+1$ 上”是 $\{a_n\}$ 为等差数列的()
 A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
 3. 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,当 a_n, d 变化时,若 $a_1+a_8+a_{11}$ 是一个定值,那么下列各数中也为定值的是()
 A. S_9 B. S_{15} C. S_7 D. S_5
 4. $\triangle ABC$ 的三个内角成等差数列,三边成等比数列,则三内角的公差等于()
 A. 30° B. 45° C. 60° D. 75°
 5. 设 $a_n = -n^2 + 10n + 11$,则数列 $\{a_n\}$ 从首项起到第 项和最大()
 A. 10 B. 11 C. 10或11 D. 12
 6. 数列 $1, 1+2, 1+2+2^2, \dots, 1+2+2^2+\dots+2^{n-1}, \dots$ 的前 n 项和为()
 A. 2^n B. 2^{n+1} C. $2(n+1)-n-2$ D. $n \cdot 2^n$
 7. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n = 1, a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + \dots + a_1$ ($n \geq 1$), 则当 $n \geq 1$ 时, a_n 等于()
 A. 2^n B. $\frac{1}{2}n(n+1)$ C. 2^{n-1} D. $2^n - 1$
 8. 下列命题中,真命题的个数是()
 ①若 $p=ac$,则 a, b, c 成等比数列 ②若 $\{a_n\}$ 为等差数列,且常数项和 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,且满足 $S_n = 3(a_n - 1)$,则 $S_n = 3a_n - 3$

- (文)已知 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,且满足 $S_n = 3(a_n - 1)$,则 $S_n =$
- (理)已知 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,且满足 $S_n = 3(a_n - 1)$,则 $S_n =$
- 得分 二、填空题(非选择题 共90分)
13. 如果 A 是 a, b 的等差中项, G 是 a, b 的等比中项, a, b, G 均为正实数,则 a, b 与 AG 之间的关系是
14. 一凸多边形各内角的度数成等差数列,公差为 10° ,最小内角为 100° ,则边数 $n =$
15. 数列 $\{a_n\}$ 中,已知 $a_1 + a_2 + \dots + a_n = 2^n - 1$,则 $a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2 =$
16. (理)数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = \frac{1}{2}, a_n = \frac{1}{2}a_{n-1} + \frac{1}{2}S_{n-1}$ ($n \geq 2$), 则这个数列的前 n 项和 $S_n =$

得分 三、解答题(本题共6小题,共74分,解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分12分)
 已知:数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_n = 3^{n-1} + a_{n-1}$ ($n \geq 2$)
 (1)求 a_2, a_3 ;
 (2)证明 $a_n = \frac{1}{2}(3^n - 1)$.
18. (本小题满分12分)
 (文)已知一个等差数列 $\{a_n\}$ 及其前 n 项和 S_n ,满足 $S_3 = S_5$, $S_4 = S_6$, 则 $S_7 =$
- (理)已知一个等差数列 $\{a_n\}$ 及其前 n 项和 S_n ,满足 $S_3 = S_5$, $S_4 = S_6$, 则 $S_7 =$
19. (本小题满分12分)
 (文)已知一个等差数列 $\{a_n\}$ 及其前 n 项和 S_n ,满足 $S_3 = S_5$, $S_4 = S_6$, 则 $S_7 =$
- (理)已知一个等差数列 $\{a_n\}$ 及其前 n 项和 S_n ,满足 $S_3 = S_5$, $S_4 = S_6$, 则 $S_7 =$
20. (本小题满分12分)
 (文)已知一个等差数列 $\{a_n\}$ 及其前 n 项和 S_n ,满足 $S_3 = S_5$, $S_4 = S_6$, 则 $S_7 =$
- (理)已知一个等差数列 $\{a_n\}$ 及其前 n 项和 S_n ,满足 $S_3 = S_5$, $S_4 = S_6$, 则 $S_7 =$
21. (本小题满分12分)
 (文)已知一个等差数列 $\{a_n\}$ 及其前 n 项和 S_n ,满足 $S_3 = S_5$, $S_4 = S_6$, 则 $S_7 =$
- (理)已知一个等差数列 $\{a_n\}$ 及其前 n 项和 S_n ,满足 $S_3 = S_5$, $S_4 = S_6$, 则 $S_7 =$
22. (本小题满分12分)
 (文)已知一个等差数列 $\{a_n\}$ 及其前 n 项和 S_n ,满足 $S_3 = S_5$, $S_4 = S_6$, 则 $S_7 =$
- (理)已知一个等差数列 $\{a_n\}$ 及其前 n 项和 S_n ,满足 $S_3 = S_5$, $S_4 = S_6$, 则 $S_7 =$
23. (本小题满分12分)
 (文)已知一个等差数列 $\{a_n\}$ 及其前 n 项和 S_n ,满足 $S_3 = S_5$, $S_4 = S_6$, 则 $S_7 =$
- (理)已知一个等差数列 $\{a_n\}$ 及其前 n 项和 S_n ,满足 $S_3 = S_5$, $S_4 = S_6$, 则 $S_7 =$
24. (本小题满分12分)
 (文)已知一个等差数列 $\{a_n\}$ 及其前 n 项和 S_n ,满足 $S_3 = S_5$, $S_4 = S_6$, 则 $S_7 =$
- (理)已知一个等差数列 $\{a_n\}$ 及其前 n 项和 S_n ,满足 $S_3 = S_5$, $S_4 = S_6$, 则 $S_7 =$
25. (本小题满分12分)
 (文)已知一个等差数列 $\{a_n\}$ 及其前 n 项和 S_n ,满足 $S_3 = S_5$, $S_4 = S_6$, 则 $S_7 =$
- (理)已知一个等差数列 $\{a_n\}$ 及其前 n 项和 S_n ,满足 $S_3 = S_5$, $S_4 = S_6$, 则 $S_7 =$
26. (本小题满分12分)
 (文)已知一个等差数列 $\{a_n\}$ 及其前 n 项和 S_n ,满足 $S_3 = S_5$, $S_4 = S_6$, 则 $S_7 =$
- (理)已知一个等差数列 $\{a_n\}$ 及其前 n 项和 S_n ,满足 $S_3 = S_5$, $S_4 = S_6$, 则 $S_7 =$
27. (本小题满分12分)
 (文)已知一个等差数列 $\{a_n\}$ 及其前 n 项和 S_n ,满足 $S_3 = S_5$, $S_4 = S_6$, 则 $S_7 =$
- (理)已知一个等差数列 $\{a_n\}$ 及其前 n 项和 S_n ,满足 $S_3 = S_5$, $S_4 = S_6$, 则 $S_7 =$
28. (本小题满分12分)
 (文)已知一个等差数列 $\{a_n\}$ 及其前 n 项和 S_n ,满足 $S_3 = S_5$, $S_4 = S_6$, 则 $S_7 =$
- (理)已知一个等差数列 $\{a_n\}$ 及其前 n 项和 S_n ,满足 $S_3 = S_5$, $S_4 = S_6$, 则 $S_7 =$
29. (本小题满分12分)
 (文)已知一个等差数列 $\{a_n\}$ 及其前 n 项和 S_n ,满足 $S_3 = S_5$, $S_4 = S_6$, 则 $S_7 =$
- (理)已知一个等差数列 $\{a_n\}$ 及其前 n 项和 S_n ,满足 $S_3 = S_5$, $S_4 = S_6$, 则 $S_7 =$
30. (本小题满分12分)
 (文)已知一个等差数列 $\{a_n\}$ 及其前 n 项和 S_n ,满足 $S_3 = S_5$, $S_4 = S_6$, 则 $S_7 =$
- (理)已知一个等差数列 $\{a_n\}$ 及其前 n 项和 S_n ,满足 $S_3 = S_5$, $S_4 = S_6$, 则 $S_7 =$

20. (本小题满分 12 分)

在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_n > 0 (n \in \mathbb{N}^+)$, 公比 $q \in (0, 1)$ 且 $a_1 a_2 + 2a_3 a_5 + a_4 a_9 = 25$, 又 a_1 与 a_5 的等比中项为 2.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = \log a_n$, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n , 当 $\frac{S_1}{2} + \frac{S_2}{2} + \dots + \frac{S_n}{n}$ 最大时, 求 n 的值.

19. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 是首项为 a , 公比为 a 的等比数列 ($a > 0$ 且 $a \neq 1$), 令 $b_n = a_n \lg a_n (n \in \mathbb{N}^+)$, 若数列 $\{b_n\}$ 中前一项总小于它的后一项, 求 a 的取值范围.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n = f(0)$, $f(a_{n+1}) =$

$$\frac{1}{f(-2 - a_n)} (n \in \mathbb{N}_+)$$

(1) 求 a_n ;

(2) 令 $b_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{a_n}$, $S_n = b_1 + b_2 + \dots + b_n$, $T_n = \frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \dots +$

$$\frac{1}{a_n a_{n+1}},$$

试比较 S_n 与 $\frac{4}{3} T_n$ 的大小, 并证明.

22. (本小题满分 14 分)

据某城市 2002 年末所作的统计资料显示, 到 2002 年末, 该城市堆积的垃圾已达 50 万吨, 侵占了大量的土地, 并成为环境污染的重要因素之一. 根据预测, 从 2003 年起该城市还将以每年了万吨的速度产生垃圾, 垃圾的资源化和回收利用处理已经成为该城市建设中的重要问题.

(1) 假设 1992 年底该城市堆积的垃圾为 10 万吨, 1993 年到 2002 这十年中, 该城市每年产生的新垃圾以 8% 的年平均增长率增长, 试求 1993 年该城市产生的新垃圾约多少万吨? (精确到 0.01, 参考数据: $1.08^{10} \approx 2.159$);

(2) 如果从 2003 年起, 该市每年处理上年堆放的垃圾 20%, 现有 b_1 表示 2003 年底该市堆积的垃圾数量, $\dots, b_n$ 表示 2002 + n 年底该城市堆积的垃圾数量.

① 求 b_1 ; ② 试归纳 b_n 的表达式 (不用证明); ③ 计算 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$, 并说明其实际意义.

重难点及易错点析:

三角函数是中学数学中一种重要函数,近年来高考在分值比例基本不变的情况下,要求稳中有降.本章学习应重点掌握三角函数的概念、图像和性质、三角函数的求值、三角函数式的恒等变形以及它在斜三角形中的综合应用,要注意三角函数的图像功能及三角函数与解斜三角形、不等式、平面向量等知识的交汇.

第I卷(选择题 共60分)

得分 一、选择题(本大题共12个小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一个选项符合题目要求)

1. 若 $\sin \alpha + \cos \alpha = \tan \alpha$ ($0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$), 则 $\alpha \in$ ()
 A. $(0, \frac{\pi}{6})$ B. $(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4})$ C. $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3})$ D. $(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2})$
2. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\tan A = \frac{1}{3}$, $\tan B = -2$, 则角 C 等于 ()
 A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$
3. 四个函数 $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$ 中, 在区间 $(0, \pi)$ 上为增函数的个数是 ()
 A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个
4. 已知函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 在同一周期内, 当 $x = \frac{\pi}{9}$ 时, 取得最大值 $\frac{1}{2}$; 当 $x = \frac{4\pi}{9}$ 时, 取得最小值 $-\frac{1}{2}$, 则该函数的解析式为 ()
 A. $y = 2 \sin(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{6})$ B. $y = \frac{1}{2} \sin(3x + \frac{\pi}{6})$
 C. $y = \frac{1}{2} \sin(3x - \frac{\pi}{6})$ D. $y = \frac{1}{2} \sin(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{6})$
5. 在下列给出的函数中, 在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上是增函数, 又是以 π 为周期的偶函数的是 ()
 A. $y = x^2$ B. $y = \cos 2x$
 C. $y = e^{\cos x}$ D. $y = |\tan x|$
6. 要使 $y = \sin(2x + \alpha) + \sqrt{3} \cos(2x + \alpha)$ 是奇函数, 且在 $[0, \frac{\pi}{4}]$ 上是减函数的 α 的一个值是 ()
 A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{5\pi}{3}$

C. $\frac{2\pi}{3}$

7. 已知 A 是 $\triangle ABC$ 的一个内角, 且 $\sin A + \cos A = \frac{2}{3}$, 则 $\triangle ABC$ 是 ()

- A. 锐角三角形
 B. 钝角三角形
 C. 直角三角形
 D. 形状不确定

D. $\frac{4\pi}{3}$

8. 要得到函数 $y = 3 \cos(2x + \frac{\pi}{4})$ 的图像, 可以将函数 $y = -3 \sin 2x$ 的图像 ()

- A. 沿 x 轴向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位
 B. 沿 x 轴向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位
 C. 沿 x 轴向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位
 D. 沿 x 轴向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位

9. 曲线 $y = x \sin x$ 在点 $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ 处的切线与 x 轴、直线 $x = \pi$ 所围成的三角形的面积为 ()

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. π^2
 C. $2\pi^2$ D. $\frac{1}{2}(2 + \pi)^2$

10. 已知 α, β 为锐角三角形的两内角, 奇函数 $f(x)$ 在 $[-1, 0]$ 上为单调减函数, 则 ()

- A. $f(\cos \alpha) > f(\cos \beta)$
 B. $f(\sin \alpha) > f(\sin \beta)$
 C. $f(\sin \alpha) < f(\cos \beta)$
 D. $f(\sin \alpha) > f(\cos \beta)$

11. (理) 函数 $y = \frac{\sin 2x \cos x}{1 - \sin x}$ 的值域是 ()

- A. $[-\frac{1}{2}, +\infty)$ B. $[-\frac{1}{2}, 4]$
 C. $[-\frac{1}{2}, 4]$ D. $(-\frac{1}{2}, 4]$

(文) 函数 $y = \frac{1}{2} \sin 2x - 3 \cos x + \frac{5}{2}$ 的值域是 ()

- A. $[0, 6]$ B. $[-\frac{1}{4}, 0]$
 C. $[-\frac{1}{4}, 6]$ D. $[-1, 7]$

12. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\tan \frac{A+B}{2} = \sin C$, 给出以下四个论断正确的是 ()

- ① $\tan A \cdot \cot B = 1$ ② $0 < \sin A + \sin B \leq \sqrt{2}$ ③ $\sin^2 A + \cos^2 B = 1$
 A. ①③ B. ②④
 C. ①④ D. ②③

第II卷(非选择题 共90分)

得分 二、填空题(本大题4个小题, 每小题4分, 共16分)

13. $\tan 20^\circ + 4 \sin 20^\circ$ 的值是 _____.

14. 函数 $y = \cos(\frac{\pi}{6} - 2x)$ 的单调递增区间是 _____, 函数 $y = \lg \cos x$ 的递减区间是 _____.

15. (理) 若函数 $f(x)$ 同时具有以下两个性质: ① $f(x)$ 是偶函数; ② 对任意实数 x , 都有 $f(\frac{\pi}{4} + x) = f(\frac{\pi}{4} - x)$, 则 $f(x)$ 的解析式可以是 _____.

(文) 已知 $\frac{2 + \cot^2 \theta}{1 + \sin \theta} = 1$, 那么 $(1 + \sin \theta)(2 + \cos \theta) =$ _____.

16. 如图, 某游乐园摩天轮的圆心 O 点距地面的高度为 50m, 摩天轮做匀速转动, 摩天轮上的一点 P 自最低点 A 点起, 经过 t min 后, 点 P 的高度 $h = 40 \sin(\frac{\pi}{6} t - \frac{\pi}{2}) + 50$ (单位: m), 那么在摩天轮转动一圈的过程中, 点 P 的高度在距地面 70m 以上的时间将持续 _____ min.



得分 三、解答题(本大题共6小题, 共74分. 解答写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分12分)
 已知函数 $f(x) = 2 \sin^2 x - 2\sqrt{3} \sin x \cdot \cos x + m + n$ 在 $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ 的值域是 $[-5, 1]$, 求常数 m 和 n .

18. (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $\cos A = \frac{1}{3}$.

- (1) 求 $\sin \frac{B+C}{2} + \cos 2A$ 的值;
- (2) 若 $a = \sqrt{3}$, 求 bc 的最大值.

20. (本小题满分 12 分)

已知向量 $\vec{a} = (\sin x, -\sqrt{3} \sin x)$, $\vec{b} = (\sin x, \cos x)$.

- (1) 求函数 $f(x) = \vec{a} \cdot \vec{b}$ 的单调递增区间;
- (2) $f(x)$ 的图像能否由 $y = \sin 2x$ 的图像变换得到, 若能, 说明变换过程; 不能, 说明理由.

19. (理)(本小题满分 12 分)

已知 $a_1 = \frac{1}{\tan x}$, $a_{n+1} = a_n \cos x - \sin x$

(1) 求 a_2, a_3, a_4 ;

(2) 推测 a_n 并证明.

(文) 已知 α, β 均为锐角, 若 $\cos \alpha = \frac{3}{5}$, $\tan(\alpha - \beta) = -\frac{1}{2}$, 求 $\cos 2\beta$ 的值.

21. (本小题满分 12 分)

设函数 $f(x) = a \sin x + b \cos x$ ($a > 0$) 的最小正周期为 π , 并且

当 $x = \frac{\pi}{12}$ 时, 有最大值 $f\left(\frac{\pi}{12}\right) = 4$.

- (1) 求 a, b, ω 值;
- (2) 若 α, β 的终边不共线, $f(\alpha) = f(\beta) = 0$, 求 $\tan(\alpha + \beta)$ 的值.

22. (本小题满分 14 分)

已知函数 $f(x) = a \sin x + a \cos x + 1$ ($a \in R$), $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, 若定义在非零实数集上的奇函数 $g(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数, 且 $g(2) = 0$, 求当 $x \in [f(x)] \leq 0$ 时实数 a 的取值范围.

重难点及热点题号:

平面向量是新课程教材中的新增内容,在高考命题中已成为“在知识网络设计命题”的最好载体,本章复习以向量的基本运算:平行、垂直的充要条件以及三角形正弦、余弦定理与三角恒等变形的综合应用为重点,立足基础,强化运算,重视与三角函数数列、解析几何、立体几何等知识综合应用.

第Ⅰ卷(选择题 共60分)

一、选择题(本大题共12个小题,每小题5分,共60分.)

在每小题给出的四个选项中,只有一个选项符合题目要求)

1. 已知向量 $\vec{a} = (-3, -2)$, $\vec{b} = (-5, -1)$, 则 $\frac{1}{2}\vec{a} \cdot \vec{b}$ 等于()
A. $(-8, 1)$ B. $(-8, 1)$ C. $(4, -\frac{1}{2})$ D. $(-4, \frac{1}{2})$
2. 设向量 $\vec{a} = (x, 2)$, $\vec{b} = (2, x)$, 如果 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 共线且方向相反, 那么 x 应取值为()
A. 2 B. -2 C. ± 2 D. 0
3. 已知 $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 8$, 且 $\vec{a}$ 与 $\vec{b} - \vec{a}$ 互相垂直, 则向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角是()
A. $\arccos \frac{1}{4}$ B. $\pi - \arccos \frac{1}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{6}$
4. 已知 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 均为单位向量, 它们的夹角为 60° , 那么 $|\vec{a} + 3\vec{b}|$ 等于()
A. $\sqrt{7}$ B. $\sqrt{10}$ C. $\sqrt{13}$ D. $\sqrt{16}$
5. 已知 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 是非零向量, 则 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ 是 $(\vec{a} + \vec{b})$ 与 $(\vec{a} - \vec{b})$ 垂直的()
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

6. 下列命题:

- ① $k \in \mathbb{R}$, 且 $k = 0$ 或 $k = -1$ ② 若 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$, 则 $\vec{a} = \vec{b}$ ③ 若 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 平行, 则 $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ ④ $\vec{a} \parallel \vec{b}$, $\vec{b} \cdot \vec{b} \parallel \vec{a}$ ⑤ $\vec{a} \cdot \vec{b} \parallel \vec{a}$

其中真命题的个数是()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
7. 在 $\triangle ABC$ 中, $a = 80$, $b = 100$, $A = 45^\circ$, 则此三角形解的情况是()
A. 一解 B. 两解 C. 一解或两解 D. 无解
8. 点 $P_1, P_2, \dots, P_n$ 是线段 MN 的 n 个 $n+1$ 等分点, $P \in (P_1, P_2, \dots, P_n)$, 则 P 分有向线段 $\vec{MN}$ 的比 λ 的最大值和最小值分别是()
A. $n+1, \frac{1}{n+1}$ B. $n+1, \frac{1}{n+1}$ C. $n, \frac{1}{n}$ D. $n-1, \frac{1}{n-1}$
9. 若 $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$, 则 $\angle AOB$ 的平分线上的向量 $\vec{OM}$ 是()
A. $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$ B. $\lambda \left(\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|} \right)$, λ 由 $\vec{OM}$ 决定 C. $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$ D. $\frac{|\vec{b}|}{|\vec{a}| + |\vec{b}|} \vec{a} + \frac{|\vec{a}|}{|\vec{a}| + |\vec{b}|} \vec{b}$
10. 将函数 $y = 2\sin 2x$ 的图像按向量 $\vec{a}$ 平移, 得到函数 $y = 2\sin(2x + \frac{\pi}{3}) + 1$ 的图像, 则向量 $\vec{a}$ 为()
A. $(-\frac{\pi}{3}, 1)$ B. $(-\frac{\pi}{6}, 1)$ C. $(\frac{\pi}{3}, 1)$ D. $(\frac{\pi}{6}, 1)$
11. 已知 O 为原点, 点 A, B 的坐标分别为 $(a, 0), (0, a)$, $a > 0$, 点 P 在线段 AB 上, 且 $\vec{AP} = t \vec{AB}$ ($0 \leq t \leq 1$), 则 $|\vec{OA}| \cdot |\vec{OP}|$ 的最大值是()
A. a B. $2a$ C. $3a$ D. a^2
12. (理) 已知向量 $\vec{a} \neq \vec{b}$, $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ 满足: 对任意 $t \in \mathbb{R}$, 恒有 $|\vec{a} - t\vec{b}| \geq |\vec{a} - \vec{b}|$, 则()
A. $\vec{a} \perp \vec{b}$ B. $\vec{a} \parallel \vec{b}$ C. $\vec{a} \perp (\vec{a} - \vec{b})$ D. $(\vec{a} + \vec{b}) \perp (\vec{a} - \vec{b})$

- (文) 平面直角坐标系中, O 为坐标原点, 已知两点 $A(3, 1)$, $B(-1, 3)$, 若点 C 满足 $\vec{OC} = \alpha \vec{OA} + \beta \vec{OB}$, 其中 $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ 且 $\alpha + \beta = 1$, 则点 C 的轨迹方程为()
A. $3x + 2y - 1 = 0$ B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$ C. $2x - y = 0$ D. $x^2 + 2y - 5 = 0$

第Ⅱ卷(非选择题 共90分)

二、填空题(本大题共6个小题, 每小题4分, 共24分)

13. 已知 $\vec{a} + \vec{b} = (27, -8)$, $\vec{a} - \vec{b} = (-\frac{1}{8}, \frac{1}{16})$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _____
14. 已知向量 $\vec{a} = (1, \sqrt{2})$, $\vec{b} = (-\sqrt{2}, 1)$, 若正数 k 和 t 满足 $\vec{x} = \vec{a} + (t+1)\vec{b}$ 与 $\vec{y} = -k\vec{a} + \frac{1}{t}\vec{b}$ 垂直, 则 k 的最小值是 _____
15. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $(a^2 + b^2) \sin(A - B) = (a^2 - b^2) \sin C$, 则 $\triangle ABC$ 形状是 _____
16. (理) 设 $x, y \in \mathbb{R}$, $\vec{i}, \vec{j}$ 为直角坐标平面 x, y 轴正方向上的单位向量, 点 $M(x, y)$ 满足 $\vec{a} = x\vec{i} + (y+2)\vec{j}$, $\vec{b} = x\vec{i} + (y-2)\vec{j}$, 且 $|\vec{a}| + |\vec{b}| = 8$, 则点 M 的轨迹 C 的方程为 _____
- (文) 已知 $A(4, 0)$, $N(1, 0)$, 若点 P 满足 $\vec{AN} \cdot \vec{AP} = 6|\vec{PN}|$, 点 P 的轨迹方程为 _____

三、解答题(本题共6个小题, 共74分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分12分)
已知 $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 3$, $(2\vec{a} - 3\vec{b}) \cdot (2\vec{a} + \vec{b}) = 61$
(1) 求 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角 θ ;
(2) 求 $|\vec{a} + \vec{b}|$ 和 $|\vec{a} - \vec{b}|$;
(3) 若 $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{AC} = \vec{b}$, 作 $\triangle ABC$ 求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. (本小题满分12分)

已知 $\vec{a} = \left[2\sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right), \cos x \right]$, $\vec{b} = \left[\cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right), 2\sqrt{3}\sin x \right]$, 记 $f(x) = \vec{a} \cdot \vec{b}$.

(1) 求 $f(x)$ 的周期及最小值;

(2) 若 $f(x)$ 按 m 平移得到 $y = 2\sin 2x$, 求向量 $\vec{m}$.

20. (本小题满分12分)

已知向量 $\vec{a} = (\sqrt{2}x + 1, \sqrt{2})$, $\vec{b} = (1 - x, t)$, 若函数 $f(x) = \vec{a} \cdot \vec{b}$ 在区间 $(-1, 1)$ 上是增函数, 求 t 的取值范围.

22. (本小题满分14分)

设坐标平面上全部向量的集合为 V , $\vec{a} = (a_1, a_2)$ 为 V 的一个单位向量, 已知从 V 到 V 的映射 f 由 $f(\vec{x}) = -\vec{x} + 2(\vec{x} \cdot \vec{a})\vec{a}$ ($\vec{x} \in V$) 确定.

(1) 若 $\vec{x}, \vec{y} \in V$, 求证: $f(\vec{x}) \cdot f(\vec{y}) = \vec{x} \cdot \vec{y}$;

(2) 对于 $\vec{x} \in V$, 计算 $f(f(\vec{x})) - \vec{x}$;

(3) 设 $\vec{u} = (1, 0)$, $\vec{v} = (0, 1)$, 若 $f(\vec{u}) = \vec{v}$, 求 $\vec{a}$.

19. (本小题满分12分)

已知向量 $\vec{a} = \left(\cos \frac{3}{2}x, \sin \frac{3}{2}x \right)$, $\vec{b} = \left(\cos \frac{x}{2}, -\sin \frac{x}{2} \right)$, 且 $x \in \left[0, \frac{\pi}{2} \right]$.

(1) 求 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 及 $|\vec{a} + \vec{b}|$ 的最大值;

(2) $f(x) = \vec{a} \cdot \vec{b} - 2k|\vec{a} + \vec{b}|$ 的最小值是 $-\frac{3}{2}$, 求 k 的值.

21. (本小题满分12分)

已知向量 $\vec{m} = (\sin B, 1 - \cos B)$, 且与向量 $\vec{n} = (2, 0)$ 所成角为 $\frac{\pi}{3}$, 其中 A, B, C 是 $\triangle ABC$ 的内角, 且 $\sin A + \sin C = 1$, 求角 A, B, C 的值.

得分

二、填空题(本大题4个小题,每小题4分,共16分)

13. x 为实数,且 $|x-3|-|x-1|>m$ 恒成立,则 m 的取值范围是14. 若 $a>b>c, m \in \mathbb{N}^+$, 且 $\frac{1}{a-b} + \frac{1}{b-c} \geq \frac{m}{a-c}$ 恒成立,则 m 的最大值是15. 已知不等式组 $\begin{cases} x^2-4x+3 < 0 \\ x^2-6x+8 < 0 \end{cases}$ 的解集是 $2x^2-9x+a < 0$ 的解集的子集,则实数 a 的取值范围是16. (理)若方程 $\cos^2 x - \cos x + 1 - a = 0$ 有解,则实数 a 的取值范围是(文)对任意非负实数 x , 不等式 $(\sqrt{x+1} - \sqrt{x})/\sqrt{x} \leq a$ 恒成立,则实数 a 的最小值是

得分 三、解答题(本大题共6小题,共74分,解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (理)已知 $x>-1, n \geq 2$ 且 $x \in \mathbb{N}^+$, 比较 $(1+x)^n$ 与 $1+nx$ 的大小.(文)已知正数 p, q 满足 $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$, 且 $p \in \mathbb{N}^+$, 当 $x \geq 0$ 时, 比较 $\frac{1}{p}x^p + \frac{1}{q}$ 与 x 的大小.

$g(x) \geq 0$ 的解集为 $(-\infty, -1] \cup [6, +\infty)$, 则 $f(x)g(x) > 0$ 的解集是()

A. $\{x | x < -1 \text{ 或 } 1 < x < 2 \text{ 或 } x > 6\}$ B. $\{x | -1 < x < 1 \text{ 或 } 2 < x < 6\}$ C. $\{x | x < -1 \text{ 或 } x > 6\}$ D. $\{x | -1 < x < 2\}$

8. 设 $M = \left(\frac{1}{a} - 1\right)\left(\frac{1}{b} - 1\right)\left(\frac{1}{c} - 1\right)$ 且 $a+b+c=1$ ($a, b, c \in \mathbb{R}^+$), 则 M 的取值范围是()

A. $\left[0, \frac{1}{8}\right]$ B. $\left[\frac{1}{8}, 1\right]$ C. $[1, 8]$ D. $[8, +\infty)$

9. 已知不等式 $|x-a| < 1$ 成立的充分不必要条件是 $\frac{1}{3} < x < \frac{1}{2}$, 则 a 的取值范围是()

A. $\left[-\frac{4}{3}, \frac{1}{2}\right]$ B. $\left[-\frac{1}{2}, \frac{4}{3}\right]$ C. $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right]$ D. $\left[\frac{4}{3}, +\infty\right)$

10. 已知命题 p : 函数 $y = \lg(x^2 + 2x + m)$ 的值域为 $\mathbb{R}$; 命题 q : 函数 $y = -(3-2a)^x$ 是减函数. 若 p 或 q 为真命题, p 且 q 为假命题, 则实数 m 的取值范围是()

A. $m \leq 1$ B. $m < 2$ C. $1 < m < 2$ D. $m \leq 2$ 或 $m \geq 2$

11. 当 $x \in [-1, 2]$ 时, 不等式 $a \geq x^2 - 2x - 1$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围是()

A. $a \geq 2$ B. $a \geq 1$ C. $a \geq 0$ D. $a \geq -2$

12. (理)已知函数 $f(x), g(x) (x \in \mathbb{R})$, 设不等式 $f(x) + g(x) < a$ ($a > 0$) 的解集是 M , 不等式 $|f(x) + g(x)| \leq a$ ($a > 0$) 的解集是 N , 则()

A. $N \subseteq M$ B. $M \subseteq N$ C. $M \subseteq \mathbb{N}$ D. $M \subseteq \mathbb{N}$

(文)若 $a > 1, P = \sqrt{\lg a} \cdot \lg a, Q = \frac{1}{2}(\lg a + \lg a), R = \lg \frac{a+b}{2}$, 则()

A. $R < P < Q$ B. $P < Q < R$ C. $Q < P < R$ D. $P < R < Q$

重难考点及热点导航:

1. 不等式的性质

2. 不等式的解法

① 一元一次、一元二次不等式的解法

② 分式不等式、简单高次不等式的解法

③ 绝对值不等式的解法

④ 不等式的证明

3. 不等式的应用

第Ⅰ卷(选择题 共60分)

得分 一、选择题(本大题共12个小题,每小题5分,共60分)

在每小题给出的四个选项中,只有一个选项符合题目要求

1. 不等式 $a < 0$ 和 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ 同时成立的充要条件是()A. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b} > 0$ B. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b} < 0$ C. $b > a > 0$ D. $b > 0 > a$

2. 已知集合 $M = \{x | -1 < x < 2\}$, $N = \{y | y = \frac{1}{2}x^2 - 1, x \in M\}$, 则 $M \cap N$ 为()

A. $\{a | -1 < a < 2\}$ B. $\{a | -1 < a < 2\}$ C. $\{a | -1 < a < 1\}$ D. $\emptyset$ 3. 不等式 $\log_2(x-1) > 1$ 的解集是()A. $\{x | x > 1\}$ B. $\{x | x < 4\}$ C. $\{x | 1 < x < \frac{5}{2}\}$ D. $\{x | 1 < x < 4\}$

4. 已知 $x = a + \frac{1}{a} (a > 2)$, $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x^2 - y^2 + 2}$, 则 x, y 间的大小关系是()

A. $x > y$ B. $x > y$ C. $x = y$

D. 不能确定

5. 不等式 $(x+2)\sqrt{x-2} \geq 0$ 的解集是()

A. $\{x | x > 2\}$ B. $\{x | x \geq 2\}$ C. $\{x | x \geq 2 \text{ 或 } x = -2\}$ D. $\{x | x \geq 2 \text{ 或 } x = -2\}$

6. 当点 $P(x, y)$ 在直线 $x+3y=2$ 上移动, $m=3+27y+1$ 的最小值是()

A. $3\sqrt{3}$

B. 7

C. $1+2\sqrt{2}$

D. 6

7. 定义在 $\mathbb{R}$ 上的函数 $f(x)$ 和 $y(x)$, 若 $f(x) < 0$ 的解集为 $(1, 2)$,

18. (本小题满分 12 分)

设 $x+y+z=1$, $x^2+y^2+z^2=1$, 且 $x>y>z$, 求证: $-\frac{1}{3}<z<0$.

20. (本小题满分 12 分)

已知 $a>1$, 设命题 $P: a(x-2)+1>0$; 命题 $Q: (x-1)^2>a(x-2)+1$, 试求出能使 P, Q 同时成立的 x 的集合.

22. (本小题满分 14 分)

若在某高速公路上, 要求最低车速为 50 km/h , 最小车距为 $l\text{ km}$ (l 为定值), 并且车速 v 与车距 d 之间必须满足关系: $d\geqslant kt^2+\frac{3}{4}l$

求: (1) 常数 k 的值;

(2) 这条高速公路上的一条车道上每小时的最大车流量 (单位时间车流量 = $\frac{\text{车速}}{\text{车距}}$).

19. (本小题满分 12 分)

关于 x 的方程 $\log ex + \log_2(x-1) = \log_2 a$ 有解, 求实数 a 的取值范围.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = x^3 - ax^2 + bx + c$ ($a, b, c \in R$)

(1) 若函数 $f(x)$ 在 $x=-1$ 和 $x=3$ 时取得极值, 试求 a, b 的值;

(2) 在 (1) 条件下, 当 $x \in [-2, 6]$ 时, $f(x) \leqslant 2|c|$ 恒成立, 求 c 的取值范围.

重难点及热点考法:

1. 直线的倾斜角和斜率
2. 直线方程的点斜式、两点式、一般式
3. 两直线的平行与垂直的条件
4. 点到直线的距离及两直线间夹角
5. 简单的线性规划
6. 圆的标准方程、一般方程、参数方程
7. 曲线与方程
8. 椭圆及其标准方程、椭圆的简单几何性质
9. 椭圆的参数方程
10. 双曲线、抛物线的标准方程及其简单的几何性质

第 I 卷(选择题 共 60 分)

得分 一、选择题(本大题共 12 个小题,每小题 5 分,共 60 分)

在每小题给出的四个选项中,只有一个选项符合题目要求

1. 若 $\alpha \in \left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right]$, 则直线 $2\cos\alpha x + 3y + 1 = 0$ 的倾斜角的取值范围是 ()
 A. $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right]$ B. $\left[\frac{5\pi}{6}, \pi\right]$
 C. $\left(0, \frac{\pi}{6}\right]$ D. $\left[\frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}\right]$
2. 直线 $x + (1 + \alpha)y = 2 - \alpha$ 与直线 $2ax + 4y + 16 = 0$ 互相平行, 则 a 的值是 ()
 A. $a = 1$ 或 $a = -2$ B. $a = 1$
 C. $a = -2$ D. 不存在
3. 若点 $M(3, 0)$ 是圆 $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 10 = 0$ 内的一点, 那么过点 M 的最长弦所在的直线方程是 ()
 A. $2x - y - 6 = 0$
 C. $x + y - 3 = 0$ D. $x - y - 3 = 0$
4. 已知 $\begin{cases} x + y - 1 \leq 0 \\ x - y + 1 \geq 0 \end{cases}$, 且 $u = x^2 + y^2 - 4x - 4y + 8$, 则 u 的最小值为 ()
 A. $\frac{3}{2}\sqrt{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 C. $\frac{9}{2}$ D. $\frac{1}{2}$
5. 动点 N 在圆 $x^2 + y^2 = 1$ 上移动时, 它与定点 $A(3, 0)$ 连线的中点 M

的轨迹方程是 ()

- A. $(x+3)^2 + y^2 = 4$
- B. $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{1}{4}$
- C. $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + y^2 = 1$
- D. $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{1}{2}$

6. 椭圆 $2x^2 + ny^2 = 2n$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 则该椭圆的准线方程为 ()

- A. $x = \pm 2\sqrt{2}$
- B. $y = \pm 2$
- C. $y = \pm \frac{2\sqrt{6}}{3}$
- D. $x = \pm 2\sqrt{2}$ 或 $y = \pm 2$

7. 如果方程 $\frac{x^2}{-p} + \frac{y^2}{q} = 1$ 表示双曲线, 则下列椭圆中, 与双曲线是焦点的是 ()

- A. $\frac{x^2}{2p} + \frac{y^2}{q} = 1$
- B. $\frac{x^2}{2p} + \frac{y^2}{-q} = -1$
- C. $\frac{x^2}{2p} + \frac{y^2}{q} = 1$
- D. $2p\frac{x^2}{-q} + y^2 = -1$

8. 已知 $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)$ 是抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 上两个不同点, 则 PP_1, PP_2 是直线 PP_1 过焦点的 ()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

9. 若双曲线 $x^2 - y^2 = 4$ 右支上一点 $P(m, n)$ 到直线 $y = x$ 的距离是 $\sqrt{2}$, 则 $m+n$ 的值等于 ()

- A. 2
- B. 2 或 -2
- C. $\frac{1}{2}$
- D. $\frac{1}{2}$ 或 $-\frac{1}{2}$

10. 椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的内接矩形面积的最大值为 $\sqrt{3}a^2$, 则椭圆的离心率为 ()

- A. $\frac{1}{3}$
- B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- C. $\frac{1}{2}$
- D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

11. 若直线 $2ax - by + 2 = 0 (a, b > 0)$ 始终平分圆 $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$ 的周长, 则 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 的最小值是 ()

- A. 4
- B. 2
- C. $\frac{1}{4}$
- D. $\frac{1}{2}$

12. (理)若抛物线 $y = 2x^2$ 上两点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 关于直线 $y = x + m$ 对称, 且 $x_1 x_2 = -\frac{1}{2}$, 则 m 等于 ()

A. $\frac{3}{2}$

C. 1

(文)过抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点 F 的直线交抛物线于 A, B 两点, 若 $|AB| = 8, O$ 为坐标原点, 则 $\triangle ABO$ 重心的横坐标为 ()

A. $\frac{1}{3}$

C. 2

B. $\frac{2}{3}$

D. 3

第 II 卷(非选择题 共 90 分)

得分 二、填空题(本大题 4 个小题,每小题 4 分,共 16 分)

13. 如果实数 x, y 满足 $(x-2)^2 + y^2 = 3$, 那么 $\frac{y}{x}$ 的最大值是

14. 动点 $P(x, y)$ 到定点 $A(3, 4)$ 的距离比 P 到 x 轴的距离多一个单位长, 则动点 P 的轨迹方程为

15. 椭圆 $\begin{cases} x = 3 + 3\cos\theta \\ y = -1 + 3\sin\theta \end{cases} (\theta \text{ 为参数})$ 的两个焦点坐标是

16. (理)双曲线 C 的一焦点为 F , 对应的准线交双曲线的渐近线于 A, B 两点, 已知 $\triangle ABF$ 是等边三角形, 则双曲线 C 的离心率等于

(文)已知椭圆 $x^2 + 2y^2 = 4$, 则以 $(1, 1)$ 为中点的弦的长度为

得分 三、解答题(本大题共 6 小题,共 74 分,解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 12 分)

已知两直线 $l_1: x + y \sin \theta - 1 = 0$ 和 $l_2: 2x \sin \theta + y + 1 = 0$, 试求 θ 的值, 使得

- (1) $l_1 \parallel l_2$; (2) $l_1 \perp l_2$.

18. (本小题满分 12 分)

已知圆 $x^2 + y^2 + x - 6y + m = 0$ 和直线 $x + 2y - 3 = 0$ 交于 P, Q 两点, 且 $OP \perp OQ$ (O 为坐标原点), 求该圆的圆心坐标及半径.

20. (本小题满分 12 分)

已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别是 F_1, F_2 , P 是它左支上一点, P 到左准线的距离为 d , 若 $y = \sqrt{3}x$ 是双曲线的一条渐近线, 是否存在点 P 使 $d, |PF_1|, |PF_2|$ 成等比数列? 若存在, 写出点 P 坐标; 若不存在, 说明理由.

19. (本小题满分 12 分)

电视台为某个广告公司特约播放两套片集, 其中片集甲播放时间为 20 分钟, 广告时间为 1 分钟, 收视观众为 60 万; 片集乙播放时间为 10 分钟, 广告时间为 1 分钟, 收视观众为 20 万, 广告公司规定每周至少有 6 分钟广告, 而电视台每周只能为该公司提供不多于 86 分钟的节目时间, 电视台每周应播放两套片集各多少次才能获得最高的收视率?

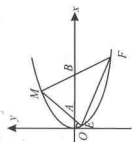
21. (本小题满分 12 分)

椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率 $e = \frac{2}{3}$, A, B 是椭圆上关于 y 轴均不对称的两点, 线段 AB 的垂直平分线与 x 轴交于点 P(1, 0).
(1) 设 AB 的中心为 (x_0, y_0) , 求 x_0 的值;
(2) 若 F 是椭圆的右焦点, 且 $|AF| + |BF| = 3$, 求椭圆的方程.

22. (本小题满分 14 分)

如图, M 是抛物线 $y^2 = x$ 上的一点, 动弦 ME, MF 分别交 x 轴于 A, B 两点, 且 $MA = MB$.

- (1) 若 M 为定点, 证明: 直线 EF 的斜率为定值;
- (2) 若 M 为动点, 且 $\angle EMF = 90^\circ$, 求 $\triangle EMF$ 的垂心 G 的轨迹方程.



得分 二、填空题(本大题共6个小题,每小题4分,共24分)

13. 直线 a, b, c 是两两互相垂直的异面直线, 直线 d 是 b 和 c 的公垂线, 那么 d 和 a 的位置关系是 .

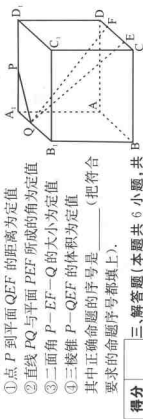
14. 在 $\triangle ABC$ 中, $AP=AC=5$, $BC=6$, $PA \perp$ 平面 ABC , $PA=8$, 则 P 到 BC 的距离为 .

15. 三棱锥 $P-ABC$ 的四个顶点在同一球面上, 若 $PA \perp$ 底面 ABC , 底面 ABC 是直角三角形, $PA=2$, $AC=BC=1$, 则此球的表面积是 .

(理) 已知球 O 的半径为 $\frac{\pi}{2}$, 则球心 O 到平面 ABC 的距离为 .

16. 如图, 已知正方形 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, P 为 A_1D_1 上的一个点, Q 为 A_1B_1 上的任意一点, E, F 为 CD 上的任意两点, 且 EF 的长为定值, 有下列命题:

- ① 点 P 到平面 QEF 的距离为定值
 - ② 直线 PQ 与平面 PEF 所成的角为定值
 - ③ 二面角 $P-EF-Q$ 的大小为定值
 - ④ 三棱锥 $P-QEF$ 的体积为定值
- 其中正确命题的序号是 (把符合要求的命题序号都填上).



得分 三、解答题(本大题共6小题,共74分.解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分12分)

(文) 已知平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $A_1A \perp$ 平面 $ABCD$, $AB=4$, $AD=2$. 若 $B_1D \perp BC$, 直线 B_1D 与平面 $ABCD$ 所成的角等于 30° , 求平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的体积.

(理) 已知平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面 $ABCD$ 是菱形, 且 $\angle C_1CB = \angle C_1CD = \angle BCD$

(1) 证明: $C_1C \perp BD$;

(2) 当 $\frac{CD}{CC_1}$ 的值为多少时, 能使 $A_1C \perp$ 平面 C_1BD ? 请给出证明.

A. $\frac{\pi}{3}$

C. $\arcsin \frac{\sqrt{10}}{4}$

B. $\frac{\pi}{4}$

D. $\arcsin \frac{\sqrt{6}}{4}$

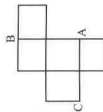
7. 如图是一个无盖的正方体盒子展开后的平面图, A, B, C 是展开图上三点, 则在正方体盒子中, $\angle ABC$ 的值为()

A. 180°

B. 120°

C. 60°

D. 45°



8. 若一个四棱柱的四个侧面都是正方形, 则这个四棱柱是()

A. 正方体

B. 正四棱柱

C. 长方体

D. 直平行六面体

9. 地球的半径为 R , 在北纬 30° 圈上有 A, B 两地, 它们的经度差为 120° , 那么这两地间的弧线长等于()

A. $\sqrt{3}\pi R$

B. $2\pi R$

C. $\sqrt{3}\pi R$

D. πR

10. 高为5, 底面边长为 $4\sqrt{3}$ 的正三棱柱形容器(下底), 可放置最大球的半径是()

A. $\frac{3}{2}$

B. 2

C. $3\sqrt{2}$

D. $\sqrt{2}$

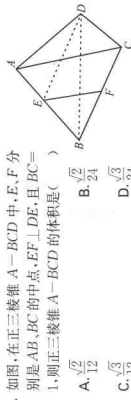
11. 在正三棱锥 $A-BCD$ 中, E, F 分别是 AB, BC 的中点, $EF \perp DE$, 且 $BC=1$, 则正三棱锥 $A-BCD$ 的体积是()

A. $\frac{\sqrt{2}}{12}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{24}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{12}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{24}$



12. (理) 正方体 $A'B'C'D'-ABCD$ 的棱长为 a , EF 在 AB 上滑动, 且 $|EF| = b(b < a)$, Q 点在 $D'C'$ 上滑动, 则四面体 $A'-EFQ$ 的体积为()

A. 与 E, F 位置有关

B. 与 Q 位置有关

C. 与 E, F, Q 位置都有关

D. 与 E, F, Q 位置均无关, 是定值

(文) 正三棱柱侧面的一条对角线长为2, 且与底面成 45° 角, 则此三棱柱的体积为()

A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

B. $\sqrt{6}$

C. $\sqrt{3}$

D. 2

重难点及热点导析:

1. 空间两直线的位置关系
2. 异面直线所成的角, 异面直线的距离
3. 直线与平面平行, 垂直的判定与性质
4. 三垂线定理及其逆定理
5. 两个平面平行, 垂直的判定与性质
6. 直线与平面所成角, 二面角的平面角, 直线与平面的距离
7. 多面体, 正多面体, 棱柱, 棱锥, 球
8. 空间向量的加、减运算及坐标表示, 数量积

第Ⅰ卷(选择题 共60分)

一、选择题(本大题共12个小题, 每小题5分, 共60分)

在每小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求

1. 若 $Rt\triangle ABC$ 的斜边 BC 在平面 α 内, 顶点 A 在 α 外, 则 $\triangle ABC$ 在 α 上的射影是()

A. 锐角三角形

B. 钝角三角形

C. 直角三角形

D. 一条线段或一钝角在角形

2. 已知 α, β 是平面, m, n 是直线, 下列命题中不正确的是()

A. 若 $m \parallel n, m \perp \alpha$, 则 $n \perp \alpha$

B. 若 $m \parallel \alpha, n \perp \beta$, 则 $m \perp n$

C. 若 $m \perp \alpha, m \perp \beta$, 则 $\alpha \perp \beta$

D. 若 $m \perp \alpha, m \subset \beta$, 则 $\alpha \perp \beta$

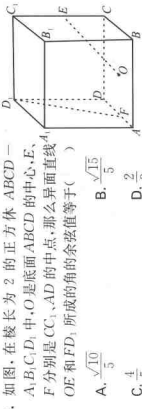
3. 如图, 在棱长为2的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, O 是底面 $ABCD$ 的中心, E, F 分别是 CC_1, AD 的中点, 那么异面直线 OE 和 FD_1 所成的角的余弦值等于()

A. $\frac{\sqrt{10}}{5}$

B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

C. $\frac{4}{5}$

D. $\frac{2}{3}$



4. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为1, O 为 B_1C_1 的中点, 则 O 到平面 ABC_1D_1 的距离为()

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

5. 已知 m, n 是直线, α, β, γ 是平面, 则下列命题中真命题的是()

A. 若 $\alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma$, 则 $\alpha \parallel \beta$

B. 若 $m \perp n, m \perp \alpha, n \perp \beta$, 则 $\alpha \perp \beta$

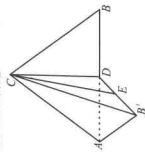
C. 若 $m \perp \alpha, m \perp n, n \subset \beta$, 则 $\alpha \perp \beta$

D. 若 m 不垂直于 α , 则 m 不可能垂直于 α 内的无数条直线

6. 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 已知 $AB=1$, D 在棱 BB_1 上, 且 $BD=1$, 若 AD 与平面 AA_1C_1 所成的角为 α , 则 α 等于()

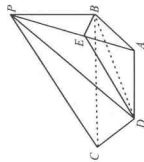
18. (本小题满分 12 分)

将等腰直角三角形 ABC ($\angle ACB = 90^\circ$) 的斜边 AB 上的高 CD 为棱折成一个 60° 的二面角, 使 B 到 B' 的位置, 已知斜边 $AB = 2$.
求: (1) C 到平面 $AB'D$ 的距离;
(2) AC 与平面 $CB'D$ 所成的角;
(3) CD 与 AB' 之间的距离.



19. (本小题满分 12 分)

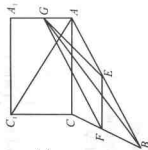
如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PB \perp$ 底面 $ABCD$, $CD \perp PD$, 底面 $ABCD$ 为直角梯形, $AD \parallel BC$, $AB \perp BC$, $AB = AD = PB = 3$, 点 E 在棱 PA 上, 且 $PE = 2EA$.
(1) 求异面直线 PA 与 CD 所成的角;
(2) 求证, $PC \parallel$ 平面 EBD ;
(3) 求二面角 $A-BE-D$ 的大小.



20. (本小题满分 12 分)

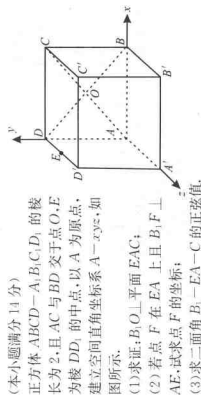
如图, 正方形 ACC_1A_1 与等腰直角 $\triangle ACB$ 互相垂直, $\angle ACB = 90^\circ$, E, F 分别是 AB, BC 的中点, G 是 AA_1 上的点.

- (1) 如果 $\vec{AC} \perp \vec{EG}$, 试确定 G 的位置;
(2) 在满足条件 (1) 的情况下, 试求 $\cos \langle \vec{AC}, \vec{GF} \rangle$ 的值.



22. (本小题满分 14 分)

正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, 且 AC 与 BD 交于点 O, E 为棱 DD_1 的中点, 以 A 为原点, 建立空间直角坐标系 $A-xyz$, 如图所示.

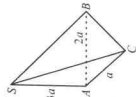


- (1) 求证: $B_1O \perp$ 平面 EAC ;
(2) 若点 F 在 EA 上且 $B_1F \perp AE$, 试求点 F 的坐标;
(3) 求二面角 B_1-EA-C 的正弦值.

21. (本小题满分 12 分)

如图, 在三棱锥 $S-ABC$ 中, $SA \perp$ 平面 ABC , $BA \perp AC$, $AC = a, AB = 2a, SA = 3a$.

- (1) 求过 AB 的截面中面积最小的截面积;
(2) 求该三棱锥被上述截面分成两部分体积的比.



重要考点及热点导析:

1. 分类与分步的计数原理
2. 排列、组合的计数公式、组合数的性质
3. 排列、组合的应用
4. 二项式定理、二项展开式的性质
5. 随机事件、等可能性事件、互斥事件、相互独立事件的概率
6. 离散型随机变量的分布列、期望与方差
7. 抽样方法
8. 总体分布的估计与正态分布

第Ⅰ卷(选择题 共60分)

得分 一、选择题(本大题共12个小题,每小题5分,共60分)

在每小题给出的四个选项中,只有一个选项符合题目要求

1. 从10种不同的作物种子中选出6种放入6个不同的瓶子中展出,如果甲、乙两种种子不能放入第1号瓶内,那么不同的放法共有()

A. $C_8^4 A_5^5$ 种 B. $C_8^4 A_4^4$ 种
C. $C_8^4 A_5^5$ 种 D. $C_8^4 A_4^4$ 种
2. 3个人坐在一排8个座位上,若每个人左右两边都有空座位,则不同的坐法种数是()

A. 24 B. 18
C. 56 D. 20
3. 四个不同的小球全部随意放入三个不同的盒子中,使每个盒子都不空的放法种数为()

A. $A_4^3 A_3^3$ B. $C_4^3 A_3^3$
C. $C_4^3 A_3^3$ D. $C_4^3 C_3^3$
4. 在一次考试中,要求考生做试卷中6个题目中的6个,且至少包含前5题中的3题,则考生答题的不同选法种数是()

A. 40 种 B. 74 种
C. 84 种 D. 200 种
5. 在 $(1+x)^2 + (1+x)^3 + \dots + (1+x)^{200}$ 的展开式中, x^2 的系数等于()

A. C_{200}^2 B. C_{200}^{200}
C. $2C_{200}^{200}$ D. $2C_{200}^{200}$
6. 甲、乙二人参加法律知识竞赛,共有12个不同的题目,其中选择题8个,判断题4个,甲、乙二人各依次抽一题,则甲抽到判断题、乙抽到选择题的概率是()

A. $\frac{6}{25}$ B. $\frac{21}{25}$

8. $\frac{8}{33}$

7. 箱子里有5个黑球和4个白球,每次随机取出一个球,若取出黑球,则放回箱中重新取球;若取出白球,则停止取球,那么在第四次取球之后停止的概率为()

- A. $\frac{C_3 \cdot C_1}{C_7}$
B. $(\frac{5}{9})^3 \times \frac{4}{9}$
C. $\frac{3}{5} \times \frac{1}{4}$
D. $C_4 \times (\frac{5}{9}) \times \frac{4}{9}$

8. 某厂大量生产某种小零件,经抽样检验知道其次品率是1%,现把这种零件每6件装成一盒,那么每盒中含有1件次品的概率是()

- A. $(\frac{99}{100})^6$
B. 0.11
C. $C_6^1 \frac{1}{100} \cdot (1 - \frac{1}{100})^5$
D. $C_6^1 (\frac{1}{100})^6 (1 - \frac{1}{100})^5$

9. (理)已知随机变量的分布列为 $P(\xi=i) = \frac{i}{24} (i=1, 2, 3)$, 则

- $P(\xi=2) = ()$
A. $\frac{1}{9}$
B. $\frac{1}{6}$
C. $\frac{1}{3}$
D. $\frac{1}{4}$

10. 一射手对靶射击,直到第一次命中为止,每次命中的概率为0.6,现在已有4颗子弹,命中后尚余子弹数目的期望为()

- A. 2.44 B. 3.76
C. 2.376 D. 2.4

11. (理)设随机变量 ξ 服从正态分布 $N(0, 1)$, 记 $\varphi(x) = P(\xi \leq x)$, 则下列结论中不正确的是()

- A. $\varphi(0) = \frac{1}{2}$
B. $\varphi(x) = 1 - \varphi(-x)$
C. $P(\xi < a) = 2\varphi(a) - 1$
D. $P(\xi > a) = 1 - \varphi(a)$
(文)若 $\varphi(2) = 0.9772$, 则标准正态总体在区间 $(-2, 2)$ 内取值的概率是()
A. 0.9772 B. 0.9544
C. 0.0228 D. 0.9028

12. 某厂生产的零件内直径 $\xi \sim N(0, 5^2)$ (单位: mm), 令从该厂上、下两生产线的零件中随机取出一个, 测得其内直径分别为 7.9 mm 和 7.5 mm, 则可认为()
A. 上、下两生产情况均为正常

- B. 上、下两生产情况均为异常
C. 上两生产情况正常、下两生产情况异常
D. 上两生产情况异常、下两生产情况正常

第Ⅱ卷(非选择题 共90分)

得分 二、填空题(本大题4个小题,每小题4分,共16分)

13. 二项式 $(9a - \frac{1}{3x})^9$ 展开式中常数项为_____.

14. 若方程 $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ 表示圆, 且圆心到两坐标轴的距离相等, 设 $D, E, F \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, 且 D, E, F 两两互不相等, 满足条件的圆共有_____个.

15. 设服从二项分布 $B(n, p)$ 的随机变量 ξ 的期望值与方差分别是15和 $\frac{15}{4}$, 则 $n = \underline{\hspace{1cm}}$, $p = \underline{\hspace{1cm}}$.

16. 已知集合 $A = \{12, 14, 16, 18, 20\}$, $B = \{11, 13, 15, 17, 19\}$, 在 A 中任取一个元素 $a_i (i=1, 2, 3, 4, 5)$, 在 B 中任取一个元素 $b_j = G_j = 1, 2, 3, 4, 5$, 则所取两数 a_i, b_j 满足 $a_i > b_j$ 的概率为_____.

得分 三、解答题(本大题共6个小题,共74分,解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分12分)

(理科)某人手中有5张扑克牌,其中两张为不同花色的5.3张,为不同花色的K,有5次出牌机会,每次只能出一种花色的牌,但张数不限,此人有多少种不同的出牌方法?
(文科)将12个学生干部的培训指标分配给9个不同的班级,每班至少分到1个名额,共有多少种不同的分配方法?