

Calculus and Its Applications

(Eighth Edition)

微积分及其应用

(原书第8版)

(美) Marvin L. Bittinger 著

杨奇 毛云英 译



机械工业出版社
China Machine Press

Calculus and Its Applications

(Eighth Edition)

微积分及其应用

(原书第8版)

(美) Marvin L. Bittinger 著

杨奇 毛云英 译



机械工业出版社
China Machine Press

本书系统讲述了微积分的基本概念、方法和应用. 主要内容包括: 函数、图形和模型, 微分法及其应用, 指数函数与对数函数, 积分及其应用, 多元函数. 书中提供了大量经济、商业、生命科学、物理学、社会科学等方面的例题与习题, 充分展现了微积分在实际中的应用.

本书理论与应用并重, 选材精练, 例题丰富, 注重思维方法的引导, 可作为高等院校“高等数学”课程教材、参考书或双语教学的辅助教材.

Simplified Chinese edition copyright © 2006 by Pearson Education Asia Limited and China Machine Press.

Original English language title: *Calculus and Its Applications, Eighth Edition* (ISBN 0-321-16639-6) by Marvin L. Bittinger, Copyright © 2003.

All rights reserved.

Published by arrangement with the original publisher, Pearson Education, Inc., publishing as Addison-Wesley.

本书封面贴有 Pearson Education(培生教育出版集团)激光防伪标签, 无标签者不得销售.
版权所有, 侵权必究.

本书法律顾问 北京市展达律师事务所

本书版权登记号: 图字: 01-2005-0520

图书在版编目(CIP)数据

微积分及其应用(原书第8版)/(美)比廷杰(Bittinger, M. L.)著; 杨奇, 毛云英译. —北京: 机械工业出版社, 2006. 7

(华章数学译丛)

书名原文: *Calculus and Its Applications, Eighth Edition*

ISBN 7-111-18992-2

I. 微… II. ①比… ②杨… ③毛… III. 微积分 IV. O172

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 036776 号

机械工业出版社(北京市西城区百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑: 迟振春

北京瑞德印刷有限公司印刷·新华书店北京发行所发行

2006 年 7 月第 1 版第 1 次印刷

186mm×240mm·37.25 印张

定价: 69.00 元

凡购本书, 如有倒页、脱页、缺页, 由本社发行部调换
本社购书热线: (010)68326294

译者序

本书译自美国 Marvin L. Bittinger 的《Calculus and Its Applications》第 8 版。

本书最突出的特色有以下两点。

1. 充分展现微积分在实际中的应用。

作者广泛采集了微积分各部分内容在商业、经济、生命科学、物理学、社会科学等领域中的应用问题，精心编制出大量例题和习题。例如，投资与回报问题，广告效应问题，饮料罐的设计问题，人口或其他动物种群的增长与衰减问题，石油与天然气等资源的消耗问题，谋杀案中受害者被害时间或出土文物埋藏时间的测定问题，地震的强度与震级问题，美国职业篮球、棒球、曲棍球比赛的门票问题等等。如果你想对此作一初步浏览，可查阅书后的“应用索引”。这些源于实际的例题与习题，必将会激发起学生强烈的学习兴趣，使其感受到是在学习一门能够帮助人们深刻地观察世界和认识世界所不可或缺的科学。

2. 恰当地引入了现代计算机的绘图与计算功能。

本书在讲授数学方法的同时，也讲授利用相关的计算程序进行绘图和实现微积分中的相关计算。对于学生来说，在计算机广泛应用的今天，这是十分必要的。

图形与计算数据所展现的直观特征最容易让学生接受。本书在阐述数学概念和结论时，经常结合具体实例利用计算机的绘图与计算功能作出图形或计算出结果，使学生对相关概念或结论获得一个直观的认识，这极大地减轻了学生在接受和理解上的困难。

本书内容精湛，理念清晰，论述深入浅出。书中各个章节都配备有大量习题，使学生有更多的演练机会，达到触类旁通的效果。本书可作为高等院校“高等数学”课程教材、参考书或双语教学的辅助教材。

由于时间仓促，译者水平有限，译文中疏漏之处在所难免，欢迎广大读者批评指正。

译者

前言

本书是一本面向学生的应用微积分教材。书中的名词术语易于接受，并在使用时保持前后一致，便于学生理解其内容。书中提供了大量的例子，并且配备了许多精心设计的方法技巧板块，用以帮助学生直观想象所研究的课题。

微积分已广泛应用于商业、经济、生命科学、物理学、社会科学等许多领域，也应用于学生都感兴趣的一般领域。本书是微积分入门教材，适合一个学期的课程使用。虽然附录(基础代数复习)和第1章提供了充分的预备知识，使大多数具有不同经历的学生有一个统一的基础，但是读者必须学过中学代数课程。

第8版的新增内容

在习题中加强了应用

除了对本书稍作润色之外，这一版的侧重点是在习题中增加了许多新的应用。大部分应用于商业与经济，但也有不少源于生命科学与物理学，以及社会科学中的实例。

下面给出一些例子。

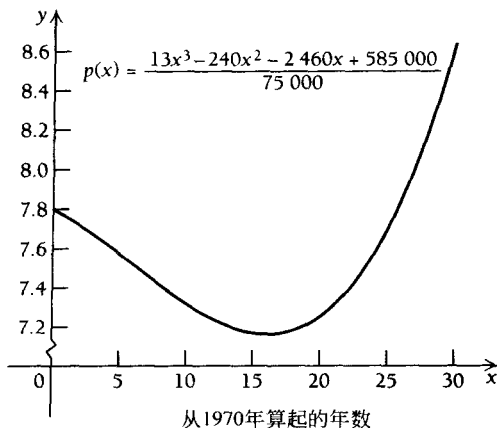
商业与经济

摘自习题 3.4：

100. 小企业。由非农场主产生的收入在美国国民收入中所占百分比可用函数

$$p(x) = \frac{13x^3 - 240x^2 - 2\,460x + 585\,000}{75\,000}$$

来建模，其中 x 是从 1970 年算起的年数。根据这个模型，从 1970 年到 2000 年间的哪一年中这个百分比最小？(资料来源：U. S. Census Bureau.)



摘自习题 3.5:

33. 个性化车号牌照. 根据定价模型, 如果个性化车号牌照的初始收费提价 1 美元, 则在某州将申请该牌照的人数比率会下降 0.04%. (资料来源: E. D. Craft, "The demand for vanity (plates): elasticities, net revenue maximization, and deadweight loss," *Contemporary Economic Policy*, Vol. 20, 133-144 (2002).)

a) 最近, 马里兰州的个性化牌照的初始收费是 25 美元, 且该州持有个性化牌照的人数比率是 2.13%. 试用这个信息构造一个需求函数 $D(p)$ 来描述将要申请个性化车号牌照的马里兰州人所占的百分比.

b) 求将使收益最大化的初始收费价格 p .

生命科学与物理学

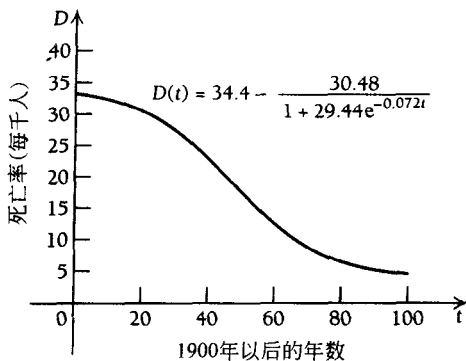
摘自习题 4.1:

死亡率. 在墨西哥, 每千人每年的死亡率可用函数

$$D(t) = 34.4 - \frac{30.48}{1 + 29.44e^{-0.072t}}$$

来表示, 其中 t 是 1900 年以后的年数. (资料来源: B. J. L. Berry, L. S. Hall, R. Hernandez-Guerrero, and P. H. Martin, "México's Demographic Transition: Public Policy and Spatial Process," *Population and Environment*, Vol. 21, 363-383 (2000).) 在 60 和 61 题中采用上述资料.

墨西哥每年的死亡率



60. a) 依据这个模型, 2010 年墨西哥的死亡率是多少? 2050 年呢?

b) 求 $\lim_{t \rightarrow \infty} D(t)$, 并解释其意义.

61. a) 求 $D'(t)$, 并解释其意义.

b) 在 2005 年到 2006 年之间, 墨西哥的死亡率下降了多少?

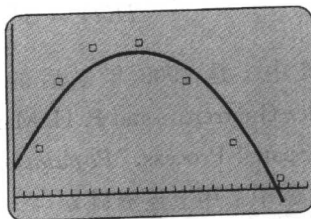
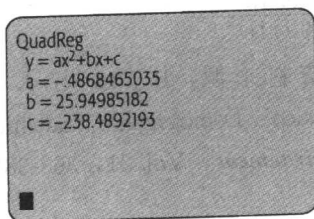
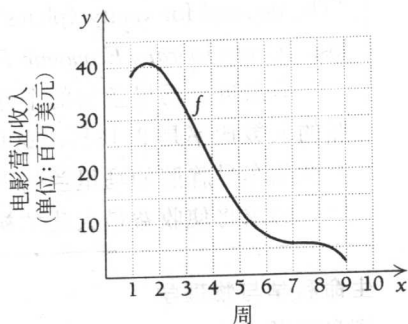
本书的其他特色

提前讲述函数

为了把必需的复习总时数降到最低限度，我们把代数复习放在附录中。这样，开篇第1章就可以讲述函数、图像和模型，并且可以较早地引入上机技术的应用。1.3节包含了求定义域与值域。提早讲述函数并扩展其范围，为讲解各种函数的许多应用创造了条件，例如讲解绘图应用。

数学模型、曲线拟合与回归

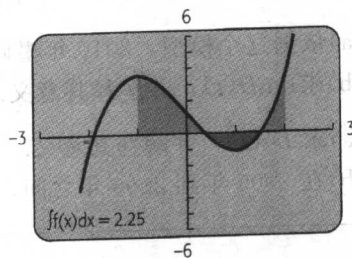
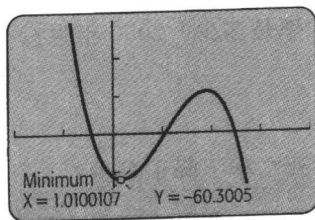
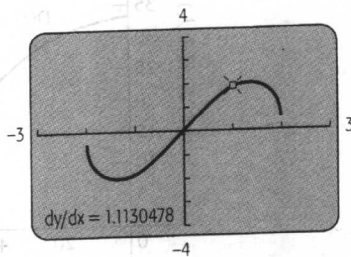
这一版本仍旧把重点放在数学模型上，也适当地把重点放在上机技术这个强项上。例如，作为选学课题，在1.6节介绍用绘图器建立模型，然后在整本书中多次使用其技巧。（在本书中，用专有名词“绘图器”表示所有绘图计算器和绘图软件。）



上机技术演练专项 为了说明上机技术的应用，上机技术演练专项(共102处)贯穿全书。只要适宜，也将随时引入用绘图器模拟图像和制作表格。

X	Y1
12.3	1800.4
13.3	2287.1
14.3	2853.7
15.3	3506.1
16.3	4250.2
17.3	5092.2
18.3	6038

X = 18.3



现在为学生和教师备有四种形式的上机技术演练，用来研究例行计算中的关键思想。

- 课程。给学生提供一个例子，随后给出要做的练习。
- 验算。教给学生如何用绘图器验证所求的解。
- 练习。这只是一些让学生用绘图器去完成的练习。
- 探索。提出一些问题引导学生去钻研。

上机技术演练习题 大多数章节后的习题中都包括一些涉及上机技术的基本题，它们或者用图像表示，或者位于“上机技术演练”之下。这些习题也出现在“概要与复习”以及章末“测验”中。

直觉体验

虽然“直觉”一词有多种含义和解释，但在这里指的是“基于体验”。在整本书中，在给出某个概念时，为了使学生的认识过程基于以往的数学体验或作者提供的新体验，首先要设计好如何提出该概念，最后才正式给出这个概念。对此，可用下面几个例子来说明。

- 第2章的导数定义是在关于平均变化率的一番讨论中提出来的。这样的描述比严格地用斜率的几何概念描述更容易理解，也更实际。
- 当介绍涉及体积的最大值问题时，需导出一个函数，再求其最大值。首先要求学生不急于用标准的微分法求解，而是把它暂搁一边，先作数值表，画函数图形，然后估计其最大值。这种体验可以使学生更深入地理解这个问题。他们不仅认可采用不同的尺寸会得到不同的体积，而且也认可产生最大体积的尺寸可以通过计算的结果来推测或估计。
- 相对极大值和相对极小值(3.1~3.3节)与绝对极大值和绝对极小值(3.4节)安排在第3章各个独立的节中。这样，当学生使用微分学概念考虑图形时，他们可以逐渐增强对这些课题的理解。
- 在第4章中讲解 e 的定义时，用图表以及对永续复利的讨论来增进对 e 的理解。

应用

从广泛的基础领域搜集了大量既切题又真实的应用，精心整合成遍及全书的应用例题和习题，每章还特意单独设置了“应用”部分。在这一版中，对这些内容又进行了更新和扩充，其中有不少是使用真实数据的应用。除此之外，每章的篇头都包含一个应用，供将要学习该章的学生作预习。

习题中的应用按照其内容分别列于下面各个标题之下：商业与经济、生命科学与物理学、社会科学以及一般兴趣。这样的编排既利于教师把特定的习题布置给相关专业的学生去做，也利于学生知道是否可以把部分习题应用于其专业。

下面列出一些应用实例。

- 在第1章中就讨论诸如复利、总收益、成本与利润以及供给与需求这些函数，这为遍及本书的后续应用建立起一个平台。
- 在第2章中，利用新的商业应用介绍平均变化率和瞬时变化率的概念。这比第3章中介绍微分法的应用要早，后者包括极大-极小值应用、隐微分法和相关变化率。

- 在第 4 章中研究指数模型时, 其他的应用, 如永续复利和自然资源的需求也被列为考察对象. 在第 4 章中, 单独设置了一节论述增长与衰减, 这为介绍与这些概念有关的应用奠定了基础.
- 单独设置了一章(第 6 章)论述积分的应用, 其中包括用较大的篇幅介绍连续概率.
- “上机技术的深入应用”专项包括了一些有趣的热门话题, 例如, 职业篮球队员的薪金, 预测一个本垒打将运行的距离, 使用票房营业总收益数据确定录像带销售的开始时间.

教学法的特色

各章篇头

每章篇头都包括一个应用, 为的是激励学生对该章内容的渴望. 这些应用也为主要的微积分课题提供一个生动、直观的介绍.

各节要点

每当开始新的一节, 都首先陈述该节的要点. 这些要点使学生对该节内容一目了然, 并知道需掌握的重点.

习题的多样性

这一版有 3 300 多道习题, 不仅兼顾了商业与经济应用等各领域内容、精细的上机技术板块以及特设的图像等, 而且还包括下述各具特色的习题.

上机技术演练题. 这些习题出现在“上机技术演练”专项中, 也出现在各个章节的习题中.

综合题. 综合题放置在大多数章节的习题集、所有的概要与复习以及章末测验的末尾. 它们需要学生超越该节或章的基本要求, 都是围绕学习内容设计的一些复杂问题和需要作进一步思考的问题.

思考与书面题. 这些习题既出现在各节习题中, 也出现在大多数章节习题末尾的综合题中. 用记号*表示这类习题. 这些题要求学生用自己的语言解释数学概念, 以增强他们对相关概念的理解.

应用. 在大多数章节习题中都设置了应用问题部分. 这些题按照其内容分别列于下面的各个标题之下: 商业与经济、生命科学与物理学、社会科学以及一般兴趣. 每道题都配有一个简要描述来说明其主题.

复习与测验

概要与复习. 每章末尾有一个概要与复习, 其目的是为学生提供有效复习所必需的全部教学内容. 书后有答案, 并标注有参看的章节, 以便学生在做某道题有困难时, 容易找到需再去学习的准确内容. 在每个概要与复习中都有一个关键术语, 并标注有参看的页数, 以帮助学生查到这些重要概念.

测验. 每章结束都有一个包括综合题和上机技术题的章测验题. 书末还有一个总复习题, 也可作为期末的检测题. 书后有章测验题以及总复习题的答案, 且标注有参考的章节.

致谢

作者已想方设法确保原稿的准确性. 由许多敬业的人们组成的团队担负起了监督的责任,

他们认真细致地检查了出版过程的每一个环节。我尤其要感谢 Elka Block 和 Kathy Diamond 的有益建议、认真校对以及技术上的核查，他们超出其职责要求的工作值得高度赞赏；同样感谢 Judith A. Beecher 和 Judith A. Penna 在前几版中为提高本书的质量所做的辛勤工作；还要对我的学生表达我的谢意，感谢他们在前几版中提出建议和批评；感谢 Barbara Johnson 和 Judy Penna 认真检查和校对原稿，确保了数学上的准确性；感谢 John A. Quintanilla 和 Neal Brand (北得克萨斯大学)，他们慷慨地奉献了许多新的应用资料。除此之外，还要感谢 Scott Mortensen 和 Ken Hurley 对于技术方面的资料所做的贡献。

最后，下列的评审者所提供的深思熟虑的精辟评论对本书修订版的帮助是无法估量的。

Jane Crane, Boise State University(柏斯州立大学)

Kris Galicki, University of New Mexico(新墨西哥大学)

Joe Koebbe, Utah State University(犹他州立大学)

John Mathews, California State University-Fullerton(加利福尼亚州立大学富乐登分校)

John Quintanilla, University of North Texas(北得克萨斯大学)

M. L. B

重要公式一览表

第 2 章

1. 幂法则. 对于任意实数 k , $\frac{d}{dx}x^k = kx^{k-1}$.
2. 常值函数的导数. 如果 $F(x) = c$, 则 $F'(x) = 0$.
3. 常数乘函数的导数. 如果 $F(x) = cf(x)$, 则 $F'(x) = cf'(x)$.
4. 和的导数. 如果 $F(x) = f(x) + g(x)$, 则 $F'(x) = f'(x) + g'(x)$.
5. 差的导数. 如果 $F(x) = f(x) - g(x)$, 则 $F'(x) = f'(x) - g'(x)$.
6. 乘积的导数. 如果 $F(x) = f(x)g(x)$, 则 $F'(x) = f(x)g'(x) + f'(x)g(x)$.

7. 商的导数. 如果 $F(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, 则

$$F'(x) = \frac{g(x)f'(x) - g'(x)f(x)}{[g(x)]^2}.$$

8. 广义幂法则. 如果 $F(x) = [g(x)]^k$, 则

$$F'(x) = k[g(x)]^{k-1}g'(x).$$

9. 链式法则. 如果 $F(x) = f[g(x)]$, 则 $F'(x) = f'[g(x)]g'(x)$. 或者, 如果 $y = f(u)$ 且 $u = g(x)$, 则

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}.$$

第 4 章

10. $\frac{d}{dx}e^x = e^x$, $\frac{d}{dx}e^{f(x)} = f'(x)e^{f(x)}$
11. $\frac{d}{dx}\ln x = \frac{1}{x}$, $x > 0$;
 $\frac{d}{dx}\ln f(x) = f'(x) \cdot \frac{1}{f(x)}$, $f(x) > 0$
12. $\frac{d}{dx}\ln |x| = \frac{1}{x}$, $x < 0$;
 $\frac{d}{dx}\ln |f(x)| = f'(x) \cdot \frac{1}{f(x)}$, $f(x) < 0$
13. 如果 $\frac{dP}{dt} = kP$, 则 $P(t) = P_0 e^{kt}$.
14. 如果 $\frac{dP}{dt} = -kP$, 则 $P(t) = P_0 e^{-kt}$.
15. $\frac{d}{dx}a^x = (\ln a)a^x$

$$16. \frac{d}{dx} \log_a x = \frac{1}{\ln a} \cdot \frac{1}{x}, \quad x > 0;$$

$$\frac{d}{dx} \log_a |x| = \frac{1}{\ln a} \cdot \frac{1}{x}, \quad x < 0$$

$$17. a^x = e^{x(\ln a)}$$

第 5 章

$$18. \int k dx = kx + C$$

$$19. \int x^r dx = \frac{x^{r+1}}{r+1} + C, r \neq -1;$$

$$\int (r+1)x^r dx = x^{r+1} + C, r \neq -1$$

$$20. \int \frac{dx}{x} = \ln x + C, x > 0;$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln |x| + C, x < 0$$

$$21. \int e^x dx = e^x + C$$

$$22. \int k f(x) dx = k \int f(x) dx$$

$$23. \int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$$

$$24. \int u dv = uv - \int v du$$

书后的表 1 中列出了更多的积分公式.

目 录

译者序

前言

重要公式一览表

第 1 章 函数、图形与模型	1
1.1 图形与方程	1
1.2 函数与模型	13
1.3 求定义域与值域	27
1.4 斜率与线性函数	36
1.5 其他函数与模型	51
1.6 数学模型与曲线拟合	69
概要与复习	79
测验	83
上机技术的深入应用	85
第 2 章 微分法	88
2.1 极限与连续性: 数值法与图示法	88
2.2 极限: 代数法	101
2.3 平均变化率	105
2.4 用差商的极限求导数	113
2.5 求导法则: 幂法则与和-差法则	127
2.6 瞬时变化率	138
2.7 求导法则: 乘积法则与商法则	146
2.8 链式法则	153
2.9 高阶导数	161
概要与复习	164
测验	166
上机技术的深入应用	167
第 3 章 微分法的应用	171
3.1 利用一阶导数求极大值、极小值和描绘图形	171
3.2 利用二阶导数求极大值、极小值和描绘图形	186
3.3 描绘函数的图形: 渐近线与有理函数	201
3.4 利用导数求绝对极大值与绝对极小值	217

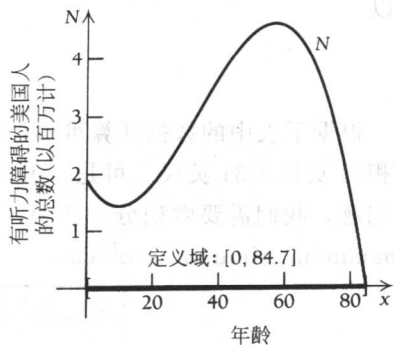
3.5 最大-最小值问题: 在商业与经济中的应用	230
3.6 微分	245
3.7 隐微分法与相关变化率	250
概要与复习	256
测验	258
上机技术的深入应用	259
第 4 章 指数函数与对数函数	262
4.1 指数函数	262
4.2 对数函数	275
4.3 应用: 无约束增长模型, $dP/dt = kP$...	291
4.4 应用: 衰减	304
4.5 a^x 和 $\log_a x$ 的导数	316
4.6 经济应用: 需求弹性	321
概要与复习	326
测验	328
上机技术的深入应用	329
第 5 章 积分	334
5.1 积分	334
5.2 面积与定积分	343
5.3 和的极限与累积	354
5.4 定积分的性质	366
5.5 积分法: 换元法	371
5.6 积分法: 分部积分法	377
5.7 积分法: 积分表	383
概要与复习	387
测验	388
上机技术的深入应用	389
第 6 章 积分的应用	392
6.1 经济应用: 消费者盈余与生产者盈余	392
6.2 模型 $\int_0^T P_0 e^{kt} dt$ 和 $\int_0^T P_0 e^{-kt} dt$ 的应用 ...	398
6.3 广义积分	405
6.4 概率	410
6.5 概率: 期望值; 正态分布	420
6.6 体积	430

6.7 微分方程	432	7.7 重积分	484
概要与复习	440	概要与复习	487
测验	442	测验	488
上机技术的深入应用	443	上机技术的深入应用	489
第7章 多元函数	446	总复习题	493
7.1 多元函数	446	附录 基础代数复习	495
7.2 偏导数	454	表	506
7.3 高阶偏导数	459	照片来源	508
7.4 极大-极小值问题	461	答案	509
7.5 应用：最小二乘法	470	应用索引	562
7.6 约束极大值和极小值：拉格朗日 乘数法	477	上机技术演练索引	568
		索引	570

第1章 函数、图形与模型

应用(有听力障碍的美国人) 有听力障碍的美国人的总数 N (以百万计) 看作年龄 x 的函数时, 其图形可用右下图近似表示(资料来源: American Speech-Language Hearing Association). 这个图形的方程是多项式函数 $N(x) = -0.000\ 06x^3 + 0.006x^2 - 0.1x + 1.9$. 试用图形确定其定义域.

因为人的年龄不可能是负数, 所以不考虑负输入. 在本问题中, 负输出也没有意义. 因此其定义域是区间 $[0, 84.7]$.



这个问题出现在习题 1.3 的 58 题中.

引言 本章介绍函数及其图形和应用, 还介绍我们在全书中要多次考察的许多课题, 如供给与需求、总成本、总营业收入、总利润等, 以及数学模型与曲线拟合的概念.

在供选学的上机技术演练中还介绍使用绘图计算器或绘图软件(以后称之为绘图器)的技巧. 在《Graphing Calculator Manual》(GCM, 绘图计算器手册)中详细介绍有关按键操作的知识.

学习本章需要做一些代数复习, 因而应同时学习附录.

1

1.1 图形与方程

要点

- 用图形表示方程.
- 用图形作为数学模型来作预测.
- 实施涉及复利的计算.

什么是微积分

什么是微积分? 在本课程一开始, 像这一节就提出这个有代表性的问题. 我们暂对这个新问题做简便的回答, 更完整的回答将贯穿全书.

考虑如右图所示广告牌. 下面是一个代数问题, 它与这个广告牌有关. 试求解这个问题. (如果需作代数复习, 请参看附录.)

代数问题 所见公路旁的一块直立的长方形广告牌, 其周长为 124 英尺^①. 它的长比它的高的 3 倍还多 6 英尺. 求这个广告牌的尺寸.



答案是: 长为 48 英尺, 高为 14 英尺.

下面是一个微积分问题, 它与这个广告牌有关. 请解决这个问题.

① 英尺的单位符号为 ft, 1ft=0.304 8 m. ——编辑注

微积分问题 要做一个周长为 124 英尺的广告牌，其周长一定，而其面积越大越好。什么样的尺寸可以使广告牌的面积最大？

要解决这个问题，一个办法是，选取广告牌的若干组尺寸，计算所得到的相应面积，然后确定哪一组可使其面积最大。如果你会使用计算机电子表格程序，你就可以创建如下面所展示的表，设 l 代表周长为 124 英尺的矩形的长， h 代表高。则

$$2l + 2h = 124,$$

所以

$$l + h = 62,$$

而

$$A = lh.$$

根据下表中的数据计算可得，最大面积可能是 961 平方英尺，即边长为 31 英尺的正方形面积 31 英尺 $\times$ 31 英尺。可是，怎么知道确实没有其他的尺寸可以使其面积更大呢？要回答这个问题，我们需要微积分的工具。在第 3 章中，我们将更详细地研究这个极大-极小值问题 (maximum-minimum problem)。

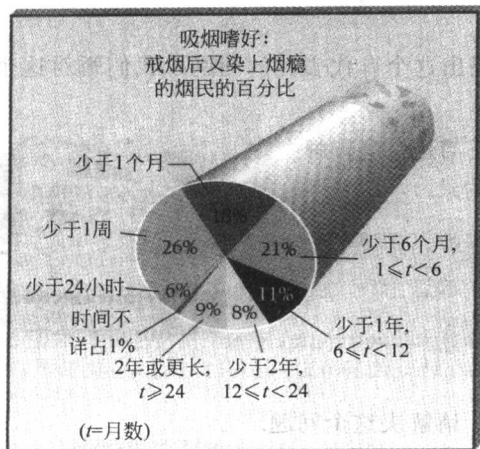
2

	长 l (英尺)	高 h (英尺)	面积 $A = lh$ (平方英尺)
周长为 124 英尺的 矩形的尺寸	34	28	952
	32	30	960
	31.5	30.5	960.75
	31	31	961 ← 最大面积
	30.4	31.6	960.64

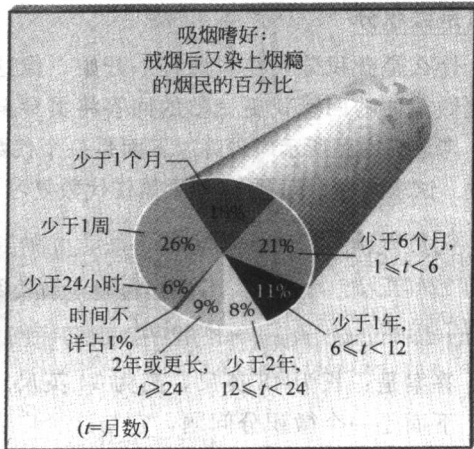
在微积分中，我们要考虑的其他课题是，曲线在一点的斜率、变化率、曲线下方的面积、量的累积以及许多统计学应用。

图形

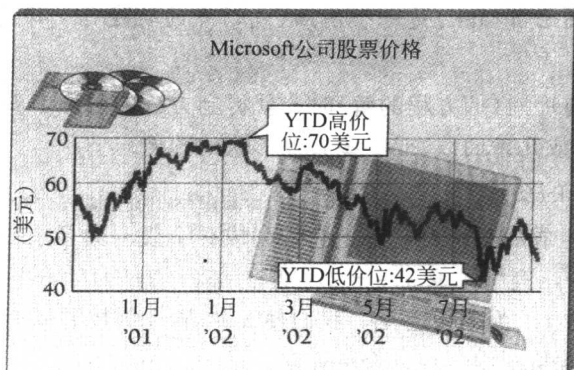
在报刊杂志上，我们看到各种各样的图形。下面给出几个例子。研究图形是微积分的一个主要方面。图形可帮助我们观察事物间的相互关系。例如，展示 Microsoft 公司股票价格的图形说明，股价如何随时间变化。在微积分中常考虑的一个课题是，一个量的变化如何影响另一个量的变化。



资料来源: Interep Research, Simmons



资料来源: Louis Harris for Nicotrol and the American Lung Association

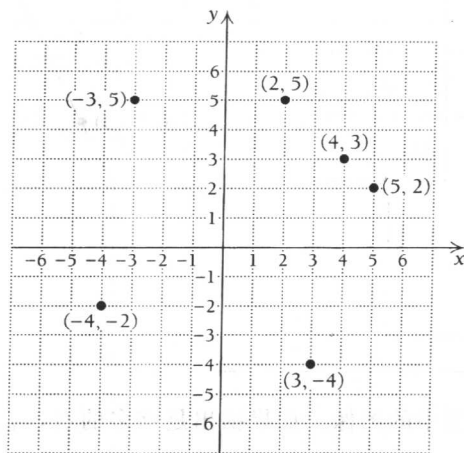


资料来源: Bloomberg Business News

3

有序对与图形

平面上的每一个点对应于一个有序数对, 注意, 在下图中, 对应于数对 $(2, 5)$ 的点不同于对应于数对 $(5, 2)$ 的点. 这就是为什么称 $(2, 5)$ 那样的数对为有序对(ordered pair). 第一个数 2 称为点的**第一坐标**(first coordinate), 而第二个数 5 称为它的**第二坐标**(second coordinate). 统称为点的坐标(coordinates of point). 常称竖直线为 y 轴(y -axis), 水平线为 x 轴(x -axis).



方程的图形

两个变量的方程的解(solution)是一个有序数对, 当用这个数对代替变量时, 它给出一个真实语句. 如果不另作说明, 通常按字母表顺序来取变量. 例如, $(-1, 2)$ 是方程 $3x^2 + y = 5$ 的解, 这是因为, 当用解 -1 代替 x , 2 代替 y 时便得到一个真实语句:

$$\begin{array}{rcl}
 3x^2 + y & = & 5 \\
 \hline
 3(-1)^2 + 2 & ? & 5 \\
 3 + 2 & & \\
 5 & & \text{真}
 \end{array}$$