Peculiar Explanation

宋伯涛 总主编

北师大版

北京朗曼教学与研究中心教研成果

非常讲解

九年级数学

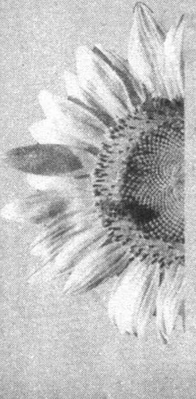
教材全解全析（下）

天津人民出版社

Peculiar
Explanation

北京朗曼教学与研究中心教研成果

非常讲解



九年级数学

教材全解全析(下)

天津人民出版社

图书在版编目(CIP)数据

九年级数学教材全解全析．下/宋伯涛主编．-天津:天津人民出版社,2004.11
北师大版
ISBN 7-201-01552-4

Ⅰ.九… Ⅱ.宋… Ⅲ.数学课-初中-教学参考资料 Ⅳ.G634.603
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第115312号

非常讲解
九年级数学教材全解全析(下)
(北师大版)

张志朝 主编

天津人民出版社出版
出版人:刘晓津
(天津市西康路35号 邮政编码:300051)
北京市昌平开拓印刷厂印刷 新华书店发行
*
2005年11月第2版 2005年11月第1次印刷
32开本 890×1240毫米 12.5印张 字数:372千字
定价:14.80元
ISBN 7-201-01552-4

敬告读者

《中学 1+1》《非常讲解》系列丛书汇集了北京朗曼教学与研究中心最新教学科研成果。值此再版之际，北京朗曼教学与研究中心向全国千百万热心读者深表谢意！

在购买《中学 1+1》《非常讲解》系列丛书时，请读者认准封面上“**北京朗曼教学与研究中心教研成果**”“**宋伯涛总主编**”等字样，以防假冒。

近年来，发现个别出版物公然冒用《中学 1+1》《非常讲解》品牌或大量盗用书中内容。在此，本中心**严正声明：凡冒用《中学1+1》《非常讲解》品牌，盗用书中内容的行为，均为侵犯知识产权行为，本中心将根据有关法规追究侵权者的法律责任。**

保护知识产权，打击盗版、盗用行为是每一个真正尊重知识的忠诚读者的义务。如发现有侵权行为，请及时告知北京朗曼教学与研究中心，本中心对您的正直行为表示由衷的感谢。

如您在使用本书过程中发现有疏漏之处或疑难问题，可来信与本中心联系，我们将悉心听取您的批评和建议，竭诚为您排忧解难。让我们携手共勉，共同打造朗曼光辉的形象！

本书在全国各地均有销售，您也可以来信邮购。

来信请寄：北京市朝阳区亚运村邮局 89 号信箱，北京朗曼教学与研究中心**蒋雯丽**（收）；邮编：100101。

联系电话：010 － 64925885；64925887 转 603，605。

另外，北京朗曼教学与研究中心新建大型教学网站“**朗曼 1+1 网**”已于 **2004 年 5 月 18 日**正式开通。网站科目齐全，内容丰富，欢迎登录！

轻松浪漫的学习旅程，将从点击“朗曼 1+1 网”开始！

网址：http://www.lmedu.com.cn

《九年级数学教材全解全析(下)》
编委会

(北师大版)

主　编　张志朝

编　者　徐　伟

锁有贵

张　雷

黄耀南

再版前言

随着国家基础教育课程改革的深入开展，义务教育《课程标准》的实施范围正在逐步扩大，新的教育理念被越来越多的教育工作者和社会人士所接受，我国基础教育事业正经历着一次深刻的变革。这个变革的核心，对于教师来说，就是改变角色定位；对于学生来说，就是变革学习方式。本着这样的精神，同时为了适应课程改革深入发展的需要，今年再版时，我们在广泛征集专家、教师、学生和家长意见的基础上，作了较大程度的修订。

本书按照源于新教材又高于新教材的原则进行修改，对它的各个知识点以及能力要求进行全面的讲解，分析和指导，每节设如下栏目：**课程标准要求、教材解析、方法指引、巩固练习**等。其中教材解析为本书各节的重点，它在新教材的基础上，对章节的各知识点逐个进行详细的讲解和分析，着重知识和技能的拓展与规律方法的揭示与总结，通过典型常规题，创新开放题及实践应用题等让学生对新教材的知识点进行探究和体验，并按以下三点进行设计：

1.对典型例题进行全面剖析，并设以下四个栏目：①**思路点拨**：点拨解题思路，提供解题策略。②**解答**：按照解题方案，给出规范解答。③**误点剖析**：指出解题常见错误，并点击错误产生的原因，进行防错提示。④**评注**：总结解题过程的注意点，剖析解题技巧的关键处。开设以上小栏目，其目的是，开启学生思路，着眼规律方法总结。

2.试解相关题(或变式题)。从不同角度提出与典型例题相关或相近的问题，供学生练习，达到融会贯通，举一反三的目的。

3.每道典型题都针对教材中某一知识点，旨在通过对例题的探索，获得对教材相关内容的实践与体验。

作者在编写过程中，力求讲解教材全部内容，信息量大，做到精讲精析精选，讲解透彻且具有深度，辨析清晰细致，分析讲解新颖独到，与众不同，别具一格，不落窠臼。

《非常讲解》系列丛书讲解细致，分析透彻，层次分明，条理清晰，内容丰富，对掌握教材重点、难点、疑点以及各知识点，对培养并提高理解、分析、判断、领悟、思考以及解决问题能力具有极强的实用性和指导性，是朗曼中心继《中学1+1》系列丛书后又一成功力作，两者堪称姊妹篇。其侧重点各不相同，前者偏重于重点及疑难问题的讲解与测试，后者偏重于对教材的讲解与分析，，它们既是一个整体，又互为补充，相得益彰。

学习《课程标准》，更新教育观念，有一个不断深入的过程；课程改革的实施，也需要不断地探索和积累。本书此次修订正是学习《课程标准》，改革教学内容和方法的一个具体的落实。希望我们的努力能给老师和同学们的教学活动带来切实而有效的帮助，同时也期待着来自广大师生和教育专家的批评和指教。

宋伯涛

2005 年 10 月于北师大

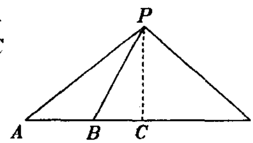
目录 CONTENTS

第四章 统计与概率

第一章　直角三角形的边角关系

有一座山，欲测量山的高度，但不能到达山顶，因此山的高度不能直接测得，有一人在山脚用测角器测得山顶的仰角为45°，然后再后退1000米，测得此时山顶的仰角为30°，能否利用以上数据求得山的高度呢？

上面的问题可归结为：在Rt$\triangle PAC$中，B为AC上一点，已知$\angle PAC=30°$，$\angle PBC=45°$，$AB=1000$，求PC的长.如何解决这一问题呢？



在学习了本章知识后，你就可以很容易地解决这一问题了.

本章主要学习：1.锐角A的正切、正弦、余弦函数的定义.即$\tan A$、$\sin A$、$\cos A$的概念，有了锐角A的三角函数，我们就可以把直角三角形中的边与角联系起来，从而可以根据直角三角形中已知的边求出角的大小，或根据角的度数求出边的大小.

2. 30°，45°，60°三个特殊角的三角函数值，掌握这三个特殊角的三角函数值在解决与直角三角形有关的问题中非常有用.

3. 利用计算器求出任意一个锐角的三角函数值.

4. 应用本章所学的基础知识解决与测量有关的一些实际问题.

本章的重点是锐角三角函数的定义及其之间的相互关系，而难点是解直角三角形的知识在实际问题中的应用.

1.1　从梯子的倾斜程度谈起

本节从梯子的倾斜程度研究起，学习了在直角三角形中锐角三角函数的定义，学习了正切、正弦和余弦的定义，并学习了互余两角的正弦和余弦函数之间的关系及同角三角函数间的关系.

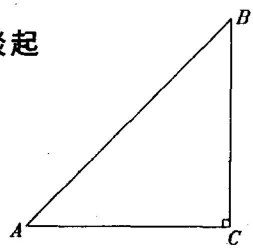


图1.1-1

如图1.1-1，在Rt$\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，则$\tan A=\dfrac{BC}{AC}$，$\sin A=\dfrac{BC}{AB}$，$\cos A=\dfrac{AC}{AB}$，

而$\sin B=\dfrac{AC}{AB}=\cos A$，$\cos B=\dfrac{BC}{AB}=\sin A$.

即 $\sin^2 A+\cos^2 A=\frac{BC^2}{AB^2}+\frac{AC^2}{AB^2}=\frac{BC^2+AC^2}{AB^2}=1$.

课程标准要求

1. 理解并掌握正切、正弦和余弦的概念，能正确地用 $\tan\alpha$、$\sin\alpha$ 和 $\cos\alpha$ 表示直角三角形中两边之比.

2. 了解同角的正弦和余弦的关系式，会利用这一关系式由一个三角函数值求另一个三角函数值.

3. 了解正切、正弦、余弦函数随角的变化而变化的规律，掌握锐角三角函数的增减性.

中考命题方向

1. 考查直角三角形中锐角的正切、正弦和余弦常在选择题和填空题中出现，目的是考查锐角的正切、正弦和余弦函数的定义，了解锐角三角函数值与角的大小关系.

2. 把正弦和余弦函数融入到二次根式，一元二次方程等知识体系中，可构成未来中考命题的着眼点.

教材解析

1. 正切和余切的定义

如图 1.1-2，在 Rt$\triangle ABC$ 中，锐角 A 的对边与邻边的比叫做$\angle A$ 的正切，记作 $\tan A$，即 $\tan A=\frac{\angle A\text{ 的对边}}{\angle A\text{ 的邻边}}=\frac{a}{b}$；锐角 A 的邻边与对边之比叫做$\angle A$ 的余切，记作 $\cot A$，即 $\cot A=\frac{\angle A\text{ 的邻边}}{\angle A\text{ 的对边}}$.

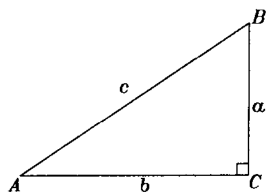


图 1.1-2

说明:(1)正切、余切是在直角三角形中定义的，其本质也是两条线段的比值，它只是数值，没有单位，其大小只与角的大小有关，而与所在的直角三角形的大小和位置无关.

(2)由于在直角三角形中，边长总大于 0，所以 $\tan A>0$，$\cot A>0$.

(3)$\tan A$ 与 $\cot A$ 分别代表了锐角$\angle A$ 的正切、余切，是一个完整的符号，不能拆开. 而对于用三个字母表示的角，其正切、余切应表示为 $\tan\angle ABC$，$\cot\angle ABC$，其中角的符号“$\angle$”不能省略.

(4)对于每一个锐角 A 的确定的值. 它的正切、余切都有唯一确定的值与之对

应．反之，对于每一个确定的正切、余切值，都有唯一的锐角与之对应．

2．正弦、余弦的概念

如图 1.1-3，在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，我们把锐角 A 的对边与斜边的比叫做$\angle A$ 的正弦，记作 $\sin A$，即 $\sin A=\frac{\angle A\text{的对边}}{\text{斜边}}=\frac{a}{c}$；把锐角 A 的邻边与斜边之比叫做$\angle A$ 的余弦，记作 $\cos A$，即 $\cos A=\frac{\angle A\text{的邻边}}{\text{斜边}}=\frac{b}{c}$．

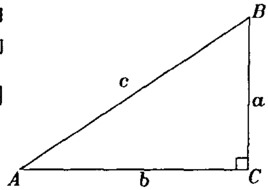


图 1.1-3

说明：(1)正弦、余弦的概念是在直角三角形中相对其锐角而定义的，其本质是两条线段长度之比，它只是一个数值，没有单位，其大小只与角的大小有关，而与三角形的大小无关．

(2)由于在直角三角形中，斜边大于直角边，且各边长度均为正数，因此有如下结论：$0<\sin A<1$，$0<\cos A<1$．

(3)“$\sin A$”和“$\cos A$”是一个完整的符号，不能拆开，记号中常省去角的符号“$\angle$”，但是，若用三个字母表示的角(如$\angle ABC$)，其正弦要写成 $\sin\angle ABC$，而不能写成 $\sin ABC$．

(4)对于每一个锐角 A 的确定的值，它的正弦，余弦都有唯一确定的值与之对应．反之，每一个确定的正弦、余弦值，都有唯一的锐角与之对应．

【例 1】 如图 1.1-4，已知△ABC 中，$\angle C=90°$，$BC=6$，$CD\perp AB$ 于 D，$AC=8$．

(1)求 $\sin A$ 和 $\sin B$ 的值；

(2)求 $\cos\angle ACD$ 的值．

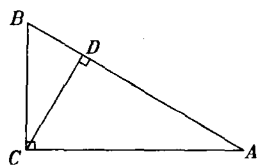


图 1.1-4

思路点拨　(1)求 $\sin A$、$\sin B$ 的值时，应先找出分别以$\angle A$、$\angle B$ 为锐角的直角三角形，再求出它们的对边与斜边之比，因此必须先由勾股定理算出斜边 AB 的长．

(2)求 $\cos\angle ACD$ 时，可以在 Rt△ACD 中，求$\frac{CD}{AC}$，但计算 CD 时，比较麻烦，因此可以利用直角三角形的性质$\angle ACD=\angle B$，将$\cos\angle ACD$转化成 $\cos B$．

解：(1)$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{6^2+8^2}=10$，

在 Rt△ABC 中，∴　$\sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$，$\sin B=\frac{AC}{AB}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$．

(2)∵　$\angle ACB=90°$，∴　$\angle A+\angle B=90°$．

又∵　$CD\perp AB$，∴　$\angle ACD+\angle A=90°$．

∴　$\angle ACD=\angle B$．∴　$\cos\angle ACD=\cos B=\frac{BC}{AB}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$．

误点剖析　误把 $\sin A$ 写成$\frac{AC}{AB}$，把 $\cos A$ 写成$\frac{BC}{AC}$，因此要正确理解“对

边”与“邻边”的概念,正确运用正弦、余弦的定义.

评注:(1)解这类题的关键是找准$\angle A$、$\angle B$的对边和邻边,同时要注意,锐角的正弦和余弦值只与角的大小有关,而与所在的三角形的大小无关,因此在某一三角形中较难计算时,可以转换到与它相等的另一角,在另一三角形中求解.

(2)对于$\angle A$的每一个确定值,它的正弦和余弦均有唯一确定的值和它对应.

试解相关题

1-1　已知Rt△ABC中,$\angle C=90°$、$AB=13$、$BC=5$、$CD\perp AB$于D,求$\sin A$、$\cos A$和$\sin\angle BCD$.

【例2】　如图1.1-5,在Rt△ABC中,$\angle C=90°$,$\tan A=3$,$c=10$,求a、b及$\tan B$.

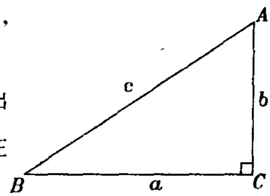


图1.1-5

思路点拨　根据$\angle A$的正切定义,可以求出$\frac{a}{b}$,然后结合勾股定理$a^2+b^2=c^2$,可解出a、b,再用正切定义,求出$\tan B$.

解:在Rt△ABC中,$\angle C=90°$,

$\therefore$　$\tan A=\frac{a}{b}$.又$\tan A=3$,$\therefore$　$\frac{a}{b}=3$.

即$a=3b$.又$a^2+b^2=c^2=100$,解得$a=3\sqrt{10}$,$b=\sqrt{10}$,

$\therefore$　$\tan B=\frac{b}{a}=\frac{1}{3}$.

误点剖析　误把$\tan A$写成$\frac{b}{a}$.

评注:直角三角形中,除了要正确应用三角函数定义之外,还要能与其他知识结合起来,如勾股定理和方程、方程组等.

试解相关题

2-1　在Rt△ABC中,$\angle C=90°$,$\tan B=2$,$c=10$,求出a、b及$\sin A$、$\cos A$、$\tan A$的值.

【例3】 已知:在△ABC中,$AB=AC$,BD为△ABC的一条高,且$BD=\frac{1}{2}AB=1$,求$\tan C$的值.

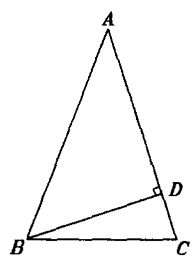


图1.1-6

思路点拨　在图1.1-6中,$\tan C=\frac{BD}{CD}$,而$BD=1$,因此要求出CD,已知$AC=AB=2$,求出AD的长也就可以求出CD的长.在Rt△ABD中,已知BD、AB,则可求出AD.

解:∵ $BD=\frac{1}{2}AB=1$,∴ $AC=AB=2$.

∴ $AD=\sqrt{AB^2-BD^2}=\sqrt{3}$,$CD=2-\sqrt{3}$.

∴ $\tan C=\frac{BD}{DC}=\frac{1}{2-\sqrt{3}}=2+\sqrt{3}$.

误点剖析 误把 $\tan C$ 写成$\frac{CD}{BD}$,因此要正确理解正切函数的定义,理解对边与邻边的概念.

评注:解决本题的关键是把求 CD 的问题转化为求 AD 的长,并充分利用 Rt$\triangle ABD$ 中 $BD=\frac{1}{2}AB=1$ 这一条件,利用勾股定理解题,转化思想是数学中的常用数学思想.

试解相关题

3-1 如图 1.1-7,已知 α 为锐角,$\sin\alpha=\frac{1}{3}$,求 α 的其他三角函数值.

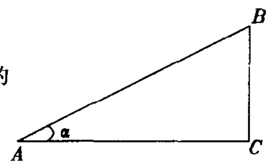


图 1.1-7

3. 同角的三角函数关系

平方关系:$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$.

商数关系:$\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$,$\cot\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$.

倒数关系:$\tan\alpha=\frac{1}{\cot\alpha}$($\tan\alpha\cdot\cot\alpha=1$).

上述关系均可由三角函数的定义推出,这些关系是同一个角的三角函数之间最基本的几个关系,至为重要.特别要注意是“同角”,不同角则不适宜,如“$\sin^2\alpha+\cos^2\beta=1$”是不成立的.

利用这些关系式,当已知某角的一个三角函数值时,我们可以求出该角的其他三角函数值.

【例 4】 已知:锐角 A 满足 $\cos A=\frac{5}{13}$,求 $\sin A$ 的值.

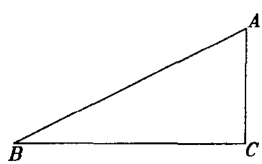


图 1.1-8

思路点拨 要求 $\sin A$ 的值,可以利用$\angle A$构造 Rt$\triangle ABC$,再利用正弦的定义求 $\sin A$,也可以利用关系式 $\sin^2A+\cos^2A=1$,由 $\cos A$ 的值求出 $\sin A$.

解:解法一 构造 Rt$\triangle ABC$,使$\angle C=90°$(如图 1.1-8).

∵ $\cos A=\frac{5}{13}$,∴ 设 $AC=5k$,$AB=13k$.

∴ $BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=12k$.

∴ $\sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{12k}{13k}=\frac{12}{13}$.

解法二 ∵ $\sin^2A+\cos^2A=1$,

∴ $\sin^2A=1-\cos^2A$,又 A 为锐角,则 $0<\sin A<1$.

∴ $\sin A=\sqrt{1-\cos^2A}=\sqrt{1-\left(\frac{5}{13}\right)^2}=\frac{12}{13}$.

误点剖析 把平方关系错写成 $\sin A=\sqrt{1-\cos A}$,或 $\sin A=1-\cos^2A$.

评注:(1)上述两种解法各有优点,第一种解法比较直观,第二种方法比较直接.究竟选择哪一种方法,看具体情况而定,今后熟练之后,尽量用解法二.

(2)一般情况下,由 $\sin^2A+\cos^2A=1$,我们应该得到 $\sin A=\pm\sqrt{1-\cos^2A}$,但注意到$\angle A$ 为锐角,才把$-\sqrt{1-\cos^2A}$舍去,但今后学了其他角的三角函数后,要注意不要随意舍去.

试解相关题

4-1 已知:$\angle\alpha$ 为锐角,且 $\sin\alpha=\frac{8}{17}$,求 $\cos\alpha$.

【例 5】 (1)已知 $\sin A=\frac{8}{17}$,且 A 为锐角,求 $\tan A$ 的值;

(2)已知 $\tan B=\frac{1}{3}$,且 B 为锐角,求 $\cos B$ 的值.

思路点拨 **思路一**:可以利用已知三角函数的值构造直角三角形求解;

思路二:利用同角三角函数的关系式求解.

解法一:(1)作 Rt$\triangle ABC$,使$\angle C=90°$(如图 1.1-9),设 $BC=8k$,$AB=17k$,则 $AC=\sqrt{(17k)^2-(8k)^2}=15k$. ∴ $\tan A=\frac{BC}{AC}=\frac{8k}{15k}=\frac{8}{15}$.

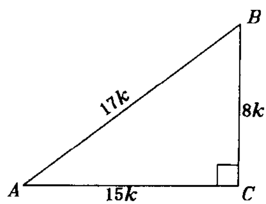


图 1.1-9

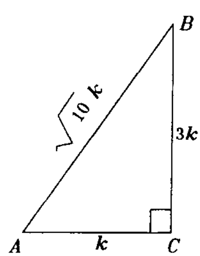


图 1.1-10

(2)在 Rt$\triangle ABC$ 中,$\angle C=90°$(如图 1.1-10),

设 $AC=k$,$BC=3k$,则 $AB=\sqrt{(3k)^2+k^2}=\sqrt{10}k$.