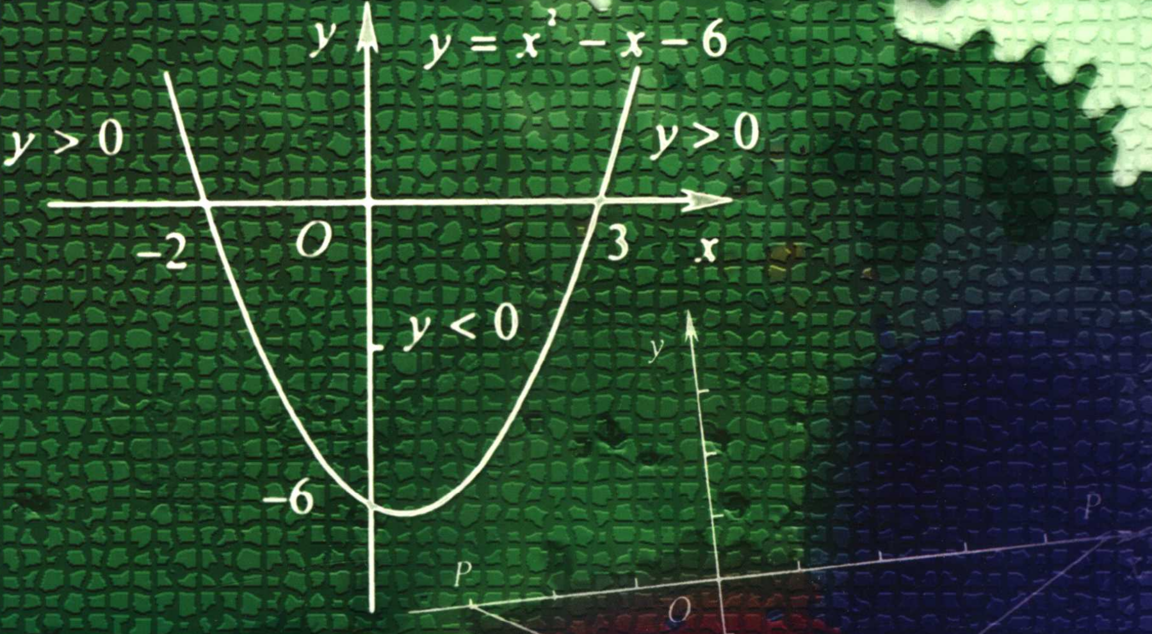
高等职业教育『十一·五』规划教材

公共课教材系列

一元微积分

李德家 ◎ 主编



科学出版社
www.sciencep.com

●高等职业教育“十一·五”规划教材

公共课教材系列

一元微积分

李德家　主　编
万玉成　陈　忠　曹文平　副主编

科学出版社
北京

内 容 简 介

本书是根据高职高专的专业特点，参照教育部制定的有关高职高专高等数学的要求，按照以应用为目的，以必须够用为原则编写而成的. 在编写内容上力求培养学生的数学思维，提高学生解决问题的能力. 本书主要内容包括函数的极限与连续、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分、微分方程.

本书从实际问题出发，引入数学概念，阐述数学理论与数学思想，最终使读者形成利用数学知识解决实际问题的能力. 并逐步引入数学建模来分析问题. 全书采用模块化设计，适合各类高职高专院校使用.

图书在版编目(CIP)数据

一元微积分/李德家主编. —北京：科学出版社，2006
(高等职业教育"十一·五"规划教材·公共课教材系列)
ISBN 7-03-017675-8

Ⅰ. 一… Ⅱ. 李… Ⅲ. 微积分-高等学校-教材 Ⅳ. O172

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 080104 号

责任编辑：王 彦 胡 超/责任校对：刘彦妮
责任印制：吕春珉/封面设计：东方人华平面设计部

科学出版社 出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com

铭浩彩色印装有限公司 印刷
科学出版社发行 各地新华书店经销
*
2006 年 8 月第 一 版 开本：787×1092 1/16
2006 年 8 月第一次印刷 印张：11 3/4
印数：1—3 500 字数：265 000

定价：18.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换〈环伟〉)
销售部电话 010-62136131 编辑部电话 010-62138978-8208

编 写 人 员

主　编　李德家

副主编　万玉成　陈　忠　曹文平

撰稿人　李德家　万玉成　陈　忠　曹文平

　　　　　邬叶琴　巩建学　徐美霞

前　言

随着高等职业技术教育的蓬勃发展，特别需要一套适应高职教育特点的高等数学教材，我们受科学出版社的委托，根据高职教育的特点，突出“以应用为目的，以必需够用”为原则，加强对学生应用意识及兴趣能力的培养，开发学生的数学思维. 参照教育部制定的《高职高专教育高等数学课程教学基本要求》编写了本套教材.

在编写本书过程中，充分吸收了高职高专教学实践的经验、教训并适应我国教学的实际情况. 针对高职学生的特点，书中突出体现了以下两方面作用：第一，着力培养学生的数学思维方法及数学思想. 其二，加强学生数学知识的学习，掌握好数学的基础知识和基本的数学能力，并能将数学知识应用于实际工作，解决实际问题.

本书特点是：淡化深奥的数学理论，加强对学生的数学思想及方法的培养，突出基础知识和基本技能的培养，通俗易懂，便于教学，便于学生学习。

本书主要内容包括函数的极限与连续性、导数与微分、导数应用、不定积分、定积分及其应用、微分方程. 在每章节后都配有一定数量的习题与复习题，供教师与学生选用.

本书可作为高职各专业高等数学教材，也可作为工程技术人员掌握相关数学知识之用书.

参加本书编写的有李德家、万玉成、陈忠、曹文平、邬叶琴、巩建学、徐美霞.

在编写过程中，得到了各作者所在院校的领导的大力支持和协助，得到了科学出版社的热情关怀与指导，在此一并致谢.

由于编者水平所限，加之时间仓促，不妥之处在所难免，敬请读者批评指正.

目　录

第 1 章　函数的极限与连续 …… 1

1.1　函数 …… 1

1.2　函数极限 …… 7

1.3　两个重要极限 …… 16

1.4　无穷小与无穷大 …… 19

1.5　函数的连续性 …… 23

复习题 1 …… 31

第 2 章　导数与微分 …… 36

2.1　导数的概念 …… 36

2.2　函数和、差、积、商的求导法则 …… 41

2.3　复合函数的导数 …… 45

2.4　初等函数的求导法则 …… 48

2.5　高阶导数 …… 52

2.6　隐函数及由参数方程所确定的函数的导数 …… 55

2.7　微分 …… 59

复习题 2 …… 64

第 3 章　导数的应用 …… 68

3.1　中值定理 …… 68

3.2　洛必达法则 …… 70

3.3　函数的单调性及极值 …… 73

3.4　函数的最大值和最小值 …… 79

3.5　曲线的凹凸和拐点 …… 80

复习题 3 …… 84

第 4 章　不定积分 …… 87

4.1　不定积分的概念 …… 87

4.2　换元积分法 …… 92

4.3　分部积分法 …… 101

复习题 4 …… 104

第 5 章　定积分 …… 108

5.1　定积分的概念 …… 108

5.2　定积分基本定理及性质 …… 115

5.3　定积分的换元法与分部积分法 …… 119
5.4　定积分在几何上的应用 …… 123
5.5　定积分在物理学及其他方面的应用 …… 128
复习题 5 …… 133
第 6 章　微分方程 …… 136
6.1　微分方程的基本概念 …… 136
6.2　可分离变量与一阶线性微分方程 …… 139
复习题 6 …… 144
主要参考文献 …… 146
附录　简易积分表 …… 147
习题答案 …… 157

第 1 章　函数的极限与连续

微积分是以函数作为主要的研究对象，即考察变量之间的依赖关系，并讨论当某个变量变化时，与它相关的变量的变化趋势．这种研究方法就是所谓的极限方法．本章将介绍函数、极限和函数连续性等基本概念，以及它们的一些性质．

1.1　函　　数

1.1.1　函数概念

在同一个事物的变化过程中，往往同时有几个变量在变化着．这几个变量并不是孤立地在变，而是按照一定的规律相互联系着，其中一个量变化时，另外的量也跟着变化．前者的值一确定，后者的值也就随之而唯一地确定．比如说，圆的周长 L 是随着半径 r 的变化而变化，其变化规律是 $L=2\pi r$. 当半径 r 变化时，由上式确定的周长 L 也相应变化．变量之间的这种对应关系就是函数概念的本质．

定义 1　设 x 和 y 是两个变量，D 是给定的数集．如果对于每一个 $x\in D$，按照对应法则 f，变量 y 都有唯一确定的值与之对应，那么变量 y 叫做变量 x 的函数，记作 $y=f(x)$，$x\in D$，其中变量 x 称为自变量，变量 y 称为因变量，集合 D 叫做这个函数的定义域．

当 x 取遍定义域 D 的所有数值时，对应的全体函数值所组成的集合 M 称为函数的值域．

由函数的定义可知，定义域和对应法则是函数的两个要素．如果两个函数有相同的定义域和对应法则，则它们是相同的函数．

在实际问题中，函数的定义域是根据问题的实际意义确定的．

表示函数可用表格法、图形法、解析法(即算式表示法). 有时也可用语言描述．

中学数学中还讨论过许多具体的函数，如幂函数、指数函数、对数函数、三角函数、反三角函数等，这些函数称为基本初等函数．

【例 1.1】　常数函数 $y=2$ 的定义域 $D=(-\infty,+\infty)$，值域 $M=\{2\}$，它的图形是一条平行于 x 轴的直线(图 1.1 所示).

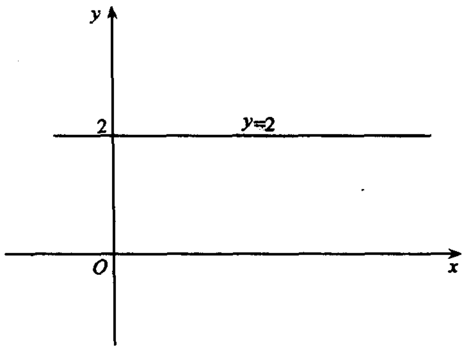


图 1.1

【例 1.2】 数 x 的绝对值记为 $|x|$. 如果把 x 看作变量，则有函数

$$f(x)=|x|=\begin{cases} x & \text{当 } x \geqslant 0 \\ -x & \text{当 } x<0 \end{cases}$$

这个函数称为绝对值函数，它的定义域 $D=(-\infty,+\infty)$，值域 $M=[0,\ +\infty)$（图 1.2 所示）.

【例 1.3】 函数

$$f(x)=\operatorname{sgn} x=\begin{cases} 1 & \text{当 } x>0 \\ 0 & \text{当 } x=0 \\ -1 & \text{当 } x<0 \end{cases}$$

称为符号函数，是一个分段函数，它的定义域为 $D=(-\infty,+\infty)$，值域 $M=\{-1,0,1\}$（图 1.3 所示）.

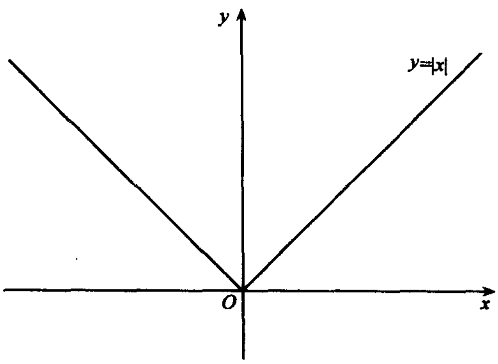


图 1.2

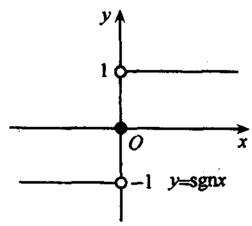


图 1.3

【例 1.4】 设 x 为任一实数，则函数

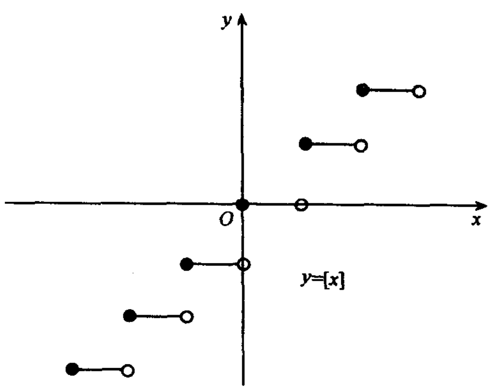


图 1.4

$$f(x) = [x]$$

称为取整函数，它的定义域 $D=(-\infty,+\infty)$，值域为整数集 $\mathbf{Z}$（图 1.4 所示）.

1.1.2　函数的几种特性

1. 奇偶性

对于包含在函数 $y=f(x)$的定义域中的任意点 x，如果

$$f(-x) = -f(x)$$

则称函数 $y=f(x)$为奇函数；如果

$$f(-x) = f(x)$$

则称函数 $y=f(x)$为偶函数.

奇函数的图形对称于坐标原点（图 1.5 所示），偶函数的图形对称于 y 轴（图 1.6 所示）.

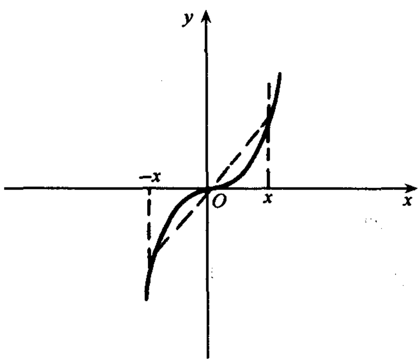


图 1.5

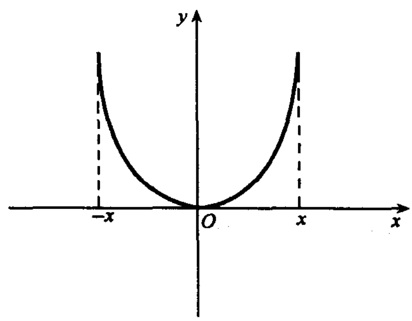


图 1.6

例如，$y=x^n$（n 为奇数），$y=\sin x$ 都是奇函数；$y=x^n$（n 为偶数），$y=\cos x$ 都是偶函数；$y=\sin x+\cos x$ 既非奇函数也非偶函数.

2. 单调性

对于函数 $y=f(x)$有定义的区间(a,b)内任意两点 x_1，x_2，如果当 $x_1<x_2$ 时，有

$$f(x_1) < f(x_2)$$

则称函数在(a,b)内是单调增加的函数. 其图形在(a,b)内沿 x 轴的正向上升（图 1.7 所示）；如果当 $x_1<x_2$ 时，有

$$f(x_1) > f(x_2)$$

则称函数在(a,b)内是单调减少函数. 其图形在(a,b)内沿 x 轴的正向下降（图

1.8所示).

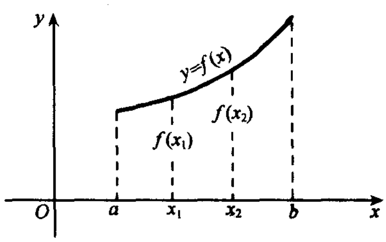


图1.7

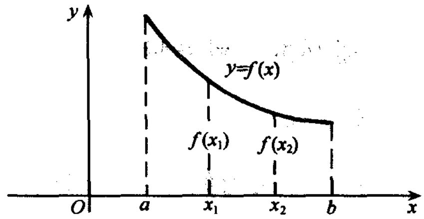


图1.8

在整个区间上单调增加的函数或单调减少的函数统称为单调函数.

例如,$y=x^2$ 在区间$[0,+\infty)$上是单调增加的,而在$(-\infty,0]$上则是单调减少的;函数 $y=x^3$ 在区间$(-\infty,+\infty)$上是单调增加函数.

3. 有界性

设函数 $y=f(x)$在(a,b)内有定义,如果存在一个正数 M,使得对于(a,b)内的一切 x,有

$$|f(x)|\leqslant M$$

则称函数 $y=f(x)$在(a,b)上是有界的.

当函数 $y=f(x)$在其定义域内为有界时,则称它为有界函数.例如,$y=\sin x$,$y=\cos x$,在其定义域内是有界函数,而函数 $y=\tan x$ 在其定义域内无界.

4. 周期性

如果有常数 a 存在,使得对于函数 $y=f(x)$的定义域内的任意点 x,有

$$f(x+a)=f(x)$$

则函数 $y=f(x)$为周期函数.使上式成立的最小正数 a 称为函数 $y=f(x)$的周期.

例如,三角函数 $y=\sin x$,$y=\cos x$ 是以 2π 为周期的函数,$y=\tan x$,$y=\cot x$ 是以 π 为周期的函数.

根据周期函数图形的特点,只要做出函数在长度为周期 a 的一个区间上的图形,就可以通过图形的平移画出整个函数的图形.

1.1.3 反函数

函数 $y=f(x)$反映了两个变量之间的关系,当自变量在定义域 D 内取定一个值后,因变量 y 的值也随之唯一确定.但是,这种因果关系并不是绝对的.例如,在自由落体运动中,如果已知物体下落时间 t,而要求出下落距离 s,

则有公式 $s=\frac{1}{2}gt^2(t\geqslant 0, g$ 为重力加速度)，这里时间 t 是自变量，而距离 s 是因变量．我们也常常考虑反过来的问题：已知下落距离 s，要求出下落时间 t．这时我们可从上式解得$t=\sqrt{\frac{2s}{g}}(s\geqslant 0)$，这里距离 s 成为自变量，而时间 t 成为因变量．在数学上，如果把一个函数中的自变量和因变量进行对换后能得到新的函数，就把这个新函数称为原来函数的反函数．严格地讲，就是：

定义2　设 $y=f(x)$是定义在数集 D 上的一个函数，其值域为 M. 如果对每一个数值 $y\in M$，有唯一确定的且满足 $y=f(x)$的数值 $x(x\in D)$与之对应，其对应法则记作 f^{-1}，那么定义在 M 上的函数 $x=f^{-1}(y)$叫做函数 $y=f(x)$的反函数．

习惯上常用 x 表示自变量，y 表示函数，故常把 $y=f(x)$的反函数记作 $y=f^{-1}(x)$. 由反函数的定义可知，在定义区间上单调的函数必有反函数．若把函数 $y=f(x)$与其反函数 $y=f^{-1}(x)$的图形画在同一平面直角坐标系内，那么这两个图形关于直线 $y=x$ 对称．例如，函数 $y=\tan x$ 与函数 $y=\arctan x$ 的图像(图1.9所示).

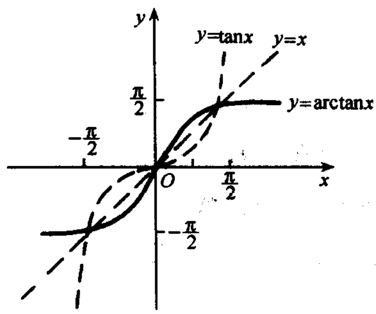


图1.9

1.1.4　复合函数　初等函数

先举一个例子：设 $y=\sqrt{u}$，而

$$u=1+x^2$$

以 $1+x^2$ 代替第一式中的 u 得

$$y=\sqrt{1+x^2}$$

我们说，函数 $y=\sqrt{1+x^2}$是由 $y=\sqrt{u}$ 及 $u=1+x^2$ 复合而成的复合函数．

对于这种函数，我们给出下面的定义：

定义3　如果 y 是 u 的函数 $y=f(u)$，而 u 又是 x 的函数 $u=\varphi(x)$，通过 u 将 y 表示成 x 的函数，即 $y=f[\varphi(x)]$，那么 y 就叫做 x 的复合函数，其中 u 叫做中间变量．

注意：函数 $u=\varphi(x)$的值域应该取在函数 $y=f(u)$的定义域内，否则复合函数将失去意义．

例如，复合函数 $y=\lg u, u=x+1$. 由于 $y=\lg u$ 的定义域为$(0,+\infty)$，所

以中间变量 $u=x+1$ 的值域必须在 $(0,+\infty)$ 内，即 x 应在 $(-1,+\infty)$ 内．

一个函数也可以由两个以上的函数经过复合构成．例如，$y=\lg u$，$u=\sin v$，$v=\frac{x}{2}$，则 $y=\lg\sin\frac{x}{2}$，这里 u,v 都是中间变量．

【例 1.5】 写出下列复合函数的复合过程：

(1) $y=2^{\sin x}$

(2) $y=\lg(1-x)$

(3) $y=\tan^3(2x^2+1)$

(4) $y=\sqrt{\ln(a^x+3)}$

解 (1) $y=2^u$，$u=\sin x$

(2) $y=\lg u$，$u=1-x$

(3) $y=u^3$，$u=\tan v$，$v=2x^2+1$

(4) $y=u^{\frac{1}{2}}$，$u=\ln v$，$v=a^x+3$

由常数和基本初等函数经过有限次四则运算或有限次复合步骤所构成的函数叫做初等函数．

例如，$y=\sqrt{1-x^2}$，$y=\frac{\cos x}{1+x^2}$，$y=\ln(x+\sqrt{4x-3})$，$y=\sqrt[3]{\sin^2 x+5\cos x+1}$，$y=a^{x+\tan x}$ 等都是初等函数．

习题 1.1

1. 下列各题中，$f(x)$ 和 $g(x)$ 是否表示同一个函数？为什么？

(1) $f(x)=\frac{x}{x}$，$g(x)=1$

(2) $f(x)=\lg x^2$，$g(x)=2\lg x$

(3) $f(x)=x$，$g(x)=(\sqrt{x})^2$

(4) $f(x)=\sqrt{(x-y)^2}$，$g(x)=|y-x|$

2. 设 $f(x)=\sqrt{4+x^2}$，求下列函数值：

$f(0)$，$f(1)$，$f(-1)$，$f\left(\frac{1}{a}\right)$，$f(x_0+h)$

3. 设 $f(x)=\begin{cases}1+x & x\leqslant 0\\ 2 & x>0,\end{cases}$

求 $f(0)$，$f\left(\frac{1}{2}\right)$，$f(-1)$，$f(1)$.

4. 求下列函数的定义域：

(1) $y=\frac{1}{x}-\sqrt{1-x^2}$

(2) $y=\arcsin(x-3)$

(3) $y=\ln(x+1)$

(4) $y=e^{\frac{1}{x}}$

5. 将 $y=5-|2x-1|$ 用分段函数形式表示，并作出函数图像．

6. 写出下列复合函数的复合过程：

(1) $y=\sqrt{(1+x)^2+1}$

(2) $y=3^{(x+2)^2}$

(3) $y=\cos^2(2x+1)$

(4) $y=\sqrt[3]{\ln\cos^2 x}$

(5) $y=\log_5\cos^3(5x^2+7)$

1.2　函数极限

函数极限是高等数学的重要概念之一，是研究自变量在某一变化过程中函数的变化趋势．高等数学中的导数、积分、级数等概念都是基于极限而定义或与之密切相关．因此，学习和掌握函数极限概念与计算方法是十分重要的．

1.2.1　数列的极限

考察下面数列 $\{x_n\}$ 的变化趋势：

(1) $-\frac{1}{2},-\frac{1}{4},-\frac{1}{8},\cdots,-\frac{1}{2^n},\cdots$

(2) $2,\frac{3}{2},\frac{4}{3},\cdots,\frac{n+1}{n},\cdots$

(3) $2,\frac{1}{2},\frac{4}{3},\cdots,\frac{n+(-1)^{n-1}}{n},\cdots$

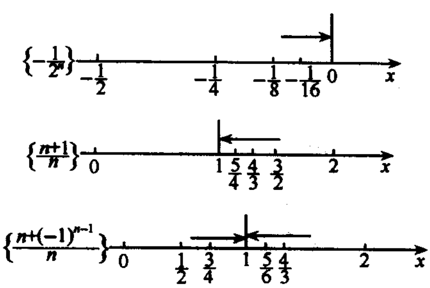


图 1.10

为清楚起见，将它们的前 n 项分别在数轴上表示出来，如图 1.10 所示．

从图可以看出，当 n 无限增大时，表示数列(1)的点逐渐密集在 $x=0$ 的左侧，即数列 $\left\{-\frac{1}{2^n}\right\}$ 无限接近于 0；表示数列(2)

的点逐渐密集在 $x=1$ 的右侧，即数列 $\left\{\frac{n+1}{n}\right\}$ 无限接近于 1；表示数列(3)的点逐渐密集在 $x=1$ 的附近，即数列 $\left\{\frac{n+(-1)^{n-1}}{n}\right\}$ 无限接近于 1.

通过以上讨论可以看出，当 n 无限增大时，数列 $\{x_n\}$ 无限趋近于某个确定的常数，从而给出下面定义：

定义 4 对于数列 $\{x_n\}$，如果当 n 无限增大时，x_n 无限趋近于某个确定的常数 A，那么 A 叫做数列 $\{x_n\}$ 的极限，记作

$$\lim_{n\to\infty} x_n = A \quad 或 \quad x_n \to A(n\to\infty)$$

由此定义可知，数列(1)的极限为 0，即 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(-\frac{1}{2^n}\right)=0$；数列(2)的极限为 1，即 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n+1}{n}=1$；数列(3)的极限为 1，即 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n+(-1)^{n-1}}{n}=1$.

定义 4 中的含义是：当 n 充分大时，x_n 与 A 的差的绝对值 $|x_n-A|$ 可以任意地小，并且要多小就可以多小，数列的这种变化趋势常用下面的定义给予精确的数量描述.

定义 5 对于任意给定的正数 ε，总有自然数 N 存在，使得当 $n>N$ 时，不等式

$$|x_n - A| < \varepsilon$$

总成立，则称数列 $\{x_n\}$ 以常数 A 为极限．记作

$$\lim_{n\to\infty} x_n = A \quad 或 \quad x_n \to A(n\to\infty)$$

定义 5 中的"当 $n>N$ 时，不等式 $|x_n-A|<\varepsilon$ 总成立"这句话，用几何上的话说就是：第 N 项以后的一切项将全部落入点 A 的 ε 邻域内.

【例 1.6】 观察下列数列的极限

(1) $x_n=1+\frac{(-1)^{n+1}}{n}$

(2) $x_n=q^{n-1}(|q|<1)$

解 通过观察可知，以上两个数列有如下变化趋势：

(1) $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=\lim\limits_{n\to\infty}\left[1+\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right]=1$

(2) $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=\lim\limits_{n\to\infty}q^{n-1}=0(|q|<1)$

【例 1.7】 求常数数列 $x_n=5$ 的极限.

解 这个数列的各项都是 5，故

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \lim_{n\to\infty} 5 = 5$$

【例 1.8】 利用定义 5 证明数列

$$1,-\frac{1}{2},\frac{1}{3},-\frac{1}{4},\cdots,(-1)^{n-1}\frac{1}{n},\cdots$$

的极限是零.

证明　对于任意给定的 $\varepsilon>0$,为了使

$$|x_n-0|=\left|(-1)^{n-1}\frac{1}{n}-0\right|=\frac{1}{n}<\varepsilon$$

只需 $n>\frac{1}{\varepsilon}$,因此,只要取自然数 $N\geqslant\frac{1}{\varepsilon}$,则当 $n>N$ 时,不等式

$$|x_n-0|=|x_n|<\varepsilon$$

总成立.所以这个数列的极限是零.

一般地,任何一个常数数列的极限就是这个常数本身,即

$$\lim_{n\to\infty}C=C(C\text{ 为常数})$$

注意:并不是任何数列都有极限,有些数列就没有极限.例如 $x_n=2^n$,当 $n\to\infty$ 时,x_n 的数值无限增大,它不趋向于一个数值,所以就没有极限.

1.2.2　函数的极限

1. 函数 $f(x)$ 当 $x\to\infty$ 时的极限

数列是一种特殊的函数,下面将这种特殊函数的极限概念推广到一般函数的极限概念.

考察函数 $f(x)=\frac{1}{x}$. 从图 1.11 中可以看出,当自变量 x 取正值无限增大时(记作 $x\to+\infty$),函数 $f(x)=\frac{1}{x}$ 无限趋近于常数 0,此时我们称 0 为 $f(x)=\frac{1}{x}$ 当 $x\to+\infty$ 时的极限.

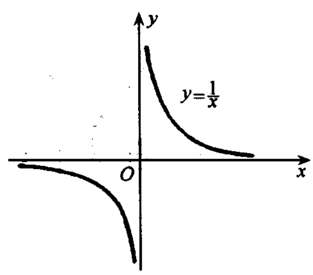


图 1.11

一般来说,有如下定义:

定义 6　如果当自变量 x 无限增大时,函数 $f(x)$ 无限趋近于某个确定的常数 A,那么常数 A 叫做函数 $f(x)$ 当 $x\to+\infty$ 时的极限,记作

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=A\quad\text{或}\quad f(x)\to A(x\to+\infty)$$

由上述定义可知,$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x}=0$.

同样,从图 1.11 中可以看出,当自变量 x 取负值而绝对值无限增大时(记为 $x\to-\infty$),函数 $f(x)=\frac{1}{x}$ 无限趋近于常数 0,此时我们称 0 为函数 $f(x)=$

$\frac{1}{x}$当$x\to-\infty$时的极限.

关于$x\to-\infty$时函数极限的定义可仿照上述定义给出.

定义 7 若$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=A$(常数),则常数$A$叫做函数$f(x)$当$x\to\infty$时的极限,记作

$$\lim_{x\to\infty}f(x)=A \quad 或 \quad f(x)\to A \quad (x\to\infty)$$

由上面讨论可知,$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}=0$.

【例 1.9】 (1) 求$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^x$和$\lim\limits_{x\to-\infty}2^x$

(2) 求$\lim\limits_{x\to+\infty}\arctan x$和$\lim\limits_{x\to-\infty}\arctan x$

解 (1) 由图 1.12 可知

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^x=0 \qquad \lim_{x\to-\infty}2^x=0$$

(2) 由图 1.13 可知

$$\lim_{x\to+\infty}\arctan x=\frac{\pi}{2}$$

$$\lim_{x\to-\infty}\arctan x=-\frac{\pi}{2}$$

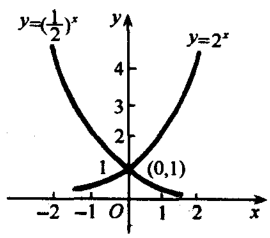


图 1.12

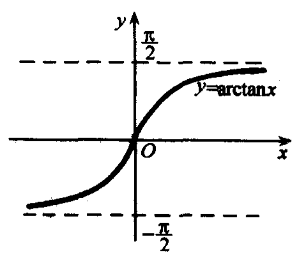


图 1.13

由于当$x\to+\infty$和$x\to-\infty$时,函数$y=\arctan x$不是无限接近同一个确定的常数,所以$\lim\limits_{x\to\infty}\arctan x$不存在.

2. 函数 $f(x)$ 当 $x\to x_0$ 时的极限

先看下面的例子:

考察当$x\to3$时,函数$f(x)=\frac{1}{3}x+1$的变化趋势.

设x从 3 的左侧无限接近于 3,即x取 2.9,2.99,2.999,…,3 时,对应的函数$f(x)$的值从 1.97,1.997,1.9997,…,2.