

人教版课标本

200万套销量

名誉主编 雷洁琼

丛书主编 希 扬

三点一测丛书

树 品 牌 典 范 拓 成 才 之 路

九年级数学 上

熊国启 张佑胜 主编



探究目标



探究指导



快乐套餐

科学出版社 龙门书局

☆ 与 2006 年人教版最新教材同步 ☆

三点一测丛书

九年级数学(上)

- ◎ 本册主编：熊国启 张佑胜
- ◎ 编 者：黄新元 熊国启
张佑胜 程 强
孙全喜 孙海涛
张维新 万小华

科学出版社 龙门书局

北 京

版权所有 翻印必究

举报电话:(010)64034160,13501151303(打假办)

邮购电话:(010)64034160

图书在版编目(CIP)数据

三点一测丛书.九年级数学.上:人教版课标本/希扬主编;熊国启,张佑胜分册主编.一北京:科学出版社 龙门书局,2006

ISBN 7-5088-0981-5

I.三… II.①希…②熊…③张… III.数学课—初中—教学参考资料 IV.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 032785 号

组稿编辑:王 敏/责任编辑:韩 博

封面设计:东方上林工作室

科学出版社 出版
龙 门 书 局

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.longmenbooks.com>

北京人卫印刷厂印刷

科学出版社总发行 各地书店经销

*

2006 年 4 月第 一 版 开本:A5(890×1240)

2006 年 4 月第一次印刷 印张:11 3/4

印数:1—50 000 字数:405 000

定 价:16.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

教育为振兴
中华之本

雷洁琼



一九九九年三月

曾任全国人大常委会副委员长的雷洁琼为《三点一测丛书》题词

编者的话

同学们，你们好！

一个新的学期又开始了，你们满载着社会、家长、老师的希望又要扬帆起航了。新的知识等待着你们去探索，新的领域等待着你们去开辟，衷心祝愿你们在新的学期里有许多新的收获！

针对你的聪明、好学、想像力丰富的特点，国家义务教育课程标准规定要在教材的创新性、探究性、开放性、实践性上大力加强，要更新教学观念，更新教学模式……这样多么有利于你们的发展呀！正是基于这样的想法，我们这些热衷于教育事业的老师们决定为同学们编排这本书。这些老师都是重点学校很有教学经验的高级教师，他们以人教版“义务教育课程标准实验教科书”为蓝本进行编写，选取的题目也是老师们精心设计的。你做一做就会发现，题目特别新颖、有趣，而且还有一些很有生活情趣和思考价值的题目。

在每一小节“走进神奇”的栏目中，我们精心设计了一些很有生活情趣的问题，从中你将体会到老师们的良苦用心。此外，老师们还设计了“数学宫殿”栏目，对课本中的一些重点知识进行解答，帮助同学们解决课堂上还不太懂的问题。其中，丰富的例题和具有举一反三作用的“类题练习”将帮助同学们快速的掌握所学知识。在“探究活动”栏目中老师们会出一些颇具思考价值的题目，并和同学们一起探讨、研究。“快乐套餐”能让你在各类题目中自由选择，那时你可以扬起坚实的风帆，在知识的海洋里遨游了。

做题的确是一件挺枯燥的事，但是通过练习我们可以磨炼意志，增长知识，当你通过努力获得成功，取得进步的时候，大家一定会为你喝彩，你也一定会有说不出的高兴。

编者

目 录

第二十一章 二次根式	(1)
21.1 二次根式	(1)
21.2 二次根式的乘除	(9)
21.3 二次根式的加减	(21)
本章小结	(29)
本章综合能力测试	(34)
第二十二章 一元二次方程	(38)
22.1 一元二次方程	(38)
22.2 降次——解一元二次方程	(50)
22.2.1 配方法	(50)
22.2.2 公式法	(60)
22.2.3 因式分解法	(73)
22.3 实际问题与一元二次方程	(85)
本章小结	(103)
本章综合能力测试	(111)
第二十三章 旋转	(115)
23.1 图形的旋转	(115)
23.2 中心对称	(126)
23.3 课题学习 图案设计	(138)
本章小结	(147)
本章综合能力测试	(156)
期中测试题	(162)
第二十四章 圆	(167)
24.1 圆	(167)
24.1.1 圆	(167)
24.1.2 垂直于弦的直径	(173)
24.1.3 弧、弦、圆心角	(181)
24.1.4 圆周角	(188)
24.2 与圆有关的位置关系	(200)
24.2.1 点和圆的位置关系	(200)

24.2.2 直线和圆的位置关系	(206)
24.2.3 圆和圆的位置关系	(218)
24.3 正多边形和圆	(228)
24.4 弧长和扇形面积	(236)
24.4.1 弧长和扇形面积	(236)
24.4.2 圆锥的侧面积和全面积	(243)
本章小结	(250)
本章综合能力测试	(259)
第二十五章 概率初步	(264)
25.1 概率	(264)
25.2 用列举法求概率	(274)
25.3 利用频率估计概率	(287)
25.4 课题学习 键盘上字母的排列规律	(294)
本章小结	(296)
本章综合能力测试	(303)
期末测试题	(308)
参考答案与点拨	(313)
知识点索引	(363)



第二十一章 二次根式

本章综述

1. 课程标准要求

- (1) 理解二次根式及其相关概念.
- (2) 会用积和商的算术平方根的性质对二次根式进行化简.
- (3) 能用二次根式的加、减、乘、除运算法则进行相关计算.
- (4) 能够用含二次根式的代数式表示实际问题中的数量关系.

2. 学科及中考中的地位

本章学习的内容是前面已学习过的“平方根”、“实数”等内容的继续,为以后学习一元二次方程及其他知识打下基础.通过对本章内容的学习,可以把有理数的四则运算法则的实用领域扩展到整个实数范围,使得实数范围的四则运算形成了一个相对完整的体系.在中考试卷中,本章内容多以确定含有二次根式的函数自变量的取值范围,以及与一元二次方程、几何问题、实际应用问题综合等形式出现.



21.1 二次根式



走进神奇

小明和几个同学去野营,他们带了一架锥形的帐篷(如图 21-1-1),展开时伞面的长度为 4 m,伞的支撑杆高度为 2 m,请帮他们计算,要搭建帐篷宿营,至少需要多大的空地?

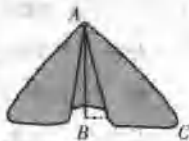


图 21-1-1

探究指导



数学宫

1. 二次根式的概念

一般地,我们把形如 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$)的式子叫做二次根式,“ $\sqrt{\quad}$ ”称为二次根号, a

为被开方数.

二次根式的定义可从以下两个方面加深理解:

(1) 从形式上看,二次根式必须是带有根号“ $\sqrt{\quad}$ ”的式子,如 $\sqrt{3}$, $\sqrt{4}$, $\sqrt{\frac{1}{2}}$, $\sqrt{a^2+1}$ 等都是二次根式.

(2) 二次根式 $\sqrt{a}$ 中的被开方数 a ,可以是实数,也可以是代数式,但必须有 $a \geq 0$;若 $a < 0$, $\sqrt{a}$ 无意义,这个式子也就不是二次根式.

【例 1】 指出下列各式的二次根式.

$$\sqrt{-3}, 2\sqrt{4}, \sqrt{2}, \sqrt{x^2+1}, \sqrt{a}, \sqrt{-m}(m \leq 0), \sqrt[3]{-8}$$

分析 $\sqrt{-3}$ 中被开方数 $-3 < 0$,因此 $\sqrt{-3}$ 不是二次根式; 2 不带有“ $\sqrt{\quad}$ ”不是二次根; $\sqrt{4}$, $\sqrt{2}$ 是二次根式; $\sqrt{x^2+1}$ 中的 x^2+1 恒为正数,所以 $\sqrt{x^2+1}$ 是二次根式; $\sqrt{a}$ 中的 a 的范围没有明确,它可能是二次根式,也可能不是二次根式; $\sqrt{-m}(m \leq 0)$ 带有“ $\sqrt{\quad}$ ”且被开数为非负数,因此 $\sqrt{-m}(m \leq 0)$ 是二次根式; $\sqrt[3]{-8}$ 中的“ $\sqrt[3]{\quad}$ ”不同于二次根号,因此 $\sqrt[3]{-8}$ 不是二次根式.

解 式子中的二次根式为 $\sqrt{4}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt{x^2+1}$, $\sqrt{-m}(m \leq 0)$.

特别提醒 虽然 $\sqrt{4}=2$,但不能说 2 是二次根式,当然也不能说 $\sqrt{4}$ 不是二次根式; $\sqrt{a}$ 中如果没有明确 $a \geq 0$,也不能够肯定它是二次根式.判断一个式子是否为二次根式,应看其原始形式是否符合二次根式定义中涉及的两个特征,不能受其化简后的结果的影响.

【例 2】 当 x 取怎样的实数时,① $\sqrt{x-1}$,② $\sqrt{2-x}$,③ $\sqrt{-x-3}$,④ $\sqrt{2+x^2}$ 在实数范围内有意义.

分析 在实数范围内负数没有平方根,要使 $\sqrt{a}$ 有意义,必须有 $a \geq 0$.

解 ①由 $x-1 \geq 0$,得 $x \geq 1$, $\therefore$ 当 $x \geq 1$ 时, $\sqrt{x-1}$ 在实数范围内有意义;

②由 $2-x \geq 0$,得 $x \leq 2$, $\therefore$ 当 $x \leq 2$ 时, $\sqrt{2-x}$ 在实数范围内有意义;

③由 $-x-3 \geq 0$,得 $x \leq -3$, $\therefore$ 当 $x \leq -3$ 时, $\sqrt{-x-3}$ 在实数范围内有意义;

④不论 x 为何实数,总有 $2+x^2 \geq 2$,即 $2+x^2$ 恒为正数,因此, x 为任意实数, $\sqrt{2+x^2}$ 在实数范围内都有意义.

点评 此类问题通常是转化成解不等式问题.

2. $\sqrt{a}(a \geq 0)$ 是一个非负数

当 $a > 0$ 时, $\sqrt{a}$ 表示 a 的算术平方根,因此 $\sqrt{a} > 0$;当 $a = 0$ 时, $\sqrt{a}$ 表示 0 的算术

平方根,因此 $\sqrt{a}=0$,所以 $\sqrt{a}(a \geq 0)$ 总是一个非负数.

【例3】 已知 $\sqrt{-\frac{1}{a}}$ 有意义,那点 $A(a, \sqrt{-a})$ 在_____象限.

A. 第一 B. 第二 C. 第三 D. 第四

分析 $\sqrt{-\frac{1}{a}}$ 有意义,所以 $-\frac{1}{a}$ 为正数, a 为负数,进一步可知 $\sqrt{-a}$ 是一个正数, A 点的横坐标为负数,纵坐标是一个正数,这个点在第二象限.

答案 B

点评 此题其实涉及两个基本问题:其一, $\sqrt{-\frac{1}{a}}$ 有意义,则 $-\frac{1}{a} > 0$;其二, $\sqrt{-a}$ 是一个非负数($a \neq 0$ 时,它是一个正数).

3. $\sqrt{a}$ 的平方

根据算术平方根的意义, $\sqrt{a}(a \geq 0)$ 是一个平方等于 a 的非负数,因此,可以得到一个重要公式:

$$(\sqrt{a})^2 = a(a \geq 0)$$

【例4】 计算:

$$(1) \left(\sqrt{\frac{5}{2}}\right)^2 \quad (2) (-3\sqrt{2})^2 \quad (3) (\sqrt{x+1})^2 (x \geq -1).$$

分析 (1),(3)可直接利用公式 $(\sqrt{a})^2 = a(a \geq 0)$ 写出结果;(2)可以先利用 $(ab)^2 = a^2 b^2$ 把它写成 $(-3)^2 \cdot (\sqrt{2})^2$,再进行化简求值.

$$\text{解} \quad (1) \left(\sqrt{\frac{5}{2}}\right)^2 = \frac{5}{2}$$

$$(2) (-3\sqrt{2})^2 = (-3)^2 (\sqrt{2})^2 = 9 \times 2 = 18$$

$$(3) (\sqrt{x+1})^2 = x+1 (x \geq -1)$$

归纳 一个非负实数的算术平方根的平方,仍得这个非负实数.

4. a^2 的算术平方根

根据算术平方根的意义, $\sqrt{a^2}$ 表示 a^2 的算术平方根,而当 $a \geq 0$ 时, a^2 的算术平方根为 a ,因此,可以得到下列公式:

$$\sqrt{a^2} = a(a \geq 0)$$

【例5】 计算:

$$(1) \sqrt{25} \quad (2) \sqrt{(-7)^2} \quad (3) \sqrt{(1-\sqrt{2})^2} \quad (4) \sqrt{(\pi-3.14)^2}$$

分析 将上述根式的被开方数转化成一个非负实数的平方的形式,再直接套

用公式即可求出结果.

解 (1) $\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$

(2) $\sqrt{(-7)^2} = \sqrt{49} = \sqrt{7^2} = 7$

(3) $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} = \sqrt{2}-1$

(4) $\sqrt{(\pi-3.14)^2} = \pi-3.14 (\because \pi > 3.14)$

提醒 只有把一个二次根式的被开方数写成了一个非负实数的平方的形式时,才能直接引用公式 $\sqrt{a^2} = a (a \geq 0)$.



聪明屋

5. 怎样把非负数写成平方的形式

把公式 $(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0)$ 反过来写,即为 $a = (\sqrt{a})^2 (a \geq 0)$. 利用它可以将一个非负数写成一个实数的平方的形式,例如, $5 = (\sqrt{5})^2$, $\frac{1}{2} = \left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2$.

【例6】 在实数范围内因式分解.

(1) $x^2 - 2$

(2) $x^2 - 2\sqrt{5}x + 5$

分析 (1) 因为 $2 = (\sqrt{2})^2$, 所以 $x^2 - 2 = x^2 - (\sqrt{2})^2$, 这样便可以用平方差公式进行因式分解; (2) 由于 $5 = (\sqrt{5})^2$, 所以 $x^2 - 2\sqrt{5}x + 5$ 可以写成一个完全平方式.

解 (1) $x^2 - 2 = x^2 - (\sqrt{2})^2 = (x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2})$

(2) $x^2 - 2\sqrt{5}x + 5 = x^2 - 2\sqrt{5}x + (\sqrt{5})^2 = (x - \sqrt{5})^2$

点评 许多以前不能进行因式分解的题目, 由于有了公式 $a = (\sqrt{a})^2 (a \geq 0)$ 的出现, 现在就可以因式分解了, 因而, 多项式因式分解的范围可以延伸到实数范围进行.

类题练习

1-1 因式分解

(1) $2x^2 - 1$

(2) $3x^2 + 2\sqrt{3}x + 1$

1-2 把下列式子写成两个因式的积的形式

(1) $m - 2\sqrt{m} \cdot \sqrt{n} + n$

(2) $x - 2\sqrt{x} + 1$

6. 如何确定含有二次根式的函数的自变量的取值范围

【例 7】 (2005·山西) 函数 $y = \frac{\sqrt{x-3}}{x-4}$ 有意义, 自变量 x 的取值范围是_____.

分析 要使 $y = \frac{\sqrt{x-3}}{x-4}$ 有意义, 需满足 $x-3 \geq 0$ 且 $x-4 \neq 0$, $\therefore x \geq 3$ 且 $x \neq 4$.

答案 $x \geq 3$ 且 $x \neq 4$

解题规律 此类问题一般可从两个方面来寻找确定自变量取值范围的关系式: ①二次根号下面的被开方数为非负数; ②分母不能为零.

类题练习

2-1 (2005·四川) 函数 $y = \frac{\sqrt{x}}{x-1}$ 中 x 的取值范围是 ()

A. $x \geq 0$ B. $x < 0$ 且 $x \neq 1$ C. $x < 0$ D. $x \geq 0$ 且 $x \neq 1$

2-2 函数 $y = \frac{\sqrt{x-1}}{x+1}$ 中 x 的取值范围是_____.

7. $(\sqrt{a})^2$ 与 $\sqrt{a^2}$ 的联系与区别

(1) $(\sqrt{a})^2$ 与 $\sqrt{a^2}$ 的联系: 当 $a \geq 0$ 时, $(\sqrt{a})^2$ 与 $\sqrt{a^2}$ 的值都等于 a .

(2) $(\sqrt{a})^2$ 与 $\sqrt{a^2}$ 的区别: ①从形式和运算次序看, 前者是先开方再平方, 后者是先平方再开方; ②从 a 的取值范围看, $(\sqrt{a})^2$ 中的 a 只能为非负数, 即 $a \geq 0$, 而 $\sqrt{a^2}$ 的 a 可以是任意实数; ③从运算结果看, $(\sqrt{a})^2$ 的值总是等于 a , 而 $\sqrt{a^2}$ 的值可能是 $a (a \geq 0)$, 也有可能为 $-a (a < 0)$.

【例 8】 计算: $(\sqrt{-a})^2 + \sqrt{a^2}$

分析 题目中有 $\sqrt{-a}$ 出现, 表明 $-a$ 为非负数, $\therefore a \leq 0$, 此时 $\sqrt{a^2} = -a$.

解 $(\sqrt{-a})^2 + \sqrt{a^2} = -a + (-a) = -2a$

特别提醒 这里虽然没有明确指出 a 的取值范围, 但通过题目中有“ $\sqrt{-a}$ ”出现, 可以判断出 $a \leq 0$, 利用隐含在题目中的这一条件, 又可以对 $\sqrt{a^2}$ 实施化简.

8. $\sqrt{a}$ 为整数的条件

当 a 为一个整数的平方时, $\sqrt{a}$ 的值就是一个整数.

【例 9】 $\sqrt{12-n}$ 为一个整数, 求自然数 n 的值.

分析 利用 n 为自然数及 $12-n \geq 0$, 可以先确定 n 的取值范围. 另外, 如果 $\sqrt{12-n}$ 为一个整数, 那么 $12-n$ 一定是一个整数的平方.

解 根据题意, 有 $12-n \geq 0$, 且 $n \geq 0$, $\therefore 0 \leq n \leq 12$

$0 \leq 12-n \leq 12$, 又 $\because 12-n$ 是一个完全平方数

$\therefore 12-n$ 只能是 9, 4, 1 或 0

当 $12-n=9$ 时, $n=3$

当 $12-n=4$ 时, $n=8$

当 $12-n=1$ 时, $n=11$

当 $12-n=0$ 时, $n=12$

综上所述, n 的值为: 3 或 8 或 11 或 12.

解题技巧 根据二次根式的意义, 确定 $12-n$ 的取值范围, 利用 n 为自然数及以 $12-n$ 为一个完全平方数来逐步缩小这个范围, 最终确定 n 的值.

美题练习

3-1 若 $\sqrt{18n}$ 是整数, 求正整数 n 的最小值.

3-2 若 $\sqrt{24-3n}$ 为整数, 求自然数 n 的值.



综合探究

9. 二次根式与非负数问题

(1) 只有非负数才有算术平方根, 因此, 二次根式的被开方数一定是一个非负数.

【例 10】 已知 $y = \sqrt{2-x} + \sqrt{x-2} + 3$, 求 $x^3 - y^3$ 的值.

分析 要使 $\sqrt{2-x}$ 和 $\sqrt{x-2}$ 有意义, 必须满足 $2-x \geq 0$ 和 $x-2 \geq 0$, 这样可以求得 x 的值为 2, 进一步可求出 y 的值来.

解 根据题意, 得

$$\begin{cases} 2-x \geq 0 \\ x-2 \geq 0 \end{cases} \quad \therefore x=2$$

进一步有 $y=3$, $\therefore x^3 - y^3 = 2^3 - 3^2 = -1$

归纳 如果同一个题目中的两个二次根式的被开方数互为相反数时, 那么这两个被开方数只能同时为零.

美题练习

4-1 已知 $b = \sqrt{a} + \sqrt{-a} - 1$, 求点 $P(a, b)$ 的坐标.

(2) 二次根式 $\sqrt{a}$ 中, 共涉及两个非负数问题: 第一, a 是非负数; 第二, $\sqrt{a}$ 也是一个非负数.

【例 11】 (2005·河北)若实数 a, b 满足 $\sqrt{b-2a+3} + |a+b-2| = 0$, 则 $ab =$

分析 由于 $\sqrt{b-2a+3} \geq 0$ 且 $|a+b-2| \geq 0$

$$\therefore \begin{cases} b-2a+3=0 \\ a+b-2=0 \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} a=\frac{5}{3} \\ b=\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\text{所以 } ab = \frac{5}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{5}{9}$$

答案 $\frac{5}{9}$

解题规律 如果若干个非负数的和为零, 那么, 这些非负数只能同时为零.

10. 二次根式与几何问题的综合运用

许多几何计算问题, 都有可能涉及二次根式的知识.

【例 12】 如图 21-1-2, 已知直线 $l_1: y=x-1$ 与 y 轴交于 C , 直线 $l_2: y=-x+3$ 与 y 轴交于 B , 两直线交于 A 点.

(1) 判断 $\triangle ABC$ 的形状;

(2) 如果将 $\triangle ABC$ 沿着 AC 旋转, 求所得旋转体的体积.

分析 (1) 求出 A, B, C 三点的坐标再计算出 AB, BC, AC 的长度, 即可判断 $\triangle ABC$ 的形状; (2) 由 (1) 可以得到 $\triangle ABC$ 为直角三角形, 以 AC 为轴旋转, 得到的几何体是一个高为 AC , 底面半径长为 AB 的圆锥体, 利用圆锥的体积计算公式可以求出旋转体的体积.

解 (1) 因为直线 l_1 的解析式为 $y=x-1$, 所以 C 点的坐标为 $(0, -1)$, 同样地可以求出直线 l_2 与 y 轴的交点 B 的坐标为 $(0, 3)$.

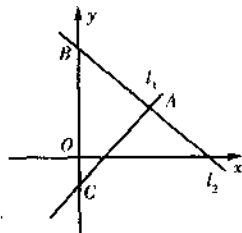


图 21-1-2

$$\text{解方程组 } \begin{cases} y=x-1 \\ y=-x+3 \end{cases} \quad \text{得 } \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$$

所以, A 点的坐标为 $(2, 1)$, 于是, $BC=4$

$$\text{由勾股定理可求得 } AC = \sqrt{2^2 + [1 - (-1)]^2} = 2\sqrt{2}$$

$$AB = \sqrt{2^2 + (3-1)^2} = 2\sqrt{2} \quad \therefore BC^2 = AC^2 + AB^2 = 16$$

所以, $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形.

(2) 以 AC 为旋转轴, 将 $\triangle ABC$ 旋转, 得到的旋转体为圆锥, 其高为 $AC=2\sqrt{2}$,

底面圆的半径为 $AB=2\sqrt{2}$, 体积为 $\frac{1}{3}\pi \cdot (2\sqrt{2})^2 \cdot 2\sqrt{2} = \frac{8}{3}\pi \cdot 2\sqrt{2} = \frac{16\sqrt{2}}{3}\pi$.

所以,这个旋转体的体积为 $\frac{16\sqrt{2}}{3}\pi$.

解题技巧 发现 $\triangle ABC$ 为直角三角形是本题的关键,有了这一发现,我们可以知道把 $\triangle ABC$ 以 AC 为旋转轴进行旋转,所得的旋转体为一个圆锥体.

类题练习

5-1 如图 21-1-3,已知直线 $BC: y = -2x - 4$ 与 x 轴交于 B 点与 y 轴交于 C 点, A 点的坐标为 $(-4, -1)$, 连 AC, AB .

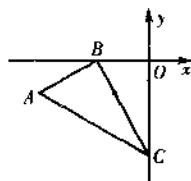


图 21-1-3

- (1) 判断 $\triangle ABC$ 的形状;
- (2) 如果将 $\triangle ABC$ 沿着 AB 旋转,求所得的旋转体的体积.

课本习题答案

P8 习题 21.1

1. (1) $a \geq -2$ (2) $a \leq 3$ (3) $a \geq 0$ (4) $a \leq 0$

2. (1) 5 (2) 0.2 (3) 0.6 (4) $\frac{2}{3}$

3. (1) $\sqrt{\frac{S}{\pi}}$ (2) $2\sqrt{\frac{S}{6}}, 3\sqrt{\frac{S}{6}}$

4. (1) $c = 13$ (2) $b = \sqrt{7}$ (3) $a = \sqrt{19}$

5. $r = \sqrt{13}$ cm 6. $2\sqrt{2}$ m

7. (1) $n = 2, 9, 14, 17, 18$ (2) $n = 6$

8. (1) 等腰直角三角形 (2) $\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$

快乐套餐



练一练, 你会了吗?

1. (2005·沈阳) 函数 $y = \frac{x}{\sqrt{x+2}}$ 中自变量 x 的取值范围是 ()

A. $x > -2$ B. $x \geq 2$ C. $x > -2$ 且 $x \neq 0$ D. $x > 0$

2. $(-\sqrt{-a})^2$ 的值为 ()

A. a B. $-a$

C. 0

D. a 或 $-a$

3. 计算

(1) $(\sqrt{1.5})^2$

(2) $(5\sqrt{2})^2$

(3) $\sqrt{16}$

(4) $\sqrt{(-5)^2}$

4. 把下列非负实数写成平方的形式

(1) 9

(2) $\frac{1}{3}$

(3) a

(4) x^2+1



试一试, 经历这些活动

5. $2+\sqrt{3-x}$ 的最小值为 _____, 此时 x 的值是 _____.

6. 若 $y=\sqrt{x-3}+\sqrt{3-x}+\frac{1}{3}$, 则 $xy=$ _____.

7. (2005·黄冈) 已知 x, y 为实数, 且 $\sqrt{x-1}+3(y-2)^2=0$, 则 $x-y=$ _____.

8. (2005·镇江) 若 $|a|=5, \sqrt{b^2-3}, ab>0$, 则 $a+b=$ _____.



想一想, 如何探究?

9. (2004·河南) 如果 $\sqrt{(x-2)^2}=x-2$, 那么 x 的取值范围是 _____.

10. 若 $\sqrt{125n}$ 的值是正整数, 那么自然数 n 的最小值为 _____.

11. 如图 21-1-4, 已知一个正方体的表面积为 12.

(1) 求正方形的棱长;

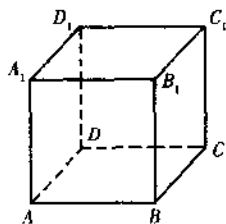
(2) 一只蚂蚁欲从正方体表面上的 A 处爬到 C_1 处, 求蚂蚁爬行的最短的路线的长度.

图 21-1-4



21.2 二次根式的乘除



走进神奇

俄国伟大作家托尔斯泰, 在他的作品《一个人需要很多土地吗?》中, 讲述了

一个叫巴河姆的人购买土地的故事. 卖地的人说, 只要巴河姆出 1000 卢布, 那么他从日出到日落走过的路线所围成的土地都归他. 巴河姆从日出开始, 向前走了 10 俄里, 向左拐弯, 接着又走了许久, 再向左拐弯又走了 2 俄里, 这时他发现天色不早, 而他离出发点还有 16 俄里的路程, 于是他又一次改变方向, 赶回出发地, 请你算一算, 他这一天一共走了多少路? 他走过的路围成的土地有多大面积?



1. 二次根式的乘法

一般地, 对二次根式的乘法规定

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab} (a \geq 0, b \geq 0)$$

即非负实数 a, b 的算术平方根的积等于 a, b 的积的算术平方根.

【例 1】 计算:

$$(1) \sqrt{2} \times \sqrt{3} \quad (2) \sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{8} \quad (3) \sqrt{6} \times \sqrt{54}$$

分析 直接利用二次根式乘法法则进行.

$$\text{解 } (1) \sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{2 \times 3} = \sqrt{6}$$

$$(2) \sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{8} = \sqrt{\frac{1}{2} \times 8} = \sqrt{4} = 2$$

$$(3) \sqrt{6} \times \sqrt{54} = \sqrt{6 \times 54} = \sqrt{18^2} = 18$$

归纳 两个二次根式的积仍为一个二次根式, 积的被开方数是这两个二次根式的被开方数的积.

延伸 几个二次根式的积也是一个二次根式, 这个二次根式的被开方数是各因式的被开方数的积.

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \cdots \sqrt{n} = \sqrt{ab \cdots n} \quad (a \geq 0, b \geq 0, \cdots, n \geq 0)$$

2. 积的算术平方根

把 $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ 反过来, 就得到

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad (a \geq 0, b \geq 0)$$

这就是说, 两个非负数的积的算术平方根, 等于乘积中的这两个非负因数的