真正高考

精选典题　专家评析　闪电式提高

各个击破

圆100万学子清华北大梦！！

【审订】全国著名特高级教师
【主编】金　诚

打造学科状元

数学·直线与圆 圆锥曲线

安徽人民出版社

真正高考

精选典题　专家评析　闪电式提高

各个击破

圆100万学子清华北大梦！！

主　　编：金　诚
本册主编：汪小祥　王学亮
编　　者：傅永波　李玉强　赵书岩
周志勇　孙正文　林雪芬

数学·直线与圆、圆锥曲线

安徽人民出版社

责任编辑：王世超　周子瑞
装帧设计：秦　超

图书在版编目(CIP)数据

真正高考·各个击破　数学：普通高考专题解读/金诚主编.
—合肥：安徽人民出版社，2006
ISBN 7－212－02826－6

Ⅰ.真…　Ⅱ.金…　Ⅲ.数学课—高中—升学参考资料
Ⅳ.G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第031012号

真正高考·各个击破　数学·直线与圆、圆锥曲线

金诚　主编

出版发行：安徽人民出版社
地　　址：合肥市金寨路381号九州大厦　邮编：230063
经　　销：新华书店
制　　版：合肥市中旭制版有限责任公司
印　　刷：合肥杏花印务有限公司
开　　本：880×1230　1/32　印张：51　字数：150万
版　　次：2006年5月第1版　2006年5月第1次印刷
标准书号：ISBN 7－212－02826－6
定　　价：60.00元（共6册）
印　　数：00001—15000

前言

《真正高考》系列丛书之《数学》，按照国家最新考试大纲和最新教学大纲的要求编写，为便于教师指导、便于学生复习，均酌情按照知识的系统性编排.

全套书共分六册

第一册《选择题解法》　第二册《函数、不等式、导数》

第三册《三角函数与平方向量》　第四册《解析几何》

第五册《主体几何与空间向量》　第六册《数列、概率与统计》

栏目设置：

△考试内容及知识纲络：展示在每一章之首，使学生明确本章要掌握的知识范围.

△考纲要求：依据新的考试说明，对每一小节提出高考的具体要求，使学生明确每个知识点应达到的水平.

△知识要点：使学生明确本节内容主要知识点，便于学生查阅与记忆.

△典例解析：分析典型例题，尽量覆盖知识点和解题技巧与方法，力求上升为数学思考和数学方法，精选与本节相关的近两、三年高考题进行重点解析、创新，力求自然消化.

△基础达标训练、能力提升训练：收集了典型、新颖、考查能力的部分试题，使学生通过解题训练理解知识，掌握方法，形成能力，为高考做好充分准备.

△本章测试：编写少而精，新而优的题目，对本章相关知识点的掌握进行检测，便于查缺补漏，点点过关，步步为营.

本书在编写过程中尽量体现"一题多解"，"一法多用"注重对问题的点拨和解决问题后的点评，使学生能够学到举一反三和触类旁通的数学内容，努力体现化归数形结合，分类讨论，归纳猜想等数学的重要思想和方法，有助于学生把知识转化为能力，由能力上升为思想，重点突出，难点分散，便于学生的理解和掌握.

本书既适合高三学生专项强化使用，又适合于高中同步学习的强化及提高，是一本实用性的备考助学用书，尽管我们做了很大的努力，但由于客观条件所限，书中难免有疏漏不足之处，敬请广大读者批评指正.

编者

《真正高考》丛书编委会

Contents

目录

第1部分 直线和圆的方程

Contents

目录

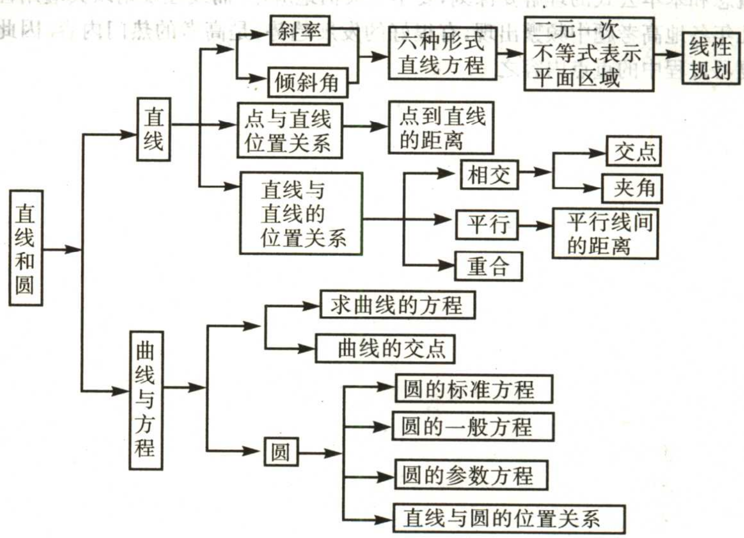
第Ⅰ部分　直线和圆的方程

内容概要

本章是解析几何的基础，也是高考对解析几何进行综合考查的重要组成部分之一. 因为直线和圆是最简单、最基本的几何图形. 研究直线和圆的思想与方法，也是解析几何研究的基本的思想与方法，同时也是后继学习的基础，所以直线和圆成为高考的必考内容，自然就可以理解了.

本章共 17 个知识点，能力要求的层次大部分是理解、掌握. 其中直线的斜率概念与公式，直线方程的形式，两直线的位置关系的判定方法，点到直线的距离公式，曲线与方程的关系，圆的方程，线性规划的简单应用，直线与圆的位置关系的判定是本章复习的重点.

结构框图



高考动态

(1)基本概念题和求在不同条件下的直线方程，基本概念题重点考查.〈ⅰ〉与直线方程特征值(主要指斜率、截距)有关的问题;〈ⅱ〉直线的平行和垂直的条件;〈ⅲ〉与距离有关的问题;〈ⅳ〉中心对称与轴对称问题.

(2)直线与圆综合性试题.

(3)线性规划问题.

(4)一次函数的应用问题.一次函数的图象是一条直线,因此函数、数列、不等式,复数等代数问题往往借助直线方程进行解决,考查学生的综合能力及创新能力.

3. 备考建议

(1)把握重点内容

应用本章知识主要解决四类问题:一是求直线和圆的方程;二是运用坐标公式求距离,求角度,求面积及圆的切线,弦长等问题;三是线性规划问题;四是直线和圆的综合问题.

(2)重视思想方法的应用.

在解决上述问题的过程中,涉及到数形结合,函数与方程等价转换,分类讨论等数学思想.涉及到坐标法,向量法,参数法,消元法,配方法,待定系数法,换元法等数学方法,以及利用韦达定理,判别式,曲线系方程,坐标法等解题技巧,因此,在复习过程中要善于对这些思想方法技巧进行系统的归纳总结.

(3)重视基础知识掌握,重视线性规划的应用.

由于高考对斜率公式,距离公式,对称等的考查比较灵活,因此在复习过程中对基本概念和基本公式的理解要深刻,要学会灵活地应用.而线性规划以其应用性强已在近几年各地高考题中频繁出现,有很好的发展趋势,是高考的热门内容.因此也是本章复习过程中的重点内容之一.

一 直线的方程

考纲要求

理解直线的倾斜角和斜率的概念，掌握过两点的直线的斜率公式，掌握由一点和斜率导出直线方程的方法；掌握直线方程的点斜式，两点式和直线方程的一般式，并能够根据条件熟练地求出直线方程.

内容概要

1. 直线的倾斜角与斜率：

(1)直线的倾斜角：在平面直角坐标中，直线的倾斜角是分两种情况定义的：第一种是对于与 x 轴相交的直线，把 x 轴绕着交点按逆时针方向旋转到和直线重合时所转的最小正角，叫做直线的倾斜角；第二种情况是当直线和 x 轴平行或重合时，规定直线的倾斜角为 $0°$.

因此，直线的倾斜角为 $0°\leqslant\alpha<180°$，这样定义倾斜角可以使平面内任何一条直线都有唯一的倾斜角.

倾斜角的大小反映了直线的倾斜程度.

(2)直线的斜率：倾斜角不是 $90°$ 的直线，它的倾斜角的正切叫做这条直线的斜率. 直线的斜率常用 k 表示，即 $k=\tan\alpha$. 倾斜角是 $90°$ 的直线没有斜率；倾斜角不是 $90°$ 的直线都有斜率，我们也可以理解为在斜角是 $90°$ 时，直线与 x 轴是垂直的，所以不“斜”，故无斜率.

(3)倾斜角与斜率之间的互化

①已知倾斜角 α，求斜率 k：$k=\begin{cases}\text{不存在}(\alpha=90°)\\ \tan\alpha(\alpha\neq 90°)\end{cases}$

②已知斜率 k，求倾斜角 α：$\alpha=\begin{cases}\arctan k(k\geqslant 0)\\ \pi+\arctan k(k<0)\end{cases}$

直线的倾斜角和斜率这两个概念联系紧密，但又有区别；直线的倾斜角是一个 $[0°,180°)$ 内的角，而斜率是一个任意实数，平面内的每一条直线都有唯一确定的倾斜角，但未必都有斜率，同样，一条直线斜率可能不存在，但它的倾斜角却是存在的，因此，直线的倾斜角与其斜率之间不是一一对应的关系.

(4)在解析几何中，我们是通过坐标系研究直线的，因而直线的斜率也可由坐标来表示，即由确定一直线的两点坐标来表示，即 $k=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x_1\neq x_2)$，这样可以通过直线上的两点的坐标来计算直线的斜率. 当倾斜角 $\alpha\in[0°,180°)$ 且 $\alpha\neq 90°$时，斜率 k

也是与实数一一对应的，所以斜率实质上将直线的倾斜角“代数化”了，这样，不仅为建立直线的方程提供了可能性，也为研究几何图形中的“角的比较”提供了代数方法.

2. 直线的方程：

直线方程的六种形式.

名称	方程的形式	常数的几何意义	适用范围
点斜式	$y-y_1=k(x-x_1)$	(x_1,y_1)是直线上一定点，k是斜率	不垂直于x轴
斜截式	$y=kx+b$	k是斜率，b是直线在y轴上的截距	不垂直于x轴
两点式	$\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$	(x_1,y_1)、(x_2,y_2)是直线上的两定点	不垂直于x轴和y轴
截距式	$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$	a是直线在x轴上非零截距，b是直线在y轴上非零截距	不垂直于x轴和y轴，且不过原点
一般式	$Ax+By+C=0$ $(A^2+B^2\neq0)$	斜率为$-\frac{A}{B}$，在x轴上截距为$-\frac{C}{A}$，在y轴上截距为$-\frac{C}{B}$	任何位置的直线
参数式	$\begin{cases}x=x_0+t\cos\alpha\\y=y_0+t\sin\alpha\end{cases}$ (t为参数)	(x_0,y_0)是直线上一定点，α是倾斜角，t是直线上点(x_0,y_0)到点(x,y)有向线段的数量	任何位置的直线

典题解析

例 1 已知有向线段AB的起点$A(1,4)$，终点$B(3,1)$若直线$y=kx+2$与线段AB的延长线相交，求k的取值范围.

点拨 直线$y=kx+2$. 不论k如何变化总过点$(0,2)$. 此题可从三个不同的方面

完成.

解析 (方法一:从交点坐标的位置上求之).

$\because l_{AB}:3x+2y-11=0$.

解方程组$\begin{cases}y=kx+2\\3x+2y-11=0\end{cases}$

得:$x=\dfrac{7}{2k+3},y=\dfrac{11k+6}{2k+3}$

$\because y=kx+2$ 与 AB 延长线相交,故只须

$x=\dfrac{7}{2k+3}>3$

即$-\dfrac{3}{2}<k<-\dfrac{1}{3}$.

$\therefore k$ 的取值范围$\left(-\dfrac{3}{2},-\dfrac{1}{3}\right)$

方法二(用定比值限制求 k 范围)

由于交点在 AB 的延长线上,不妨设交点 $M(x_0,y_0)$则 $\lambda=\dfrac{AM}{MB}<-1$($\lambda$ 为 M 分 AB 的定比值).

$\because\begin{cases}x_0=\dfrac{1+3\lambda}{1+\lambda}\\y_0=\dfrac{4+\lambda}{1+\lambda}\end{cases}$

又(x_0,y_0)在直线 $y=kx+2$ 上

$\therefore\dfrac{4+\lambda}{1+\lambda}=k\left(\dfrac{1+3\lambda}{1+\lambda}\right)+2$

则 $\lambda=\dfrac{2-k}{3k+1}<-1$

解答:$-\dfrac{3}{2}<k<-\dfrac{1}{3}$.

$\therefore k$ 的取值范围为:$-\dfrac{3}{2}<k<-\dfrac{1}{3}$.

方法三(直线 $y=kx+2$ 过$(0,2)$,用数形结合求 k 的范围)

$\because y=kx+2$ 过走点$(0,2)$.

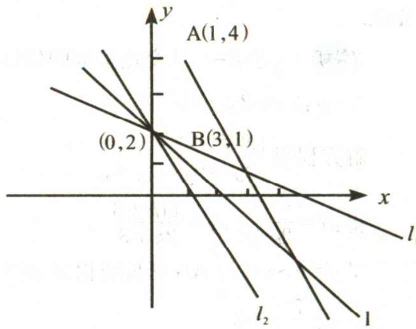
由右图知 l_1,l_2 之间直线 l 均满足题意,又 k 为 l 的斜率.

$\because k_{l_1}=\dfrac{2-1}{0-3}=-\dfrac{1}{3}$

$k_{l_2}=k_{AB}=\dfrac{4-1}{1-3}=-\dfrac{3}{2}$

故$-\dfrac{3}{2}<k<-\dfrac{1}{3}$

∴k 的取值范围为$\left(-\frac{3}{2},-\frac{1}{3}\right)$

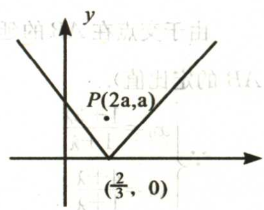


归纳警示 曲线方程 $mf(x,y)+g(x,y)=0$，除变量 x,y 以外出现了第三个变量 m，若$\begin{cases}f(x,y)=0\\g(x,y)=0\end{cases}$有解，则曲线方程一定过此解表示的点，由于不受 m 的影响故这些点是确定的，即曲线过这些定点，该结论经常用到相关问题的处理之中.

例 2 设 k,a 是实数，要使关于 x 的方程. $|3x-2|=kx-2ak+a$ 对于任意的 k 都有解，求实数 a 的取值范围.

点拨 若从解方程角度求 a 的范围是很困难的，而从数形结合意义上考虑则很容易解决之. $|3x-2|=kx-2ak+a$ 对任意 k 有解⇔函数 $y=|3x-2|$ 与函数 $y=kx-2ak+a$ 对任意的 k，两函数图案均有交点.

解析 令 $y=|3x-2|$



则 $y=kx-2ak+a$.

∵$y=k(x-2a)+a$，不论 k 如何变化均过点 $P(2a,a)$.

从右图上可知：若直线 $y=k(x-2a)+a$ 与函数 $y=|3x-2|$有交点（对任意的 k）则点 $(2a,a)$ 必须在函数 $y=|3x-2|$表示的图形的内部或在图象上，即：$|6a-2|\leqslant a$.

$$\Leftrightarrow\begin{cases}a\geqslant 0\\6a-2\leqslant a\Rightarrow a\leqslant\frac{2}{5}\\6a-2\geqslant -a\Rightarrow a\geqslant\frac{2}{7}\end{cases}$$

∴a 的取值范围为$\left[\frac{2}{7},\frac{2}{5}\right]$

归纳警示 $y=k(x-2a)+a$ 过定点 $(2a,a)$，即它是绕点 $(2a,a)$ 旋转的一簇直线，要明确. 另本题把解的问题转化为曲线方程表示的图形交点问题是数形结合问题中的一个典例，要熟练地理解掌握.

例 3 直线 l 沿 x 轴负方向平移 3 个单位，再沿 y 轴正方向平移一个单位后，又回到原来的位置，求直线 l 的斜率.

点拨 对于 $y=f(x)$，沿 x 轴负方向平移 3 个单位则函数式转化为 $y=f(x+3)$，再沿 y 轴正方向平移一个单位则转化为 $y-1=f(x+3)$. 根据这一平移思想转化. 易解题.

解析 设直线 l 的方程为 $y=kx+b$，向左平移的三个单位，向上平移一个单位后，直线 l' 为 $y-1=k(x+3)+b$，即 $l':y=kx+3k+b+1$

$\because l$ 与 l' 重合，故 $kx+3k+b+1=kx+b$

$\therefore k=-\frac{1}{3}$.

点评 对于 $y=f(x)$. 左移 m 个单位，则函数表达式变化为 $y=f(x+m)$，右移 n 个单位，则函数表达式变化为 $y=f(x-n)$，上移 a 个单位，则转化为 $y-a=f(x)$，下移 b 个单位，函数表达式变化为 $y+b=f(x)$. 而曲线方程 $f(x,y)=0$，同样满足这一规律变化，例向左移 3 个单位，向上移 1 个单位，则曲线方程变化为 $f(x+3,y-1)=0$.

例4 已知$\{a_n\}$是等差数列且公差不为零，它的前 n 项和为 S_n，设集合 $A=\left\{\left(a_n,\frac{S_n}{n}\right)\middle|n\in\mathbf{N}^*\right\}$，若以 A 中元素作为点的坐标，求证这些点都在同一条直线上，并求这条直线的斜率.

分析 三点共线问题可以通过斜率公式，两点间距离公式，直线方程. 向量平行等方法来证明，本题只须证明 A 中任意连续的三个点在同一条直线上即可.

解析 (方法一).

$\because A=\left\{\left(a_n,\frac{S_n}{n}\right)\middle|n\in\mathbf{N}^*\right\}$. 设$\{a_n\}$公差为 d. 则 $d\neq0$

不妨取 $A_n=\left(a_n,\frac{S_n}{n}\right)\quad A_{n+1}=\left(a_{n+1},\frac{S_{n+1}}{n+1}\right)\quad A_{n+2}=\left(a_{n+2},\frac{S_{n+2}}{n+2}\right)$

则 $k_{A_nA_{n+1}}=\dfrac{\frac{S_n+1}{n+1}-\frac{S_n}{n}}{a_n+1-a_n}=\dfrac{\frac{1}{2}(a_1+a_{n+1})-\frac{1}{2}(a_1+a_n)}{d}=\dfrac{\frac{1}{2}d}{d}=\dfrac{1}{2}$

$K_{A_{n+1}A_{n+2}}=\dfrac{\frac{S_{n+2}}{n+2}-\frac{S_{n+1}}{n+1}}{a_{n+2}-a_{n+1}}=\dfrac{\frac{1}{2}(a_1+a_{n+2})-\frac{1}{2}(a_1+a_{n+1})}{a_{n+2}-a_{n+1}}=\dfrac{1}{2}$

$\therefore k_{A_nA_{n+1}}=k_{A_{n+1}A_{n+2}}$.

故，A_n，A_{n+2}，均在过 A_{n+1}，且倾斜角为 $\arctan\frac{1}{2}$ 的直线上，$\therefore A_n,A_{n+1},A_{n+2}$ 三点共线，由 n 的任意性($n\in\mathbf{N}^*$)，A 中的元素为点的坐标的点都在同一条直线上，且斜率 $k=\frac{1}{2}$.

解析 (方法二).

$\because A=\left\{\left(a_n,\frac{S_n}{n}\right)\middle|n\in\mathbf{N}^*\right\}$，设 d 为等差数列公差. 则 $d\neq0$

A_n,A_{n+1},A_{n+2} 为 A 中的第 $n,n+1,n+2$ 项.

则 $A_n=\left(a_n,\frac{1}{2}(a_1+a_n)\right)\quad A_{n+1}=\left(a_{n+1},\frac{1}{2}(a_1+a_{n+1})\right)$，$A_{n+2}=$

$\left(a_{n+2},\frac{1}{2}(a_1+a_{n+2})\right)$

$\therefore |A_nA_{n+1}|=\sqrt{d^2+\frac{1}{4}d^2}=\frac{\sqrt{5}}{2}|d|$

$|A_nA_{n+2}|=\sqrt{4d^2+d^2}=\sqrt{5}|d|$

$|A_{n+1}A_{n+2}|=\sqrt{d^2+\frac{1}{4}d^2}=\frac{\sqrt{5}}{2}|d|$

$\because |A_nA_{n+1}|+|A_{n+1}A_{n+2}|=|A_nA_{n+2}|$

故 A_n,A_{n+1},A_{n+2} 在同一条直线上.

由 n 的任意性($n\in\mathbf{N}^*$),A 中点在同一条直线上,且 $k=\frac{\frac{1}{2}d}{d}=\frac{1}{2}$.

(方法三).

(假设及 A_n,A_{n+1},A_{n+2} 取值同上).

$\because k_{A_nA_{n+2}}=\frac{d}{2d}=\frac{1}{2}$

$\therefore l_{A_nA_{n+2}}\quad y-\frac{1}{2}(a_1+a_n)=\frac{1}{2}(x-a_n)$

对于 $A_{n+1}\left(a_{n+1},\frac{S_n}{n+1}\right)$

$\because \frac{S_n}{n+1}-\frac{1}{2}(a_1+a_n)=\frac{1}{2}(a_1+a_{n+1})-\frac{1}{2}(a_1+a_n)=\frac{1}{2}d$

$\frac{1}{2}(a_{n+1}-a_n)=\frac{1}{2}d$

$\therefore A_{n+1}$ 在 $l_{A_nA_{n+2}}$ 上,即 A_n,A_{n+1},A_{n+2} 在同一条直线上.

$\therefore A$ 中元素表示的点在同一条直线上. 且 $k=\frac{1}{2}$.

解析几何中常遇到共线问题的证明,一般采用以下四种方法处理.

1. 斜率法:$k_{AB}=k_{AC}\Leftrightarrow A$、$B$、$C$ 共线.

2. 距离法:$|AB|+|BC|=|AC|\Leftrightarrow B$ 在线段 AC 上. $\Leftrightarrow A$、B、C 三点共线.

3. 方程法:C 在直线 AB 上 $\Leftrightarrow C$ 点坐标满足直线 l_{AB} 方程 $\Leftrightarrow A$、B、C 三点共线.

4. 向量法:$\overrightarrow{AB}=\lambda\overrightarrow{AC}\Leftrightarrow A$、$B$、$C$ 共线.

两条直线 $l_1:a_1x+b_1y=1$,和 $l_2:a_2x+b_2y=1$. 相交于点 $P(1,2)$,求经过点 $A(a_1,b_1)$. 和 $B(a_2,b_2)$ 的直线方程.

直线方程 $f(x,y)=0$,若点 $P(x_0,y_0)$ 在该直线上 $\Leftrightarrow f(x_0,y_0)=0$. 要注意互逆关系的应用.

$\because l_1,l_2$. 相交于 $P(1、2)$.

则 $P(1、2)$ 在直线 l_1,l_2 上.

即 $a_1+2b_1=1, a_2+2b_2=1$

$\because a_1+2b_1=1$，$\therefore (a_1,b_1)$在直线 $x+2y=1$ 上.

又 $a_2+2b_2=1$，$\therefore (a_2,b_2)$也在直线 $x+2y=1$ 上.

$\because$ 过两点作且仅能作一条直线.

故过 $A(a_1,b_1)$，$B(a_2,b_2)$的直线方程是：

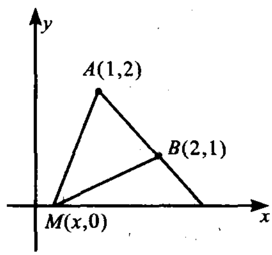
$x+2y-1=0$.

充要条件使用过程中，充分性应用固然重要，但不能忽略必要性的应用，本题从关系式成立，推导出点在对应的直线上，正是必要性应用这一思想的体现。

求函数 $y=\left|\sqrt{x^2-2x+5}-\sqrt{x^2-4x+5}\right|$ 的最大值和最小值，并求取得最大值和最小值时的 x 值.

凡是二次根式根号内的内容可化为两个完全平方和的形式，则可利用两点间的距离公式，转化成解析几何的问题，再利用图象使问题得到简捷的解法.

$\because y=\left|\sqrt{(x-1)^2+2^2}-\sqrt{(x-2)^2+1^2}\right|$



设 $A(1,2)$，$B(2,1)$，$M(x,0)$

则 $y=\big||MA|-|MB|\big|$

由右图可知：当 $|MA|=|MB|$ 时. y 最小，此时 $\sqrt{(x-2)^2+1}=\sqrt{(x-1)^2+1^2}\Rightarrow x=0$. 即 $x=0$ 时.

$y_{\min}=0$.

又$\because \big||MA|-|MB|\big|\leqslant|AB|$.

当 A、B、M 三点共线时. $y_{\max}=\sqrt{(1-2)^2+(2-1)^2}=\sqrt{2}$.

直线 AB 的方程为 $y-2=-(x-1)$. 即 $y+x-3=0$

当 $y=0$ 时，$x=3$.

故当 $x=3$ 时，$y_{\max}=\sqrt{2}$.

此类问题转化为解析几何问题后. 由 $\sqrt{(x+a)^2+b^2}+\sqrt{(x+m)^2+n^2}$形式求最值，除确定 $M(x,0)$外. 形如以上 A、B 点位置应放在 x 轴两侧来完成，而 $\sqrt{(x+a)^2+b^2}-\sqrt{(x+m)^2+n^2}$求最值时形如以上 A、B 位置应放在 x 轴的同侧来完成.

在$\triangle ABC$ 中，$A(4,-1)$，它的两条角平分线所在的直线方程分别为 $l_1: x-y-1=0$，和 $l_2: x+y+2=0$，求 BC 边所在的直线方程.

可检验两条平分线分别是$\angle B$、$\angle C$ 平分线，角平分线是该角两边所在射线的对称轴，即角一边上任一点关于这个角的平分线的对称点必在这个角的另外一边上.

由于 $A(4,-1)$不在 $l_1: x-y-1=0$ 上. 也不在 $l_2: y+x+2=0$ 上，则 A

关于 l_1,l_2 的对称点均在直线 BC 上.

∵$A(4,-1)$关于 l_1：$x-y-1=0$ 的对称点为$(0,3)$

$A(4,-1)$关于 l_2：$x+y+2=0$ 的对称点为$(-1,-6)$.

故直线所在的直线方程为：

$$y-3=\frac{3+6}{0+1}(x-0)$$

即 $y=9x+3$

求点 $P(x_0,y_0)$关于直线 l:$Ax+By+C=0$ 的对称点 $Q(x',y')$时，关键是抓住两点：

$$\begin{array}{l}\text{一是 } PQ\perp l:\Rightarrow \\ \text{二是中点在 } l \text{ 上}\Rightarrow\end{array}\begin{cases}\dfrac{y'-y_0}{x'-x_0}\cdot\left(-\dfrac{A}{B}\right)=-1\\ A\cdot\dfrac{x_0+x'}{2}+B\cdot\dfrac{y_0+y'}{2}+C=0\end{cases}$$

由(x_0,y_0)及 $Ax+By+C=0$，求得(x',y').

另外对于一些特殊的对称直线有以下的几种关系.

1. $A(a,b)$关于 x 轴对称 $A'(a,-b)$
2. $B(a,b)$关于 y 轴对称 $B'(-a,b)$
3. $C(a,b)$关于 $y=x+c$ 对称 $C'(b-c,a+c)$
4. $D(a,b)$关于 $y=-x+c$ 对称 $D'(-b+c,-a+c)$
5. $P(a,b)$关于 $x=m$，对称点为 $P'(2m-a,b)$
6. $Q(a,b)$关于 $y=n$ 对称点为 $Q'(a,2n-b)$.

对直线 l 上任意一点(x,y)，点$(4x+2y,x+3y)$的在此直线上，求 l 的方程：

很多同学从特例考虑，例如设$(x,y)=(1,2)$则$(4x+2y,x+3y)=(8$、$7)$，通地两点式方程求之，这种做法是错误的，这里(x,y)是直线 l 上的任意点，你所选择的$(1,2)$不一定在 l 上，因此必须严格按定义进行推导求之.

设所求直线 l 的方程为 $Ax+By+C=0$.

∵点$(4x+2y,x+3y)$在 l 上，则

$A(4x+2y)+B(x+3y)+C=0$.

即$(4A+B)x+(2A+B)y+C=0$ 也是 l 的方程

ⅰ)当 $C\neq0$ 时. $\begin{cases}4A+B=A\\2A+3B=B\end{cases}$

求得 $A=B=0$，此时 l 不存在.

ⅱ)当 $C=0$ 时.

$$\begin{cases}B=(2A+3B)k & ①\\ A=(4A+B)k & ②\end{cases}\quad(k\neq0)$$