ZHAOQINGGAOZHONGDAOXUE

配新课标人教版

肇庆高中导学

数学

（A版必修五）

南方出版社

前言 QIAN YAN

美国有个叫摩根的人，据说他不怎么会讲课，但却能把教材内容设计成一个个问题，让学生照着去做，结果学生不仅学得好而且乐意学，后来他竟成为美国著名的教育家。近年来“洋思中学”的名字几乎响彻了中国大地，在这个学校，老师上课从不教给学生现成的东西，而是将课本知识转化成问题，让学生通过解决问题来掌握知识，形成能力。这里，我们不想去探究摩根的教育思想和洋思的课改经验，但却悟出了一个浅显而又深刻的道理：那就是学生自己思索得出的东西，比老师现成说出的东西印象要深刻得多，效果要好得多。

目前围绕新课标教材编写的教辅书，可算的上琳琅满目，但内容方面却大同小异，真正“编”出特色和新意的并不多见。教辅书就如同一个身边的老师，他能告诉你问题的结果、答题的步骤、解题的思路和方法，帮助你理解知识、学会运用、提升能力。但这也和老师上课一样，不同的老师，上课效果是不同的。好老师能使你记忆犹新，轻松乐学，事半功倍；不好的老师则反之。基于这种思考，我们深入研究了最新的课改方向和高考动态，汇集了最先进的教研成果及课标教材使用情况，全力打造出一套完全体现新课标理念，透彻解读高中新课标教材，重在培养学生学科素养和学习能力的全新式助学用书——肇庆高中导学新课标版。

本丛书按照**“教材内容问题化，基本知识能力化”**的编写思路，将“导学”与“学案”特点并重凸显，力图体现这样的理念：一是立足于学生自主学习、自主探索，以学案方式将教材内容问题化，通过一系列问题的解决使学生的学习能力得到升华；二是重在方法立说和学法指导，目的是教会学生学习——会读、会记、会想（思）、会练（做），最终达到会考的目的。丛书主体栏目在对教材内容的处理上，设计情景问题，注重形式创新，并采用大单元、小课时（或节）的编写模式，做到与课堂教学同步，起到堂堂达标的作用。

本丛书具有以下特点：

【源于基础，构建网络】深入挖掘教材的基础知识和基本能力点，并梳理知识间的内在联系，使零散、孤立的知识交汇，编制成具有系统性、条理性的网络结构，便于学生学习、记忆、检索、提取和应用。

【贴近学生，激活思维】丛书内容及难度贴近学生的实际水平，贴近学生的经验和心理。各科内容以本学科为核心，将触角伸向其他学科和现实社会，联系当前生产和生活实际，拓宽学生的认知领域和思维空间，挖掘知识技能并激活潜在的智力因素。

【循序渐进，逐级提升】本丛书遵循由浅入深、由易到难的原则，例题和练习题设置合理、注重梯度，能够兼顾不同层面和水平的学生，既让一般学力水平的"吃好"，又能使学有余力的"吃饱"。尊重个体，照顾差异，是现代教育理念下人本思想的一个重要体现。

【思想统一，风格各异】各科既遵循统一的设计思想和编写理念，又在突出核心栏目的基础上彰显学科特点，在栏目组合、体例设置、布局谋篇上形成各自独特的风格，使九科分册异彩纷呈、百花争妍，又自然和谐地组成一个有机的整体。

总之，本丛书以超前的理念、创新的品质、高效的策略、实用的价值，引领广大师生进入学习的最佳境界。也许当您用过这本书后才会知道：原来学习竟可以这样轻松、有趣！

诚然，我们还不成熟，我们正在成长；因为成长，我们才具有生命力！因为成长，才更需要大家的呵护！请把您使用过程中发现的欠缺和不足记录下来，告诉我们，我们会虚心倾听，努力改进。请记住，您的意见对我们很重要噢。

编　者

2005 年 9 月

目录 MU LU

第一章　解三角形 …… 1

1.1　正弦定理和余弦定理 …… 1

1.1.1　正弦定理 …… 1

1.1.2　余弦定理 …… 4

1.2　应用举例 …… 7

章末总结 …… 12

第二章　数列 …… 15

2.1　数列的概念与简单表示法 …… 15

2.2　等差数列 …… 18

2.3　等差数列的前 n 项和 …… 22

2.4　等比数列 …… 26

2.5　等比数列的前 n 项和 …… 29

章末总结 …… 33

第三章　不等式 …… 37

3.1　不等关系与不等式 …… 37

3.2　一元二次不等式及其解法 …… 41

3.3　二元一次不等式(组)与简单的线性规划问题 …… 46

3.4　基本不等式：$\sqrt{ab}\leqslant\frac{a+b}{2}$ …… 52

章末总结 …… 58

第一章　解三角形

1.1　正弦定理和余弦定理

1.1.1　正弦定理

自学导引

1. 初中我们已经学习过三角形中的定性关系或定量关系________________________.

2. 在 Rt△ABC 中分别验证$\frac{a}{\sin A}$,$\frac{b}{\sin B}$,$\frac{c}{\sin C}$是否相等?

3. 在锐角△ABC 中分别验证$\frac{a}{\sin A}$,$\frac{b}{\sin B}$,$\frac{c}{\sin C}$是否相等?

4. 在钝角△ABC 中分别验证$\frac{a}{\sin A}$,$\frac{b}{\sin B}$,$\frac{c}{\sin C}$是否相等?

5. 正弦定理的内容是:________________.

6. 分析正弦定理可知:如已知三角形中的任意两个角与一边,由________定理可以计算出三角形的另一角,由正弦定理可以计算出三角形的________.如果已知三角形的任意两边与其中一边的对角,应用正弦定理可以计算出________进而确定这个角和三角形的________.

疑难剖析

问题 1:应用正弦定理求解三角形中的边角.

【例 1】△ABC 中,$c=\sqrt{6}$,$A=45°$,$a=2$,求 b 和 B、C.

分析:根据$\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}$先求出 $\sin C$,进而可求出角 C,再将 a 和 c、$c\sin A$ 的大小比较以确定角 C 有几个解.

解:因为$\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}$,所以 $\sin C=\frac{c\sin A}{a}=\frac{\sqrt{6}\sin 45°}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

因为 $c\sin A<a<c$,所以 $C=60°$或 $120°$.

所以当 $C=60°$时,$B=75°$,$b=\frac{c\sin B}{\sin C}=\frac{\sqrt{6}\sin 75°}{\sin 60°}=\sqrt{3}+1$.

所以当 $C=120°$时,$B=15°$,$b=\frac{c\sin B}{\sin C}=\frac{\sqrt{6}\sin 15°}{\sin 60°}=\sqrt{3}-1$.

点评:对于已知三角形的两边和其中一边的对角求解三角形的情况,应用正弦定理时一定要对另一边的解的情况作判定.否则可能漏解或多解,因为三角形中已知一个角的正弦值并不能确定此角的大小,还要综合全部条件来判定.

问题 2:由正弦定理解决应用题中的实际问题.

【例 2】在奥运会垒球比赛前,各国教练均会为自己的球队布置战术.C 国教练这样布

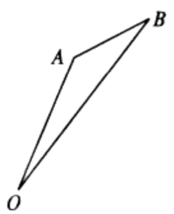
置：击球手沿着与本垒及游击手所在的直线夹角成 15°的方向把球击出. 根据经验及测速仪的显示，通常情况下，球速为游击手最快速度的 4 倍.

这样的布置有什么科学道理，你能否用数学知识揭示其中的奥妙？

分析：这样的布置是否合理，关键在于能否不让游击手接着球.

设击球点为 O，落球点为 B，游击手在点 A（如图所示）. 由题意可知，当球从本垒击出后将沿着 OB 运行，同时，对方的游击手将从 A 跑动到 B 接球. 但并不知道游击手能否接住球，所以还必须假设"能"或者"不能"接住球. 为了便于计算我们假设"能". 这样就把问题转化为已知"两边及其一边对角"求解三角形的问题，即已知 $\angle AOB$、OB 及 AB，求 $\angle A$ 的问题. 若 A 的值存在，说明能构成三角形，即假设成立，否则推翻假设. 利用正弦定理即可.

解：假设游击手能接着球.



设击球点为 O，落球点为 B，游击手在点 A，且从球击出到球被接住的时间为 t，球速为 v，则 $\angle AOB=15°$，$OB=vt$，$AB\leqslant\frac{vt}{4}$.

在 $\triangle ABC$ 中，由正弦定理得 $\frac{OB}{\sin A}=\frac{AB}{\sin 15°}$，

$$\text{即 } \sin A=\frac{OB\sin 15°}{AB}\geqslant\frac{vt}{\frac{vt}{4}}\cdot\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}=\sqrt{6}-\sqrt{2}.$$

$\because \sqrt{6}-\sqrt{2}>1$，即 $\sin A>1$，显然，这与 $|\sin A|\leqslant 1$ 相矛盾.

$\therefore$ 游击手不能接到球.

点评：(1) 本题是用数学工具解决实际问题的例子，应该遵循发现问题、转化数学问题、寻找数学模型、解决问题的步骤求解.

(2) 对于尚未知晓结果，而要求解释"能否"理由的问题，往往需要假设"能"，通过推理论证，如果得出正确结果，那么肯定假设，从而问题得以解答；如果推出矛盾，那么说明假设不正确，即"不能".

(3) 在三角形中，如果已知两边及一边的对角，可利用正弦定理求出另一边对角的正弦值.

问题 3：利用正弦定理确定三角形中一边的范围.

【例 3】在 $\triangle ABC$ 中，已知 $a=x$ cm，$b=2$ cm，$B=45°$，如果利用正弦定理三角形有两解，则 x 的取值范围是 ……………… （　　）

A. $2<x<2\sqrt{2}$　　B. $x>2\sqrt{2}$

C. $\sqrt{2}<x<2$　　D. $0<x<2$

解析：思维定式往往是解题灵感的桎梏，在这类问题中，一般都是已知 $\angle A$ 及 a、b 的值，然后比较 a 与 $b\sin A$ 的大小，进而讨论可能产生的不同种情况. 而这正是这道题求解的桎梏，本题已知的是 $\angle B$，所以在求解时应该换过来. 所以，解决这类问题的时候，应本着"只认边角对应关系，不认字母表示"的宗旨. 本题要换成 b 与 $a\sin B$ 比较大小.

$\because a=x$，$b=2$，$B=45°$ 且三角形有两解，

$\therefore b<a$ 且 $b>a\sin B$，即 $x>2$ 且 $2>x\cdot\sin 45°$.

$\therefore 2<x<2\sqrt{2}$，即选项 A 正确.

答案：A

点评：这类问题常见的问法是：已知两边及其一边的对角，问能否构成三角形，如果能，是一解还是两解. 本题采用逆向设问的方法而且有意识地打破思维定式，既考查了学生对三角形唯一性的掌握情况，又考查了学生根据不同情况分析问题，灵活处理问题的能力. 学生在做这种题目时必须做到只认边角对应关系而不被字母束缚.

拓展迁移

【拓展点 1】已知 $\triangle ABC$，BD 为角 B 的一

部分线,求证:$AB:BC=AD:DC$.

分析:可在两三角形中分别应用正弦定理,再根据相等角正弦值相等,互补角正弦值也相等来证明结论.

证明:在$\triangle ABD$内,利用正弦定理得$\frac{AB}{\sin\angle ADB}=\frac{AD}{\sin\angle ABD}$,即$\frac{AB}{AB}=\frac{\sin\angle ADB}{\sin\angle ABD}$.

在$\triangle BCD$中,利用正弦定理得$\frac{AB}{\sin\angle ADB}=\frac{DC}{\sin\angle DBC}$,即$\frac{BC}{DC}=\frac{\sin\angle BDC}{\sin\angle DBC}$.

$\because BD$是角B的一部分线,$\therefore\angle ABD=\angle DBC$. $\therefore\sin\angle ABD=\sin\angle DBC$.

$\because\angle ADB+\angle BDC=180°$,$\therefore\sin\angle ADB=\sin(180°-\angle BDC)=\sin\angle BDC$.

$\therefore\frac{AB}{AD}=\frac{\sin\angle ADB}{\sin\angle ABD}=\frac{BC}{DC}=\frac{\sin\angle BDC}{\sin\angle DBC}$.

$\therefore\frac{AB}{BC}=\frac{AD}{DC}$.

【拓展点2】在$\triangle ABC$中,$c=\sqrt{3}$,$B=60°$,$c=1$,求a和A、C.

分析:因为已知边b、c和角B,求C,可选择等式$\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$,先求出$\sin C$的值,再求角$C$,这时角$C$一般有两解,因为$b>c$,所以$B>C$,这样取的角$C$应该是小于$60°$.

解:$\because\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$,

$\therefore\sin C=\frac{c\sin B}{b}=\frac{1\times\sin 60°}{\sqrt{3}}=\frac{1}{2}$.

$\because b>c$,$B=60°$,$\therefore C<B$,C为锐角.

$\therefore C=30°$,$A=90°$. $\therefore a=\sqrt{b^2+c^2}=2$.

自我检测

基础达标

1. 一个三角形的内角分别为$45°$与$30°$,如果$45°$角所对的边长是4,则$30°$角所对的边长为……………………………( )

A. $2\sqrt{6}$　　B. $3\sqrt{6}$

C. $2\sqrt{2}$　　D. $3\sqrt{2}$

2. 若三角形的三个角的比是$1:2:3$,最大的边是20,则最小的边是……………( )

A. $\frac{20}{3}$　　B. 10

C. $10\sqrt{3}$　　D. $10\sqrt{2}$

3. 根据下列条件,能确定$\triangle ABC$有两解的是……………………………………( )

A. $a=3$,$b=6$,$A=30°$

B. $a=60$,$b=48$,$A=60°$

C. $a=18$,$b=20$,$A=120°$

D. $a=12$,$b=16$,$A=45°$

4. 已知$\triangle ABC$中,$a=\sqrt{3}$,$b=1$,$B=30°$,则其面积等于……………………………( )

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$或$\sqrt{3}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$或$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

5. 在$\triangle ABC$中,$a=x$,$b=2$,$B=45°$,若这个三角形无解,则x的取值范围为……( )

A. $x>2\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{2}<x<2$

C. $2<x<2\sqrt{2}$　　D. $0<x<\sqrt{2}$

6. 三角形两边之差为2,夹角的余弦值为$\frac{3}{5}$,该三角形的面积为14,则这两边分别为……………………………………………( )

A. 3和5　　B. 4和6

C. 5和7　　D. 6和8

7. 在$\triangle ABC$中,已知$a=2$,$b=3$,$C=30°$,则$S_{\triangle ABC}=$________.

8. 已知$\triangle ABC$中,$ab=60\sqrt{3}$,$\sin B=\sin C$,面积为$15\sqrt{3}$,求b.

更上一层

1. 若$\triangle ABC$的三边长分别是3.4.6,则它的较大的锐角的平分线分三角形所成的两个三角形的面积比是……………………( )

A. $1:1$　　B. $3:4$

C. $1:4$　　D. $1:2$

2. 在$\triangle ABC$中，$\sin^2 A+\sin^2 B=\sin^2 C$，则$C=$__________.

3. 已知$\triangle ABC$中，$\sin A:\sin B:\sin C=5:7:8$，且$a+b+c=100$，则$a=$__________，$b=$__________，$c=$__________.

4. 已知在半径为R的圆内接$\triangle ABC$中，$2R(\sin^2 A-\sin^2 C)=(\sqrt{2}a-b)\sin B$，求$\triangle ABC$面积$S$的最大值.

规律小结

1. 正弦定理的证明方法很多，常见的有等积法、外接圆法、向量法等.

2. 正弦定理可用于解决两类问题，一类是已知三角形的任意两个角与一条边，求其他两边和另一角. 另一类是已知三角形的两边和其中一边的对角，计算另一边的对角，进而计算出其他的边和角.

3. 对于已知两边a、b和一边对角A，是否能确定一个三角形要分情况讨论才能确定.

(1)若A为锐角时，

$$\begin{cases} a<b\sin A, & \text{无解}, \\ a=b\sin A, & \text{一解}, \\ b\sin A<a<b, & \text{两解(一锐,一钝)}, \\ a\geqslant b & \text{一解(锐角)}; \end{cases}$$

(2)若A为直角或钝角时，

$$\begin{cases} a\leqslant b, & \text{无解}, \\ a>b, & \text{一解(锐角)}. \end{cases}$$

1.1.2　余弦定理

自学导引

1. 如果已知一个三角形的两条边及其所夹的角，根据三角形全等的判定方法，这个三角形的大小、形状是__________三角形.

2. 余弦定理的内容是____________________________，即__________，__________，__________.

3. 余弦定理的推论是____________________. 应用以上结论，就可以从三角形的__________计算出三角形的__________.

4. 勾股定理和余弦定理分别从不同的情况反映了三角形中的三边平方之间的关系，如果一个三角形的__________，那么第三边对的角是直角；如果__________，那么第三边对的角是钝角；如果__________，那么第三边对的角是锐角. 从上面结论可知，余弦定理可以看作是__________.

疑难剖析

问题1：应用余弦定理求三角形内角.

【例1】 在$\triangle ABC$中，$\sin A:\sin B:\sin C=(\sqrt{3}-1):(\sqrt{3}+1):\sqrt{10}$，求最大角的度数.

分析： 由正弦定理的比例性质可知，角的正弦比与其对边的比相等，这样就把角的问题转化为边的问题，从而利用余弦定理处理已知三边求角的问题. 因为$\sqrt{3}-1<\sqrt{3}+1<\sqrt{10}$，所以$\angle C$最大.

解： $\because \sin A:\sin B:\sin C=a:b:c$，

$\therefore a:b:c=(\sqrt{3}-1):(\sqrt{3}+1):\sqrt{10}$.

设$a=(\sqrt{3}-1)k$，则$b=(\sqrt{3}+1)k$，$c=\sqrt{10}k(k>0)$.

显然，$c>b>a$，故$\angle C$最大.

由余弦定理可得$\cos C=-\frac{1}{2}$. $\therefore \angle C=120^\circ$.

深层思索:“在$\triangle ABC$中,因为$\sin A<\sin B<\sin C$,所以$\angle C$最大”对吗?

点评:(1)三个角的正弦值的比与它所对边的比相等,在已知三个角的正弦值的比求角时,往往转化成边的比再利用余弦定理求解.

(2)在已知边之比求解角的问题时,注意到代入余弦定理的应该是边长,而已知的是三边的比,所以设出参数来表示三边是应该的.但是有时不设而直接把比例代入公式也不会影响最终结果,所以在做选择题、填空题时常常采用后一种做法.

(3)解释深层思索的问题:毫无疑问,在这里这个结论是对的,即如果$A+B+C=180°$,而且$\sin A<\sin B<\sin C$,则必有$A<B<C$成立.可分两种情况说明:①当三个角同为锐角时,不言而喻;②设C为钝角,则A、B必为锐角,若$\sin A<\sin B$,则$A<B$,关键是此时$B<C$,而$\sin B<\sin C$是否成立呢?$\because B+C<180°$,$\therefore B<180°-C<90°$.$\therefore \sin B<\sin(180°-C)$,即$\sin B<\sin C$.

问题 2:已知三角形两边及夹角求解三角形问题.

【例 2】在$\triangle ABC$中,已知$b=3,c=3\sqrt{3}$,$B=30°$,求a.

分析:已知两边和其中一边的对角解三角形,一般用正弦定理,但也可以用余弦定理求解.那么这两种方法有什么利弊呢?以下用两种方法来解这道题,希望大家好好体会.

解法一:(利用正弦定理)

由正弦定理可得$\sin C=\frac{c\sin B}{b}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

$\because c>b$,$\therefore C>B$.

$\therefore C$有两解(锐角或钝角).

①当$C=60°$时,则有$A=90°$,于是$a=6$.

②当$C=120°$时,则有$A=30°$,于是$a=3$.

$\therefore a=6$或3.

解法二:(利用余弦定理)

把$b=3,c=3\sqrt{3},B=30°$代入$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$,可得$3^2=a^2+(3\sqrt{3})^2-2a\cdot 3\sqrt{3}\cdot\cos 30°$,即$a^2-9a+18=0$.解之得$a=6$或3.

点评:用正弦定理解三角形时要注意解的个数,往往需要讨论边角关系,而用余弦定理求角时,结果是钝角、直角,还是锐角从余弦值的正负情况便可以判断出来;如果求边则类似于本题,一般可借助一元二次方程求解,它的根的个数即是三角形解的个数.

从该题的求解中,你能体会出什么吗?

问题 3:余弦定理在实际问题中的应用.

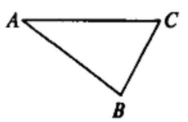
【例 3】材料一:钓鱼岛,全称“钓鱼台群岛”,总面积约 7 平方千米.钓鱼岛是中国的固有领土,我历代政府都对此岛拥有主权.二战结束后,美国长期占领该岛.1972 年,美国向日本归还冲绳时,竟将钓鱼岛一并交给日本.

材料二:近年来,日本右翼团体上岛修建灯塔,竖立日本国旗,再度激起我国民间组织的保钓热潮.2004 年 3 月,我国保钓勇士 20 多人从浙江省乐清市黄华港出发,历经 61 个小时后返回乐清市.这次保钓活动有 7 人成功登上钓鱼岛一展国旗,使中华儿女的爱国热情得以星火燎原.

材料三:小明是一位乐清市的初中生,他在家里比例尺为 1∶4300000 的中国地图上量得浙江省乐清市距台湾基隆市约 7.9 cm,基隆市距钓鱼岛约 4.4 cm,还测得乐清到基隆的直线与基隆到钓鱼岛的直线夹角为 81°.

现小明想知道乐清市到钓鱼岛的实际距离,你能帮他算一算吗?

分析:本题以材料方式给出题目,在增加数学解题的趣味性之外,还培养了学生的情感态度;另外,把数学作为工具应用于别的学科(比如这里是地理),体现了数学在交叉学科中的作用.本题转化为数学问题后只是简单地运用余弦定理解三角形的问题,即已知两边及其夹角求第三边的问题.



解:分析题意可画图(如右图),设点A、B、C分别表示乐清、基隆、钓鱼岛三地,则图上距离$AB=7.9$ cm,$BC=4.4$ cm 且$\angle B=81°$,即已知$\triangle ABC$的两边及其夹角求

第三边,由余弦定理可得 $AC^2=AB^2+BC^2-2AB\cdot BC\cdot\cos B=7.9^2+4.4^2-2\times7.9\times4.4\times0.1564=70.90$.

$\therefore AC=8.42(\text{cm})$.

$\therefore$实际距离为 $8.42\times4.3\times10^6\approx3.62\times10^7(\text{cm})=362(\text{km})\approx195.5(\text{n mile})(1\ \text{n mile}=1.852\ \text{km})$.

答:乐清到钓鱼岛约195.5海里.

点评:在解决实际问题时,存在两次"翻译":①把实际问题翻译成数学问题;②把数学结果翻译成实际问题的答案.其中的关键步骤是寻找数学模型.另外,解决两边及其夹角的三角形问题,一般要应用余弦定理.

拓展迁移

【拓展点1】已知$\triangle ABC$中,满足$a\cos A=b\cos B$,试判定$\triangle ABC$的形状.

分析:可考虑把条件中的关系式统一化为边的关系或角的关系,再进行判定,注意变形的等价性.

解法一:由余弦定理得 $a\cdot\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=b\cdot\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$.

$\therefore a^2(b^2+c^2-a^2)=b^2(a^2+c^2-b^2)$,

$a^2c^2-a^4=b^2c^2-b^4$,

$a^2c^2-b^2c^2=a^4-b^4$,

$c^2(a^2-b^2)=(a^2+b^2)(a^2-b^2)$,

$c^2(a^2-b^2)-(a^2+b^2)(a^2-b^2)=0$,

$(a^2-b^2)[c^2-(a^2+b^2)]=0$.

$\therefore a^2-b^2=0$ 或 $c^2-(a^2+b^2)=0$,即 $a=b$ 或 $c^2=a^2+b^2$.

$\therefore\triangle ABC$是等腰三角形或直角三角形.

解法二:$\because a\cos A=b\cos B$,由正弦定理得$\sin A\cos A=\sin B\cos B$.

$\therefore\sin2A=\sin2B$.

$\because0°<A<180°,0°<B<180°$,

$\therefore2A=2B$ 或 $2A=180°-2B$,即 $A=B$ 或 $A+B=90°$.

$\therefore\triangle ABC$是等腰三角形或直角三角形.

自我检测

基础达标

1. 在$\triangle ABC$中,已知$a=2\sqrt3,b=2\sqrt2,c=\sqrt6+\sqrt2$,则$\angle A$的度数是 …………( )
A. 60° B. 45° C. 30° D. 75°
2. 若$\triangle ABC$中,已知$a=9,c=2\sqrt3,\angle B=150°$,则$b$等于 ……………………( )
A. $\sqrt{39}$ B. $8\sqrt3$ C. $10\sqrt2$ D. $7\sqrt3$
3. 在$\triangle ABC$中,$B=60°$,那么$a^2-ac+c^2-b^2=$________.
4. 在$\triangle ABC$中,若$a^2<b^2+c^2$,则A为________角.
5. 在$\triangle ABC$中,若$\dfrac{a}{\cos A}=\dfrac{b}{\cos B}=\dfrac{c}{\cos C}$,则$\triangle ABC$是________三角形.
6. 等腰三角形的底边长为a,腰长为$2a$,则腰上的中线长为________.
7. 在锐角$\triangle ABC$中,三边长分别为2、3、x,求x的取值范围.

更上一层

1. $\triangle ABC$中,$(b+c):(c+a):(a+b)=5:6:7$,则$\cos B$等于 ……………………( )
A. $\dfrac{11}{16}$ B. $\dfrac{11}{14}$ C. $\dfrac{9}{11}$ D. $\dfrac{7}{8}$
2. 在$\triangle ABC$中,如果$(a+b+c)(b+c-a)=3bc$,那么A等于 ……………………( )
A. 30° B. 60° C. 120° D. 150°
3. 在$\triangle ABC$中,$b=\sqrt6,c^2-ca-2a^2=0,c\neq b,\cos A=\dfrac78$,则面积$S_{\triangle ABC}=$________.
4. 已知圆内接四边形$ABCD$的边长分别为$AB=2,BC=6,CD=DA=4$.求四边形$ABCD$的面积.

规律小结

1. 余弦定理的证明通常有向量法、坐标法等，应用余弦定理时，要熟悉其结构，注意“平方”“夹角”“符号”等特征.

2. 当夹角为 90° 即三角形为直角三角形时，即为勾股定理，勾股定理是余弦定理的特殊情况，余弦定理是勾股定理的推广.

3. 余弦定理指出了三角形的三条边与其中的一个角之间的关系，每一个等式中都包含四个不同的量，它们分别是三角形三边和一个角，知道其中的三个量，就可以求得第四个量.余弦定理及其推论，可以解决的解三角形的问题有：一是已知两边和它们的夹角解三角形；二是已知三角形的三边求解三角形.

1.2 应用举例

自学导引

1. 正弦定理和余弦定理在实际测量中有许多应用，主要表现在测量________、________、________等问题中的一些应用，测量者往往要借助经纬仪和钢卷尺等测量角和距离的工具进行测量.

2. 在实际的相关测量问题中的定理应用时，要注意给出的条件或者实施的测量方案，往往因受到________限制，在这个限制之下，别的方案中的量可能是无法测量出来的，因而________别的测量方案.

3. 利用解斜三角形解决相关实际问题的过程中，贯穿了数学建模的思想，这种思想是从实际出发，经过________，把它转化成为具体的________，然后通过推理演算，得出数学模型的解，再还原成实际问题的解，这种思维过程可以表示为：

$$\begin{array}{ccc} \text{实际问题} & \rightarrow & \text{数学问题} \\ \uparrow & & \downarrow \\ \text{结论} & \leftarrow & \text{解三角形} \end{array}$$

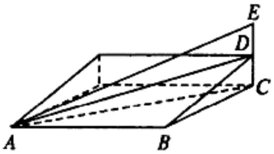
疑难剖析

问题 1：测量距离问题.

【例 1】退耕还林是保护生态的一项新措施.要落实这项措施，科学植树变得举足轻重.科学植树的一个重要因素就是要恰当地利用阳光对树生长的作用，不至于株间距离太小或太大对树木生长产生影响.

现在准备在一个朝正南方向倾角为 α 的斜坡上种树，假设树高为 h 米，当太阳在北偏东 β 而仰角为 γ 时，该树在坡面上的影长为多少米？

分析：如图，DE 是高度为 h 的树，斜坡 AD 朝正南方向，AB 为东西方向，BC 为南北方向，设树 DE 在斜坡上的影子为 AD，则已知 $\angle CBD=\alpha$，$\angle ACB=\beta$，$\angle EAC=\gamma$，求 AD 的长.



如果利用解斜三角形求解则可以这样构思：在 $\triangle AED$ 中求出 $\angle EAD$，结合已知 $\angle E=90^\circ-\gamma$，$ED=h$，利用正弦定理可求出 AD 的长.那么，怎样求 $\angle EAD$ 呢？可以按照这样的步骤求解：$\alpha\rightarrow BC\rightarrow AC\rightarrow\angle DAC\rightarrow\angle EAD$.这样求出的结果如下：

$\angle DAC=\arctan(\tan\alpha\cos\beta)$，$\angle EAD=\gamma-\arctan(\tan\alpha\cos\beta)$，

$$AD=\frac{h\sin E}{\sin\angle EAD}=$$

$\frac{h\cos\gamma}{\sin(\gamma-\arctan(\tan\alpha\cos\beta))}$. 显然这是一个非常复杂的复合函数结构，只能是理论上的结果. 那么有没有简单一点的方法呢？

为了尽量简单地求解此题，可以采用"两头凑"法. 也就是同时从已知和结论入手，逐步分解难点，最终达到求解的目的. 在本题中，解直角三角形就起到了分解难点的作用.

解：设$\angle CBD=\alpha$，$\angle ACB=\beta$，$\angle EAC=\gamma$，$CD=a$，

在 Rt$\triangle BCD$ 中，$BC=\frac{a}{\tan\alpha}$.

在 Rt$\triangle ABC$ 中，$AC=\frac{BC}{\sin(90^\circ-\beta)}=\frac{a}{\tan\alpha\cos\beta}$.

在 Rt$\triangle ACD$ 中，$AD=\sqrt{AC^2+CD^2}=\sqrt{(\frac{a}{\tan\alpha\cos\beta})^2+a^2}=\frac{\sqrt{1+\tan^2\alpha\cos^2\beta}}{\tan\alpha\cos\beta}a$.

在 Rt$\triangle ACE$ 中，$\tan\gamma=\frac{EC}{AC}=\frac{h+a}{a}\cdot\tan\alpha\cos\beta$.

$\therefore a=\frac{\tan\alpha\cos\beta}{\tan\gamma-\tan\alpha\cos\beta}h$.

$\therefore AD=\frac{\sqrt{1+\tan^2\alpha\cos^2\beta}}{\tan\alpha\cos\beta}\cdot\frac{\tan\alpha\cos\beta}{\tan\gamma-\tan\alpha\cos\beta}h=\frac{\sqrt{1+\tan^2\alpha\cos^2\beta}}{\tan\gamma-\tan\alpha\cos\beta}h$.

$\therefore$影长 AD 为$\frac{\sqrt{1+\tan^2\alpha\cos^2\beta}}{\tan\gamma-\tan\alpha\cos\beta}h$.

点评：在本题中，一共用了四次直角三角形中的边角关系，这说明在解三角形的问题中直角三角形仍是不可缺少的工具. 另外，从问题的已知和结论同时入手，最后"凑"出中间量的值，这种方法可以使解题过程简化；本题还可以提供解斜三角形的另一种思路，那就是可以在斜三角形中构造直角三角形，从而利用直角三角形的边角关系来求解.

【例 2】海中小岛 A 周围 38 海里内有暗礁，一船正在向南航行，在 B 处测得小岛 A 在船的南偏东 30°，航行 30 海里后，在 C 处测得小岛在船的南偏东 45°，如果此船不改变航向，继续向南航行，有无触礁的危险？

分析：船继续向南航行，有无触礁的危险，取决于点 A 到直线 BC 的距离 AD 是否大于 38 海里，于是可先算出 AC(或 AB)的大小，再算出点 A 到 BC 所在直线的距离，将它与 38 海里比较，即可得问题的解. 那么如何求 AC 呢？已知$\angle B$、$\angle ACD$，可求出$\angle BAC$，再结合 $BC=30$，$\angle B=30^\circ$，即已知两角及一角的对边求另一角的对边，可利用正弦定理求解.

解：在 $\triangle ABC$ 中，$BC=30$，$B=30^\circ$，$\angle ACB=135^\circ$，则$\angle BAC=15^\circ$.

由正弦定理知$\frac{BC}{\sin A}=\frac{AC}{\sin B}$，即$\frac{30}{\sin15^\circ}=\frac{AC}{\sin15^\circ}=\frac{AC}{\sin30^\circ}$.

$\therefore AC=\frac{30\sin30^\circ}{\sin15^\circ}=60\cos15^\circ=60\cdot\frac{\sqrt6+\sqrt2}{4}=15(\sqrt6+\sqrt2)$.

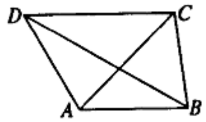
于是，A 到 BC 所在直线的距离为

$AD=AC\cos45^\circ=15(\sqrt6+\sqrt2)\cdot\frac{\sqrt2}{2}=15(\sqrt3+1)=40.98$(海里).

它大于 38 海里，所以船继续向南航行没有触礁的危险.

点评：以下三类问题：①避开暗礁的问题；②避开台风影响的问题；③在地面上测量物体的高度问题，均属于在远处测量两点之间距离的问题，一般用正弦定理解决问题的较多. 另外，本题还体现了解斜三角形在实际问题中的应用，由实际问题中已知的量构造三角形，然后在三角形中去分析是用正弦定理还是用余弦定理解决问题，注意解题时要结合实际情况，有些时候用余弦定理会比用正弦定理更适当.

【例 3】如图，为了测量河对岸两个建筑物 C、D 之间的距离，在河岸这边取两点 A、B，测得$\angle BAC=45^\circ$，$\angle DAC=75^\circ$，$\angle ABD=30^\circ$，$\angle DBC=45^\circ$. 又 $AB=\sqrt3$千米，A、B、C、D 在同一平面内，试求 C、D 之间的距离.



分析:这是典型的利用近处的两个地点测量不能到达的两点间的距离的问题,一般需要构造几个三角形来解决问题.这几个三角形一般采用上图中的$\triangle ABC$、$\triangle ABD$、$\triangle ACD$(或$\triangle BCD$).先在$\triangle ABC$中利用正弦定理求出AC(或BC),再在$\triangle ABD$中求出AD(或BD),然后在$\triangle ACD$(或$\triangle BCD$)中结合$\angle DAC$(或$\angle DBC$)利用余弦定理求出CD的长.

解:由题意,$\angle ABC=30^\circ+45^\circ=75^\circ$,

$\angle ACB=180^\circ-\angle CAB-\angle ABC=180^\circ-45^\circ-75^\circ=60^\circ$.

在$\triangle ABC$中,$\frac{AB}{\sin 60^\circ}=\frac{AC}{\sin 75^\circ}$,

$\therefore AC=\frac{AB\sin 75^\circ}{\sin 60^\circ}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$.

在$\triangle ABD$中,$\angle DAB=75^\circ+45^\circ=120^\circ$,$\angle ADB=30^\circ$,

$\therefore\triangle ABD$为等腰三角形.

$\therefore AD=AB=\sqrt{3}$.

在$\triangle ACD$中,由余弦定理得

$CD^2=AD^2+AC^2-2AD\cdot AC\cdot\cos\angle DAC=(\sqrt{3})^2+(\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2})^2-2\cdot\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}=5$,

$\therefore CD=\sqrt{5}$(千米).

点评:本例是利用近处的两个地点测量不可到达的两点间的距离问题,它与例2是两类基本的测量问题.解决这类问题的关键是构造一个或几个三角形,测出有关边长和角,先利用正弦定理求出两条边长,然后结合一个角利用余弦定理进行计算,求出所求距离.

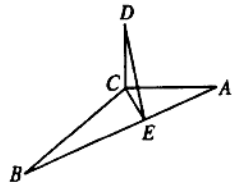
问题2:测量高度问题.

【例4】某人在一塔的正东沿南偏西60°的道路前进40米后,望见塔在东北方向上,若沿途测得塔的最大仰角为30°,求塔高.

分析:本题是在空间解决测量问题的例子,这类问题中往往要用到立体几何中的知识.求解本例的关键是确定沿途测塔的仰角,其最大仰角在何处,该处距塔底间的距离是多少.只要求得该距离,则在相应的直角三角形中,就不难求得塔高.另外,本题在描述角的时候用到正东、南偏西、东北方向等方位角及仰角的概念,在解决这种问题时,一般要按地图方位构图.设开始时人在A处,最后在B处,CD表示塔.

解:如图,由题设条件知$\angle CAB=\angle A=90^\circ-60^\circ=30^\circ$,$\angle ABC=45^\circ-\angle A=45^\circ-30^\circ=15^\circ$.

$\therefore\angle ACB=180^\circ-\angle BAC-\angle ABC=180^\circ-30^\circ-15^\circ=135^\circ$.



又$\because AB=40$米,

在$\triangle ABC$中,由正弦定理知$\frac{AC}{\sin 15^\circ}=\frac{40}{\sin 135^\circ}$,

$\therefore AC=\frac{40\sin 15^\circ}{\sin 135^\circ}=40\sqrt{2}\sin(45^\circ-30^\circ)=40\sqrt{2}(\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2})=20(\sqrt{3}-1)$.

在$\triangle ABC$中,过C作AB的垂线,设垂足为E,则由立体几何知识可知沿途测得塔的最大仰角就是$\angle CED$,即$\angle CED=30^\circ$.

在Rt$\triangle ACE$中,$EC=AC\cdot\sin\angle BAC=AC\sin 30^\circ=20(\sqrt{3}-1)\cdot\frac{1}{2}=10(\sqrt{3}-1)$.

在Rt$\triangle DCE$中,$CD=CE\cdot\tan\angle CED=10(\sqrt{3}-1)\tan 30^\circ=\frac{10(3-\sqrt{3})}{3}$.

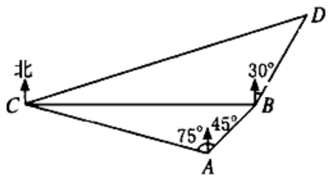
$\therefore$塔高为$\frac{10(3-\sqrt{3})}{3}$米.

点评:本题又是例2、例3的补充.因为前两道例题的测量计算仅仅停留在同一平面内,而例4是在空间应用正余弦定理进行测量计

算的. 这类题主要用正余弦定理结合直角三角形的边角关系进行求解. 另外,本题用立体几何的知识易知$\angle CED$是平面ADB与平面ABC所成二面角的平面角,即是最大的仰角.

问题 3:测量角度问题.

【例 5】如下图,在海岸A处发现北偏东45°方向,距A处$(\sqrt{3}-1)$海里的B处有一艘走私船,在A处北偏西75°方向,距A处2海里的C处的我方缉私船,奉命以$10\sqrt{3}$海里/时的速度追截走私船,此时走私船正以10海里/时的速度从B处向北偏东30°方向逃窜,问:缉私船沿什么方向行驶才能最快截获走私船,并求出所需时间.



分析:求方向的问题可以考虑如何转化为解三角形的求角问题.

解:设缉私船沿CD方向行驶t小时,才能最快截获(在D点)走私船,则$CD=10\sqrt{3}t$海里,$BD=10t$海里.

$\because BC^2=AB^2+AC^2-2AB\cdot AC\cdot\cos A$

$=(\sqrt{3}-1)^2+2^2-(\sqrt{3}-1)\cdot 2\cos120°$

$=6$,

$\therefore BC=\sqrt{6}$.

$\because \dfrac{BC}{\sin A}=\dfrac{AC}{\sin\angle ABC}$, $\sin\angle ABC=\dfrac{AC\sin A}{BC}=2\dfrac{\sin120°}{\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$,

$\therefore \angle ABC=45°$.

$\therefore B$点在C点的正东方向上.

$\therefore \angle CBD=90°+30°=120°$,

$\dfrac{BD}{\sin\angle BCD}=\dfrac{CD}{\sin\angle CBD}$.

$\because \sin\angle BCD=\dfrac{BD\cdot\sin\angle CBD}{CD}=\dfrac{10t\cdot\sin120°}{10\sqrt{3}t}=\dfrac{1}{2}$,

$\therefore \angle BCD=30°$.

$\therefore \angle DCE=90°-30°=60°$.

由$\angle CBD=120°$,$\angle BCD=30°$得$\angle D=30°$.

$\therefore BD=BC$,即$10t=\sqrt{6}$.

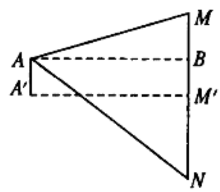
$\therefore t=\dfrac{\sqrt{6}}{10}$(小时)$\approx15$(分钟).

$\therefore$缉私船沿北偏东60°的方向行驶,才能最快截获走私船,需时约15分钟.

拓展迁移

【拓展点 1】在一个池塘边上高为a米处的A点,测得对岸一铁塔顶点M的仰角为θ,而在河中铁塔倒影的俯角为φ,试求铁塔的高度(塔尖到水面的距离).

解:如图,设直线$A'M'$表示水面,点N是铁塔顶点M在水中的倒影,M'是MN与$A'M'$的交点,由于塔顶点M与它在水中的倒影关于水面对称,故$MN\perp A'M'$,且$MM'=M'N$.



由A点向MN作垂线,设垂足为B,且设$AB=x$,则由题设条件知$\angle MAB=\theta$,$\angle BAN=\varphi$.

于是在$\text{Rt}\triangle ABM$中,$MB=x\tan\theta$.

在$\text{Rt}\triangle ABN$中,$BN=x\tan\varphi$.

由于$A'A=a$,且$MM'=M'N$,$\therefore BN-MB=2a$,即$x\tan\varphi-x\tan\theta=2a$. ①

$x=\dfrac{2a}{\tan\varphi-\tan\theta}$.

同理,$MB=\dfrac{2a\tan\varphi}{\tan\varphi-\tan\theta}$.

$\therefore$塔高$MM'=\dfrac{a\sin(\varphi+\theta)}{\sin(\varphi-\theta)}$.

点评:这道题的隐含条件是塔顶与其在水中的倒影关于水面对称. 另外,用倒影测水边物体的高度简单有趣,也是有关测量问题题型

的补充.

【拓展点 2】在$\triangle ABC$中,已知$a\cos B=b\cos A$,试判断$\triangle ABC$的形状.

解法一:由扩充的正弦定理,代入已知式得

$2R\sin A\cos B=2R\sin B\cos A$,

$\sin A\cos B-\cos A\sin B=0$,$\sin(A-B)=0$.

$\therefore A-B=0$.

$\therefore A=B$,即$\triangle ABC$为等腰三角形.

解法二:由余弦定理知$a\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=b\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$.

$\therefore$整理得$a^2=b^2$.

$\therefore a=b$,即$\triangle ABC$为等腰三角形.

点评:因为条件是一个关于三角形的边角混合式,利用正弦定理或余弦定理可以将三角形中的边用角表示,也可将角用边来表示.如解法一将已知条件全部转化成角的关系,解法二则将已知条件全部转化成边的关系,这样更有利于寻求到角与角或边与边存在的内在联系,这种方法在解其他有关三角形的问题中也是常用的,应该引起重视,不同的思维有助于建立属于自己的良好的认知结构.

自我检测

基础达标

1. 在 200 米高的山顶上,测得山下一塔顶与塔底的俯角分别为 30°、60°,则塔高为 ……( )

A. $\dfrac{400}{3}$米　　B. $\dfrac{400\sqrt{3}}{3}$米

C. $200\sqrt{3}$米　　D. 200 米

2. 某人朝正东方向走了 x km,向左转 150°后,再向前走了 3 km,结果他离出发点恰好 $\sqrt{3}$ km,那么 x 的值是 ……( )

A. $\sqrt{3}$　　B. $2\sqrt{3}$

C. $\sqrt{3}$或$2\sqrt{3}$　　D. 3

3. 在$\triangle ABC$中,若$2\cos B\sin A=\sin C$,则$\triangle ABC$的形状一定是 ……( )

A. 等腰直角三角形　　B. 直角三角形

C. 等腰三角形　　D. 等边三角形

4. 一树干被台风吹断折成与地面成 30°角,树干底部与树尖着地处相距 20 米,则树干原来的高度为________米.

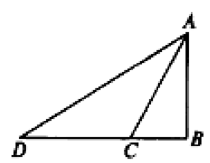
5. 有一长为 100 米的斜坡,它的倾斜角为 45°,现在要把倾斜角改成 30°,则坡底要伸长________米.

6. 在$\triangle ABC$中,若A,B,C成等差数列,且最大角与最小角的对边之比为$(\sqrt{3}+1):2$,求$\angle A$、$\angle C$的度数.

7. 在$\triangle ABC$中,$A=60°$,$a=1$,$b+c=2$,解此三角形.

更上一层

1. 如图,B、C、D三点在地面同一直线上,$DC=a$,从C、D两点测得A点的仰角分别是β、$\alpha(\alpha<\beta)$,则A点离地面的高AB等于 ……( )



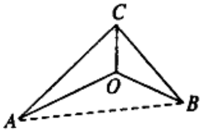
A. $\dfrac{a\sin\alpha\sin\beta}{\cos(\beta-\alpha)}$　　B. $\dfrac{a\sin\alpha\sin\beta}{\sin(\beta-\alpha)}$

C. $\dfrac{a\sin\alpha\cos\beta}{\sin(\beta-\alpha)}$　　D. $\dfrac{a\cos\alpha\cos\beta}{\cos(\beta-\alpha)}$

2. 甲、乙两楼相距 20 米,从乙楼底望甲楼顶的仰角为 60°,从甲楼顶望乙楼顶的俯角为 30°,则甲、乙两楼的高分别是________米.

3. 某人在山顶上观察到地面上有相距 2500 米的A、B两个目标,测得目标A在南偏西

57°，俯角是 30°，测得 B 在南偏东 78°，俯角是 45°. 试求山的高度.



4. 在$\triangle ABC$ 中，$a\cos A+b\cos B=c\cos C$，试判断三角形的形状.

规律小结

1. 实际问题经抽象概括后，已知与未知量全部集中在一个三角形中，一次可用正弦定理或余弦定理解之.

2. 实际问题经抽象概括后，已知量与未知量涉及两个三角形或多个三角形，这时需按顺序在几个三角形中求出问题的解.

3. 实际问题经抽象概括后，涉及的三角形只有一个，但由题目已知条件解此三角形需连续使用正弦定理或余弦定理.

章末总结

知识建构

正弦定理
余弦定理 }→解三角形→应用举例

方法总结

已知条件	解法步骤
一边和两角(例如 a、B、C)	(1)利用 $A+B+C=180°$求 A (2)应用正弦定理求 b、c
两边及夹角(例如 a、b、C)	(1)应用余弦定理求边 c (2)应用正弦定理求三角形中较短的边所对的角(该角一定是锐角) (3)利用 $A+B+C=180°$求第三个角

续表

已知条件	解法步骤
三边(例如 a、b、c)	方法一：(1)应用余弦定理先求任意两个角 (2)用 $A+B+C=180°$求第三个角 方法二：(1)应用余弦定理求出最长边所对的角 (2)应用正弦定理求余下两个角中的任意一个(该角一定是锐角) (3)利用 $A+B+C=180°$求第三个角
两边及其一边的对角(例如 a、b、A)	此类问题首先要讨论解的情况 (1)应用正弦定理求另一边的对角(即 B) (2)利用 $A+B+C=180°$求第三个角(即 C) (3)应用正弦或余弦定理求第三边

学力测评

基础巩固

一、选择题

1. 在$\triangle ABC$中，$\sin A=\frac{1}{3}$，$\cos B=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$a=1$，则$b$等于……………………………（　　）

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$　　D. $\sqrt{6}$

2. 在$\triangle ABC$中，$a=80$，$b=100$，$A=45°$，则此三角形的情况是……………………（　　）

A. 一解　　B. 两解

C. 无解　　D. A或B

3. 从A处望B处的仰角为α，从B处望A处的俯角为β，则α、β的关系为………（　　）

A. $\alpha>\beta$　　B. $\alpha+\beta=90°$

C. $\alpha=\beta$　　D. $\alpha+\beta=180°$

4. 海上有两个小岛A、B相距10海里，从A岛望B岛和C岛成60°视角，从B岛望C岛和A岛成75°视角，则B、C间距离是 ………（　　）

A. 5海里　　B. $5\sqrt{6}$海里

C. 10海里　　D. $10\sqrt{6}$海里

5. 在$\triangle ABC$中，若$\sin A:\sin B:\sin C=3:2:4$，则$\cos C$的值是………………（　　）

A. $-\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{4}$

C. $-\frac{2}{3}$　　D. $\frac{2}{3}$

6. 在$\triangle ABC$中，已知$a=8$，$B=60°$，则b的最小值等于…………………………（　　）

A. $4\sqrt{2}$　　B. $4\sqrt{3}$

C. $4\sqrt{6}$　　D. $\frac{32}{3}$

7. 根据下列条件，确定有两解的是 …（　　）

A. $a=18$，$b=20$，$A=120°$

B. $a=60$，$b=48$，$A=60°$

C. $a=3$，$b=6$，$A=30°$

D. $a=14$，$b=20$，$A=45°$

8. 在$\triangle ABC$中，$a=3$，$b=\sqrt{7}$，$c=2$，那么B等于…………………………（　　）

A. $\frac{2\pi}{3}$　　B. $\frac{\pi}{3}$

C. $\frac{\pi}{4}$　　D. $\frac{\pi}{6}$

9. 已知$\triangle ABC$的面积为$\frac{1}{4}(a^2+b^2-c^2)$，则$\angle C$的度数为……………………（　　）

A. 135°　　B. 120°

C. 60°　　D. 45°

二、填空题

10. 平行四边形两邻边的长分别是1厘米和2厘米，一个角为60°，则短对角线的长是________厘米，面积是________平方厘米.

11. 在$\triangle ABC$中，$a:b:c=7:5:3$，则最大角的度数为________.

12. 在$\triangle ABC$中，$A:B:C=1:2:3$，则$a:b:c=$________.

13. 当太阳光线与地面成θ角时，长为l的木棍在地面上的影子长度为________.

14. 在山脚A测得山顶P的仰角为α，沿倾斜角为β的斜坡向上走a米到B，又测得山顶P的仰角为γ，则山高为________.

三、解答题

15. 甲、乙两人围绕一个正三角形的游艺场边上同向等速行走，起初在同一边上，相距200公尺，求两人行走时的最近距离.