

◎根据教育部最新教材编写◎

总主编/薛金星

中学教材全解

ZHONGXUE JIAOCAI
QUANJIE

九年级数学(下)

北 京 师 大 版



陕西人民教育出版社

根据教育部最新教材编写

中学教材全解

九年级数学（下）

北京师大版

总 主 编 薛金星
本册主编 单吉娟

陕西人民教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

中学教材全解. 九年级数学. 下: 北京师大版/薛金星主编; 单吉娟分册主编.
—3 版. —西安: 陕西人民教育出版社, 2006. 9
ISBN 7—5419—8897—9

I. 中... II. ①薛... ②单... III. 数学课—初中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 104463 号

中学教材全解

九年级数学(下)

北京师大版

陕西人民教育出版社出版发行

(西安市长安南路 181 号)

各地书店经销 北京市昌平兴华印刷厂印刷

890×1240 毫米 32 开本 10.75 印张 330 千字

2006 年 10 月第 3 版 2006 年 10 月第 1 次印刷

ISBN 7—5419—8897—9/G · 7718

定价: 14.80 元



敬告读者

《中学教材全解》系列丛书根据教育部最新教材由薛金星先生策划并领衔撰写，这套丛书是为配合初、高中新课程标准、新教材而编写的，在整体策划上全面体现新课标理念和创新教育思想。从创意与策划、读者亲身试验、教学成果的整理编写，到最后出版，一直秉承“教学研究来自于教学、服务于读者”的优良品质。作者值此出版之际向全国千百万读者深表谢意！

感谢全国广大中小学师生多年来对《中学教材全解》系列丛书的关注与支持、关心与厚爱；竭诚邀请全国中小学教师参与我们的图书策划、撰稿及修订工作，也希望大家通过各种方式对我们的图书及其发展建言献策。我们将本着对读者负责，对社会负责的精神及时采纳您的合理建议，奉献出更多更好更精的文化产品，以实际行动为民族教育的发展贡献绵薄之力。

作者声明：《中学教材全解》系列丛书有关图书封面设计的各种标识均已注册，请认准注册商标，谨防假冒。

作者声明：保护正版是每个真正尊重知识的忠诚读者的义务。如发现盗版，我们将根据有关法律及规定对盗版者和非法买卖盗版本书的个人和单位作出严肃处理。

本丛书成立答疑解惑工作委员会，如有疑问问题可通过以下方式与我们联系：

企业网站：<http://www.bjjxsy.com>

产品网站：<http://www.swtnet.net>

服务电话：010-61743009

电子邮箱：book@bjjxsy.com service@swtnet.net

通信地址：北京市天通苑邮局 6503 号信箱

邮政编码：102218

题 记

逐字逐词，逐句逐段，逐节逐课，全面透彻，精细创新。全析全解各科教材，名师解读，全心全意，伴您成功！

《中学教材全解》编委会

《中学教材全解》专家顾问团

hongxuejiaocaiquanjiezhuanjiaguwentuan



CAOHONGCHANG

曹洪昌

全国著名特级教师，全国优秀教师，全国中等教育教研标兵，享受国务院特殊津贴专家、全国授予“牛金星”获得者，全国劳动模范，中国教育学会理事，中国化学会理事，几十家报刊特约编委。在省级以上报刊发表论文368篇，出版专著69部，每年到全国各地培训教师、指导中高考。

《中学教材全解》作者水平最高，编撰理念最新，教材讲解最透，指导方法最活，把握考题最准，高分突破最足，社会反响最好。一书在手，学习无忧，别无它求。



KONGXIANGXU

孔祥旭

全国著名特级教师，北京教育学院中小学综合实践活动研究会常务理事，享受国务院特殊津贴专家，政协委员。

《中学教材全解》例题设置：典型、科学、适量；过程讲解：精粗、透彻、到位；练习答案：全面、准确、详尽；版式设计：双栏、新颖、独特；图文印制：双色、精美、清晰。



LVSHENG

吕生

历史特级教师，吉林省“中青年历史学科带头人”，首批“跨世纪学科带头人”，“十佳青年教师标兵”。出版《历史高考专题20讲》等教学专著七部，参与编写《中小学教师岗位达标指南》教材两部，在报刊上发表经验论文、诗歌、散文等20多篇。

《中学教材全解》点拨技巧，似春风化雨；传授方法，像洞穴探幽；总结规律，同渔夫收网。这里既有如“鱼”的知识归纳，又有如“渔”的方法传授。



WANGGENQUAN

王恩权

数学特级教师，数学会高中数学教育学会理事，吉林省数学骨干教师，学科带头人，教育科研型名师。在中学数学报刊或大学报上发表论文近百篇，30余万字，其中有新定理、新公式50多个。教研课题获吉林省优秀教育成果特等奖。现已被十多家报刊杂志社聘为特约通讯员或编委。

《中学教材全解》有三个功能：学生用它能自学，老师拿它能讲课，家长有它能辅导，是一套三位一体的自学丛书。



ZHANGJIANMEI

张健美

数学特级教师，全国优秀教师，全国目标教学先进个人，数学研究会成员。从教近三十年，一直致力于数学教材教法研究，参与国家、省市级多项实验课题研究，为全国及各省市作公开课、观摩课、演讲课40余次，数次获得一、二等奖。撰写的教学论文在各类报刊上发表，获国家级特等奖、一二等奖，主编、参编多部教辅图书。

《中学教材全解》既能满足学生课前、课上、课后的学习需求，又能为老师提供备课、上课、研究的辅助资料；既有助于平时学懂知识，又服务于中考高考的复习；是老师、学生不可缺少的工具书。



LVQINGWEN

吕清文

化学高级教师，中国化学会会员，化学学科带头人、优秀教师，《光明日报》出版社特约编，《中学化学教学参考》等多家报刊杂志通讯员和特约编辑，《中学生导报·新化学》（高二版）主编。多年来，一直潜心研究课堂教学与高考规律，在20余种杂志上发表论文435篇，主编、参编教学参考书15部，参与省级以上课题研究并结题2项。连续三年在教师讲课大赛中获一等奖，多次在全市做示范课和高考复习讲座。

《中学教材全解》紧扣教材讲解知识，巧设实例传授方法，构建网络总结规律，由浅入深，从易到难，全心全意，解惑释疑。



ZHUHAOZHEN

竺豪桢

高级教师，中国人民大学附中校长助理，中国教育学会，中小学发明创造工作委员会委员。

如果把“教材”看作是一个源的话，《中学教材全解》就是水；如果把“教材”看作是本的话，《中学教材全解》就是木，《中学教材全解》是对教材的补充、丰富和完善。



ZHANGQING

张青

数学特级教师，全国中学数学竞赛优秀指导教师，多年来一直致力于中学数学的教学研究、改革和创新，创设的“三段五环”教学方法在全国推广，教学成绩突出，多次在全国、省市级教学研讨会上介绍教学经验并作为示范课，主、参编初中数学教辅图书40余部，在国家级刊物上发表论文20余篇。

《中学教材全解》知识覆盖面广，讲解透彻，到位，训练扎实有序，有利于学生全面系统的学习和掌握教材知识，是一本面向全体学生的好书。

《中学教材全解》学生顾问团

hongxuejiaocaiquanjiexueshengguwentuan



SHIFANGZHOU

史方舟

陕西理科状元，现就读于北京大学光华管理学院。

最爱读的书：《尘埃落定》《史记》

最喜爱的体育项目：羽毛球 乒乓球 游泳

最喜欢的名言：倚天照海花无数，

流水高山心自知。

寄语：从初中到高中的六年时间里，《中学教材全解》伴随我学习的每一阶段，她像一位和蔼可亲的老师，随时为我答疑解惑。



WEINA

魏娜

新疆文科状元，现就读于北京大学经济学院。

最爱读的书：《基督山伯爵》

最喜爱的体育项目：羽毛球 网球

最喜欢的名言：有志者，事竟成

寄语：每当我上课听不懂时，我都会在心里自信的安慰自己：没问题，回家一看《中学教材全解》就全都明白的，它是我信赖的无声老师。



HUANGDAYU

黄大宇

辽宁特招生，现就读于清华大学信息学院。

最爱读的书：《左手的掌纹》

最喜爱的体育项目：篮球

最喜欢的名言：丰碑无语，行胜于言。

寄语：《中学教材全解》能满足各个层次学生的求知需求，是自学的好帮手，成功的铺路石。



SHIXIAOYAN

史小燕

山西文科状元，现就读于北京大学光华管理学院。

最爱读的书：《史记》《红楼梦》《飘》

《鲁迅全集》

最喜爱的体育项目：羽毛球 游泳

最喜欢的名言：地上本没有路，走的人多了，也便成了路。

寄语：《中学教材全解》真是知识覆盖面全面，讲解透彻到位，训练扎实有序。



WANGWEI

王蔚

安徽文科状元，现就读于北京大学法学院。

最爱读的书：《飘》

最喜爱的体育项目：羽毛球

最喜欢的名言：天下难事必作于易，天下大事必作于细。

寄语：《中学教材全解》帮我理解教材知识，为我打开解题思路，伴我全程学习。我的状元之梦得以实现，真该感谢总编辑“全心全意，解疑解难”的编写思想。



YANXIAOLAN

闫小恋

吉林理科状元，现就读于北京大学基础医学系。

最爱读的书：计算机类

最喜爱的体育项目：足球 篮球

最喜欢的名言：世界因我更精彩。

寄语：我最喜欢《中学教材全解》里的例题讲解，解题过程特别详尽，每个例题后都有方法、技巧和规律总结，尤其是“思维误区警示”栏目，对我提高分析问题和解题能力特有帮助。



XIEJIANBO

谢剑波

浙江理科状元，现就读于清华大学信息学院。

最爱读的书：《史记》 四大名著

最喜爱的体育项目：篮球 台球 乒乓球

最喜欢的名言：走自己的路，让别人去说吧。

寄语：高三的时候买过一套《中学教材全解·高考总复习全解》，对我的复习帮助特别大，它不仅归纳知识科学合理，而且点拨复习方法也特别恰当。感谢总编辑早发现它……



MITUO

米拓

河南特招生，现就读于北京大学德语系。

最爱读的书：科幻、武侠

最喜爱的体育项目：足球 乒乓球

最喜欢的名言：勿以善小而不为，勿以恶小而为之。

寄语：《中学教材全解》封面设计精巧独特，内文版式简洁明快，知识讲解全面系统，方法点拨实用高效，规律总结系统科学，图书价位适中合理。

出版前言

《中学教材全解》系列丛书根据教育部最新教材编写。值此出版之际,我们祝愿《中学教材全解》将伴随您度过中学阶段的美好时光,帮您迈向日夜向往的高等学府。

这套丛书与其他同类书相比具有以下几个鲜明特色:

第一,新。

首先是教材新。本书以最新教改精神为依据,以现行初、高中最新教材为蓝本编写。其次是体例新。紧扣教材,步步推进,设题解题、释疑解难、课后自测、迁移延伸,逐次深入。其三是题型(材料)新。书中选用的题型(材料)都是按中考、高考要求精心设计挑选的,让读者耳目一新。

第二,细。

首先是对教材讲解细致入微。以语文科为例,小到字的读音、词的辨析,大到阅读训练和作文训练都在本书中有所体现。其次是重点难点详细讲析,既有解题过程又有思路点拨。其三是解题方法细,一题多解,多题一法,变通训练,总结规律。

第三,精。

首先是教材内容讲解精。真正体现围绕重点,突破难点,引发思考,启迪思维。根据考点要求,精讲精析,使学生举一反三,触类旁通。其次是问题设置精,注重典型性,避免随意性,注重迁移性,避免孤立性,实现由知识到能力的过渡。

第四,透。

首先是对教纲考纲研究得透。居高临下把握教材,立足于教材,又不拘泥于教材。其次是对学生知识储备研究得透。学习目标科学可行,注重知识“点”与“面”的联系,“教”与“学”的联系。再次是对问题讲解得透,一题多问,一题多解,培养求异思维和创新能力。

第五,全。

首先是知识分布全面。真正体现了“一册在手,学习内容全有”的编写指导思想。其次是该书的信息量大。它涵盖了中学文化课程教学全部课程和教与学的全部过程,内容丰富,题量充足。再次是适用对象全面。本书着眼于面向全国重点、普通中学的所有学生,丛书内容由浅入深,由易到难,学生多学易练,学习效果显著。

本系列丛书虽然从策划、编写,再到出版,精心设计,细致操作,可谓尽心尽力,但疏漏之处在所难免,诚望广大读者批评指正。

薛金星于北师大



目 录



第一章 直角三角形的边角关系

..... (1)

本章综合解说 (1)

1. 从梯子的倾斜程度谈起 (3)

教材课前准备 (3)

教材新知识全解 (3)

综合典型例题精析 (7)

课标要求剖析 (9)

2005 年课标中考典题剖析

..... (12)

教材知能整合与提升 (13)

课后习题全解 (14)

名题品味尝试 (16)

2. $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 角的三角函数值

..... (17)

教材课前准备 (17)

教材新知识全解 (18)

综合典型例题精析 (19)

课标要求剖析 (22)

2005 年课标中考典题剖析

..... (24)

教材知能整合与提升 (25)

课后习题全解 (25)

名题品味尝试 (26)

3. 三角函数的有关计算 (28)

教材课前准备 (28)

教材新知识全解 (28)

综合典型例题精析 (29)

课标要求剖析 (32)

2005 年课标中考典题剖析

..... (34)

教材知能整合与提升 (35)

课后习题全解 (36)

名题品味尝试 (37)

4. 船有触礁的危险吗 (39)

教材课前准备 (39)

教材新知识全解 (39)

综合典型例题精析 (40)

课标要求剖析 (41)

2005 年课标中考典题剖析

..... (44)

教材知能整合与提升 (45)

课后习题全解 (46)

名题品味尝试 (47)

5. 测量物体的高度 (48)

教材课前准备 (48)

教材新知识全解 (49)

综合典型例题精析 (50)

课标要求剖析 (52)

2005 年课标中考典题剖析

..... (54)

教材知能整合与提升 (55)

课后习题全解 (56)

名题品味尝试 (56)

章末总结 (57)

知识网络归纳 (57)



重要知识与规律总结·····	(57)	4. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象	(97)
专题综合讲解·····	(58)	教材课前准备 ·····	(97)
综合性问题讲解·····	(59)	教材新知识全解 ·····	(98)
最新中考热点聚焦指南 ·····	(62)	综合典型例题精析 ·····	(102)
课后复习题全解·····	(62)	课标要求剖析 ·····	(105)
第二章 二次函数 ·····	(66)	2005 年课标中考典题剖析	····· (107)
本章综合解说 ·····	(66)	教材知能整合与提升 ·····	(109)
1. 二次函数所描述的关系·····	(68)	课后习题全解 ·····	(111)
教材课前准备 ·····	(68)	名题品味尝试 ·····	(112)
教材新知识全解 ·····	(68)	5. 用三种方式表示二次函数	····· (113)
综合典型例题精析 ·····	(69)	教材课前准备 ·····	(113)
课标要求剖析 ·····	(70)	教材新知识全解 ·····	(114)
2005 年课标中考典题剖析	····· (72)	综合典型例题精析 ·····	(117)
教材知能整合与提升 ·····	(73)	课标要求剖析 ·····	(119)
课后习题全解 ·····	(73)	2005 年课标中考典题剖析	····· (120)
名题品味尝试 ·····	(74)	教材知能整合与提升 ·····	(121)
2. 结识抛物线 ·····	(74)	课后习题全解 ·····	(122)
教材课前准备 ·····	(74)	名题品味尝试 ·····	(123)
教材新知识全解 ·····	(75)	6. 何时获得最大利润 ·····	(124)
综合典型例题精析 ·····	(77)	教材课前准备 ·····	(124)
课标要求剖析 ·····	(78)	教材新知识全解 ·····	(125)
2005 年课标中考典题剖析	····· (80)	综合典型例题精析 ·····	(127)
教材知能整合与提升 ·····	(81)	课标要求剖析 ·····	(129)
课后习题全解 ·····	(82)	2005 年课标中考典题剖析	····· (131)
名题品味尝试 ·····	(83)	教材知能整合与提升 ·····	(132)
3. 刹车距离与二次函数 ·····	(83)	课后习题全解 ·····	(132)
教材课前准备 ·····	(83)	名题品味尝试 ·····	(133)
教材新知识全解 ·····	(84)	7. 最大面积是多少 ·····	(135)
综合典型例题精析 ·····	(88)	教材课前准备 ·····	(135)
课标要求剖析 ·····	(91)	教材新知识全解 ·····	(135)
2005 年课标中考典题剖析	····· (93)	综合典型例题精析 ·····	(137)
教材知能整合与提升 ·····	(94)	课标要求剖析 ·····	(140)
课后习题全解 ·····	(95)		
名题品味尝试 ·····	(96)		

2005 年课标中考典题剖析	(141)	综合典型例题精析	(189)
教材知能整合与提升	(142)	课标要求剖析	(191)
课后习题全解	(143)	2005 年课标中考典题剖析	(193)
名题品味尝试	(144)	教材知能整合与提升	(194)
8. 二次函数与一元二次方程	(146)	课后习题全解	(195)
教材课前准备	(146)	名题品味尝试	(198)
教材新知识全解	(146)	3. 圆周角与圆心角的关系	(199)
综合典型例题精析	(150)	教材课前准备	(199)
课标要求剖析	(153)	教材新知识全解	(199)
2005 年课标中考典题剖析	(155)	综合典型例题精析	(202)
教材知能整合与提升	(155)	课标要求剖析	(204)
课后习题全解	(156)	2005 年课标中考典题剖析	(205)
名题品味尝试	(159)	教材知能整合与提升	(206)
章末总结	(160)	课后习题全解	(207)
知识网络归纳	(160)	名题品味尝试	(208)
重要知识与规律总结	(160)	4. 确定圆的条件	(210)
专题综合讲解	(162)	教材课前准备	(210)
综合性问题讲解	(165)	教材新知识全解	(210)
最新中考热点聚焦指南	(168)	综合典型例题精析	(212)
课后复习题全解	(169)	课标要求剖析	(213)
第三章 圆	(177)	2005 年课标中考典题剖析	(215)
本章综合解说	(177)	教材知能整合与提升	(215)
1. 车轮为什么做成圆形	(179)	课后习题全解	(216)
教材课前准备	(179)	名题品味尝试	(217)
教材新知识全解	(179)	5. 直线和圆的位置关系	(219)
综合典型例题精析	(180)	教材课前准备	(219)
课标要求剖析	(182)	教材新知识全解	(219)
2005 年课标中考典题剖析	(183)	综合典型例题精析	(222)
教材知能整合与提升	(183)	课标要求剖析	(225)
课后习题全解	(184)	2005 年课标中考典题剖析	(227)
名题品味尝试	(184)	教材知能整合与提升	(230)
2. 圆的对称性	(185)	课后习题全解	(231)
教材课前准备	(185)	名题品味尝试	(233)
教材新知识全解	(186)	6. 圆和圆的位置关系	(234)
		教材课前准备	(234)



教材新知识全解	(235)	教材新知识全解	(285)
综合典型例题精析	(237)	综合典型例题精析	(289)
课标要求剖析	(239)	课标要求剖析	(292)
2005 年课标中考典题剖析.....	(241)	2005 年课标中考典题剖析	
教材知能整合与提升	(242)		(294)
课后习题全解	(243)	教材知能整合与提升	(295)
名题品味尝试	(243)	课后习题全解	(296)
7. 弧长及扇形的面积	(244)	名题品味尝试	(297)
教材课前准备	(244)	2. 哪种方式更合算	(299)
教材新知识全解	(244)	教材课前准备	(299)
综合典型例题精析	(245)	教材新知识全解	(299)
课标要求剖析	(249)	综合典型例题精析	(301)
2005 年课标中考典题剖析		课标要求剖析	(303)
.....	(251)	2005 年课标中考典题剖析	
教材知能整合与提升	(252)		(304)
课后习题全解	(253)	教材知能整合与提升	(305)
名题品味尝试	(254)	课后习题全解	(305)
8. 圆锥的侧面积	(255)	名题品味尝试	(306)
教材课前准备	(255)	3. 游戏公平吗	(307)
教材新知识全解	(255)	教材课前准备	(307)
综合典型例题精析	(256)	教材新知识全解	(308)
课标要求剖析	(259)	综合典型例题精析	(310)
2005 年课标中考典题剖析		课标要求剖析	(314)
.....	(261)	2005 年课标中考典题剖析	
教材知能整合与提升	(262)		(315)
课后习题全解	(263)	教材知能整合与提升	(316)
名题品味尝试	(264)	课后习题全解	(317)
章末总结	(266)	名题品味尝试	(319)
知识网络归纳.....	(266)	章末总结	(320)
重要知识与规律总结.....	(266)	知识网络归纳.....	(320)
专题综合讲解.....	(269)	重要知识与规律总结.....	(320)
综合性问题讲解.....	(273)	专题综合讲解.....	(321)
最新中考热点聚焦指南	(276)	综合性问题讲解.....	(323)
课后复习题全解.....	(278)	最新中考热点聚焦指南	(325)
		课后复习题全解.....	(326)
第四章 统计与概率	(283)		
本章综合解说	(283)		
1. 50 年的变化	(285)		
教材课前准备	(285)		

第一章

直角三角形的边角关系

一、本章主要内容及在学科中的地位

本章的主要内容包括锐角三角函数的定义; $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 角的三角函数值;任意锐角三角函数值的求解.教材从梯子的陡缓引出锐角三角函数的定义,并通过丰富的实例,建立了直角三角形的模型,展现了运用直角三角形的边角关系解决实际问题的一般过程.

重点:运用直角三角形的边角关系解决实际问题.

难点:如何将实际问题转化为直角三角形的边角关系来解决.

本章知识是在学习“直角三角形两锐角互余及勾股定理”两个重要性质基础上的延续,它揭示了直角三角形的边角关系,是高中三角函数学习的重要基础,也是解决实际问题的主要数学工具,故有承前启后的作用.

二、本章知识与生产生活、科技前沿等方面的联系

直角三角形的边角关系在解决实际问题中有重要作用.如在测量物体高度,线路



长度,房屋的采光要求,堤坝的建造,坡度的改变,航海方向,线路的选择,及零件加工的角度、边长等方面,人们往往把实际问题中的距离、角度、高度的计算问题归结为直角三角形的边角关系来求解.这是近几年中考的热点.

三、学习本章内容的新课程要求

1. 理解锐角三角函数的概念,并能够通过实例进行说明.

2. 能够进行含有 $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 角的三角函数值的计算.

3. 能够借助计算器,由已知锐角求出它的三角函数值,或由已知三角函数值求出相应的锐角.

4. 能够运用直角三角形的边角问题,解决与直角三角形有关的实际问题,加强学生的数学应用意识,使学生进一步体会到三角函数是解决实际问题的有效工具.

四、学习过程中应注意的几点

1. 在运用锐角三角函数求图形中的某些边或角时,如“测量物体的高度,沿斜坡前进一段路程,求升高了多少”等问题,最好画出平面图形,按照图中边角关系去计算,这样可以帮助思考,便于解答.

2. 能灵活地对 $\tan \angle A = \frac{\angle A \text{ 的对边}}{\angle A \text{ 的邻边}}$,

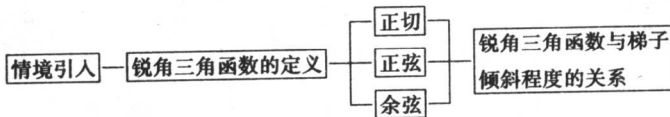
$\sin \angle A = \frac{\angle A \text{ 的对边}}{\angle A \text{ 的斜边}}$, $\cos \angle A = \frac{\angle A \text{ 的邻边}}{\angle A \text{ 的斜边}}$ 进行恒等变形.

1. 从梯子的倾斜程度谈起



教材课前准备

1. 本节教材整体感知



2. 相关知识链接

(1) 有两个角对应相等的两个三角形相似, 相似三角形的对应角相等, 对应边成比例.

(2) 直角三角形的两锐角互余.

(3) 直角三角形中两直角边的平方和等于斜边的平方(勾股定理). 反之, 若一个三角形中有两条边的平方和等于第三边的平方, 则这个三角形是直角三角形.

(4) 函数的定义: 在某个变化过程中, 有两个变量 x 和 y , 如果给定一个 x 值, 相应地就确定了一个 y 值, 那么我们就称 y 是 x 的函数, 其中 x 是自变量, y 是因变量.

(5) 方位角的有关知识: 如图 1-1-1, 图 1-1-2 所示.

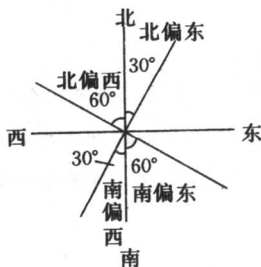


图 1-1-1

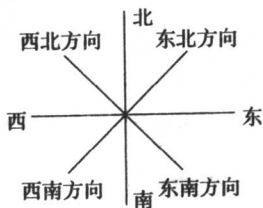


图 1-1-2



教材新知识全解

知识点 1 判断梯子的陡缓

例 1 (1) 在图 1-1-3 中, 梯子 AB 与 EF 哪个更陡? 你是怎样判断的? 你有几种判断方法?

(2) 在图 1-1-4 中, 梯子 AB 和 EF 哪个更陡? 你是怎样判断的?

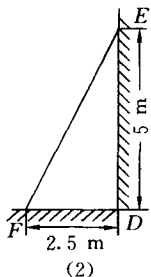
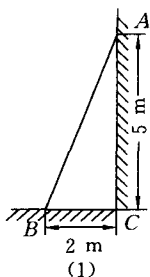


图 1-1-3

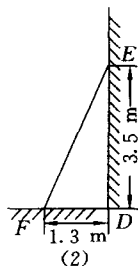
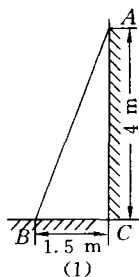


图 1-1-4

分析:这是由实际问题抽象出数学模型——直角三角形的过程,考虑梯子的陡缓,可从角的大小或边的关系等方面考虑,此题属开放性问题,答案不唯一.

参考答案:(1)①用量角器测量 $\angle ABC$ 和 $\angle EFD$ 的度数,谁的度数大,对应的梯子就更陡;②因为梯子的高度 $AC=ED=5$ m,所以梯子底部到墙的水平距离 BC 与 FD 哪个小,对应的梯子就更陡.显然, $BC=2$ m $<FD=2.5$ m,所以梯子 AB 更陡;因为 $\frac{AC}{BC}=\frac{5}{2}=2.5$, $\frac{DE}{DF}=\frac{5}{2.5}=2$,所以 $\frac{AC}{BC}>\frac{DE}{DF}$,所以梯子 AB 更陡.

(2)①用量角器测量 $\angle ABC$ 和 $\angle EFD$ 的度数谁的度数大,对应的梯子就更陡;

②因为 $\frac{AC}{BC}=\frac{4}{1.5}=\frac{8}{3}$, $\frac{ED}{FD}=\frac{3.5}{1.3}=\frac{35}{13}$,所以 $\frac{AC}{BC}<\frac{ED}{FD}$,所以 EF 更陡.

特别提醒

从以上比较梯子 AB 和 EF 的倾斜程度的探索过程中可体会到,一方面可从梯子与地面夹角的大小来比较;另一方面也可从夹角的对边与邻边的比值来比较,进而可见,直角三角形中,一个锐角与其对边和邻边之间存在一定关系.

知识点 2 正切的定义

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,如果锐角 $\angle A$ 确定,那么 $\angle A$ 的对边与邻边的比随之确定,这个比叫做 $\angle A$ 的正切,记

作 $\tan A$. $\tan A = \frac{\angle A \text{ 的对边}}{\angle A \text{ 的邻边}} = \frac{a}{b}$ (如图 1-1-5).

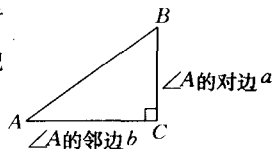


图 1-1-5

特别提醒

正切的定义非常直观地描述了直角三角形中某一锐角的对边与邻边的关系,这是直角三角形的又一性质.它的优越性是把角和线段长度联系起来.

知识点3 坡度的定义及表示

如图 1-1-6 所示,我们通常把坡面的铅直高度 h 和水平宽度 l 的比叫做坡度(或坡比).

斜坡的坡度和坡角的正切值有如下关系: $\tan \alpha = \frac{h}{l}$.

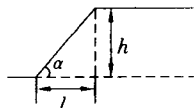


图 1-1-6

例2 如图 1-1-7 所示,拦水坝的横断面为梯形 $ABCD$,斜坡 AB 的坡度为 $1:3$,坝顶宽 $BC=3$ m,坝高 $BE=4$ m,斜坡 $CD=5$ m, (1)比较斜坡 AB 和 CD 谁陡; (2)求坝底 AD 的长.

分析: 梯形横断面中求坡度或线段长度,通常作底边上的高来构造直角三角形.

解: (1) 分别作 $BE \perp AD$, $CF \perp AD$ 于点 E 、 F , 在 $\text{Rt}\triangle CFD$ 中, $CF=BE=4$ m,

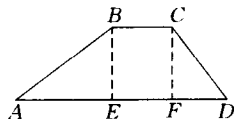


图 1-1-7

由勾股定理得 $DF = \sqrt{CD^2 - CF^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ (m).

$\therefore \tan D = \frac{CF}{FD} = \frac{4}{3}$, $\because \tan A = \frac{1}{3}$, $\therefore \tan D > \tan A$. $\therefore$ 斜坡 CD 更陡.

(2) 在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中, $\frac{BE}{AE} = \frac{1}{3}$, $\therefore AE = 3BE = 3 \times 4 = 12$ (m).

$\therefore AD = AE + EF + DF = 12 + 3 + 3 = 18$ (m).

答: 坝底 AD 长 18 m.

特别提醒

要比较斜坡的倾斜度,只要求出坡角的正切值即可.坡度越大,斜坡越陡.

知识点4 正弦、余弦的定义

如图 1-1-8,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,锐角 A 的对边与斜边的比叫做 $\angle A$ 的正弦,记作 $\sin A$,即 $\sin A = \frac{\angle A \text{ 的对边}}{\text{斜边}} = \frac{a}{c}$.

$\angle A$ 的邻边与斜边的比值叫做 $\angle A$ 的余弦,记作 $\cos A$,即 $\cos A = \frac{\angle A \text{ 的邻边}}{\text{斜边}} = \frac{b}{c}$.

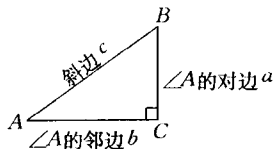


图 1-1-8

例3 如图 1-1-9, $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $BC=8$, $AC=10$, 求 $\sin A$, $\sin B$, $\cos A$, $\cos B$; 通过计算你有什么发现? 请加以证明.

解: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AB = \sqrt{10^2 + 8^2} = 2\sqrt{41}$,

$$\therefore \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{8}{2\sqrt{41}} = \frac{4\sqrt{41}}{41},$$

$$\sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{10}{2\sqrt{41}} = \frac{5\sqrt{41}}{41},$$

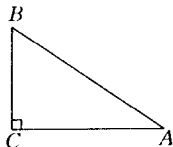


图 1-1-9