

技师学院高级技工学校教材

(第一版)

应用数学

Jishi Xueyuan Gaoji Jigong Xuexiao Jiaocai

YING YONG SHU XUE

主 编 王建林 副主编 刘悦 姜健 刘勇

江苏盐城技师学院组织编写

 中国劳动社会保障出版社

【技师学院教材】
【高级技工学校教材】

应用数学

主 编 王建林

副主编 刘 悦 姜 健 刘 勇

中国劳动社会保障出版社

图书在版编目(CIP)数据

应用数学/王建林主编. —北京:中国劳动社会保障出版社, 2005

技师学院高级技工学校教材

ISBN 7-5045-5223-2

I. 应… II. 王… III. 应用数学-高等学校:技术学校-教材 IV. 029

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 088735 号

中国劳动社会保障出版社出版发行

(北京市惠新东街 1 号 邮政编码: 100029)

出版人: 张梦欣

*

新华书店经销

北京地质印刷厂印刷 北京京顺印刷有限公司装订

787 毫米 × 1092 毫米 16 开本 13.75 印张 330 千字

2005 年 8 月第 1 版 2005 年 8 月第 1 次印刷

印数: 4000 册

定价: 23.00 元

读者服务部电话: 010-64929211

发行部电话: 010-64911190

出版社网址: <http://www.class.com.cn>

版权专有 侵权必究

举报电话: 010-64911344

前言

1996年以来,全国技师学院、高级技工学校先后开始招收高中、中技、中职毕业生,以培养“大专+高级工”,“大专+技师”型人才为目标,向社会输送了大批有知识懂技术的高技能人才,受到企业等广大用人单位的广泛欢迎。

技师教育、高级技工教育是较高层次的职业技术教育,多年来技师学院、高级技校一直使用大专、中专等数学教材,这些教材理论性强,但与专业课、生产实习课教学有较大差距。因此我们依据劳动和社会保障部制定的高级工、技师职业技能鉴定要求和技师学院、高级技工学校教学计划和大纲的要求,对数学教学进行了改革并组织编写了这本数学教材。

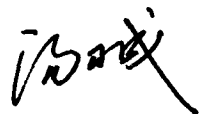
我们编写这本教材的指导思想是:以培养高素质应用型人才为总目标,力求教材内容易学、实用,努力体现数学为专业课教学服务,为生产实践服务,为提高学生综合素质服务,为学生今后进一步发展搭建平台。

这本教材的编写注意慎重选择教学内容,既考虑到数学学科的科学性,又能针对学生的接受能力和理解程度,紧扣高等职业教育的实际需要,适当选取教材内容的深度和广度。由于解三角形、平面解析几何、复数在专业教学中应用广泛,因此根据理论和实践相结合的原则,有选择、有重点地编写了这部分内容。同时又考虑到学生所接受的是高等职业教育,因而有针对性地选择高等数学的内容,既注意基本概念的讲解,更注重它们的几何解释、物理意义及实际应用,努力使教学内容形象、直观,便于学生理解和掌握,并达到“学以致用”的目的。

这本教材的编写和出版,得到了中国劳动保障出版社的大力支持和帮助,我院电气工程系刘进峰主任、机械工程系唐监怀主任、数控技术系徐国权主任以及姚小强、陈为华、唐修波等专家教师给予了热心指导和帮助,他们在教学内容的选取、例题和习题的配备上做了大量工作,在此一并致谢!

由于编者水平有限,书中难免有不妥之处,恳请读者批评指正。

江苏盐城技师学院院长:



二〇〇五年七月

内容简介



本书依照劳动和社会保障部关于技师学院、高级技工学校“数学课程设置要求”，并结合作者多年来为高职、高专、高级技校机械类、电子电工类专业学生讲解数学所积累的经验，汲取工程技术人员、专业课和生产实习课教师的意见编写而成。

全书共分六章，内容包括解三角形的应用、平面解析几何的应用、复数、导数与微分、不定积分、定积分、微分方程。任课教师可根据专业需要酌情选用。

本书为技师学院、高级技工学校“基础课”教材，也可作为高级工、技师培训教材。对中高级技术工人来说，也可作为实用工具书。

目录

第一章 解三角形及其应用	(1)
§ 1.1 正弦定理和余弦定理	(1)
§ 1.2 解三角形在零件加工中的应用	(6)
§ 1.3 常见传动件与机构中三角计算实例	(15)
第二章 平面解析几何及其应用	(23)
§ 2.1 直线与方程	(23)
§ 2.2 曲线与方程	(28)
§ 2.3 二次曲线及其应用	(31)
§ 2.4 坐标轴的平移与旋转	(45)
§ 2.5 参数方程	(51)
§ 2.6 极坐标	(56)
§ 2.7 极坐标和参数方程应用举例	(61)
※第三章 复数	(68)
§ 3.1 复数的概念	(68)
§ 3.2 复数的表示方法	(70)
§ 3.3 复数的运算	(77)
第四章 导数与微分	(88)
§ 4.1 极限与连续	(88)
§ 4.2 导数的概念	(96)
§ 4.3 基本初等函数的导数	(101)
§ 4.4 导数的运算法则	(104)
§ 4.5 二阶导数与微分	(109)
§ 4.6 导数的应用	(116)
§ 4.7 曲线的曲率	(125)
第五章 不定积分	(135)
§ 5.1 不定积分的概念与性质	(135)

§ 5.2 积分基本公式 直接积分法	(139)
§ 5.3 换元积分法	(142)
§ 5.4 分部积分法	(151)
第六章 定积分	(158)
§ 6.1 定积分的概念与性质	(158)
§ 6.2 定积分的计算	(163)
§ 6.3 定积分的应用	(170)
第七章 微分方程	(185)
§ 7.1 微分方程的基本概念	(185)
§ 7.2 一阶微分方程	(188)
§ 7.3 二阶常系数齐次线性微分方程	(195)
§ 7.4 二阶常系数线性非齐次微分方程	(200)
§ 7.5 微分方程的应用	(204)

第一章·解三角形及其应用

我们在以前已经学习了三角形的解法及其应用，由于平面三角形的计算在机械加工中有着广泛的应用，所以本章对它的基本内容再作简要的复习。

§ 1.1 正弦定理和余弦定理

一、正弦定理

正弦定理：在任意三角形中，各边与它所对角的正弦之比相等，并且都等于三角形外接圆的直径，即：

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

正弦定理揭示的是三角形中各个角与其对应边的关系。

利用正弦定理求三角形的未知元素，主要有以下两种情形：

- (1) 如果已知其任意两个角和一条边，就可计算出其他元素；
- (2) 如果已知任意两条边和其中一条边的对角，就可以计算出其他元素。

例 1 求图 1—1 中的 AC。

解：由题意可知，

$$\triangle ABC \text{ 中的 } AB = 45 + 40 = 85 \text{ mm}$$

$$\angle A = 50^\circ, \angle B = 70^\circ$$

$$\text{所以 } \angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B = 180^\circ - 70^\circ - 50^\circ = 60^\circ$$

由正弦定理，得 $\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C}$

$$\text{所以 } AC = \frac{AB \cdot \sin B}{\sin C} = \frac{85 \sin 70^\circ}{\sin 60^\circ} = \frac{85 \times 0.9397}{0.866} = 92.23 \text{ mm}$$

即 A、C 两轮的中心距为 92.23 mm。

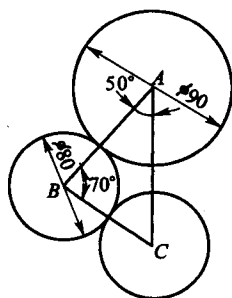


图 1—1

例 2 如图 1—2 所示 $\triangle ABC$ 中，已知 $a = 8 \text{ mm}$ ， $b = 12 \text{ mm}$ ， $\angle A = 20^\circ$ ，求 $\angle B$ 、 $\angle C$ 及边长 c 。

解：由正弦定理得： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$

$$\sin B = \frac{b \sin A}{a} = \frac{12 \sin 20^\circ}{8} = 0.5130$$

因为 $\sin B$ 是正值， $\angle B$ 可以是锐角，也可以是钝角。

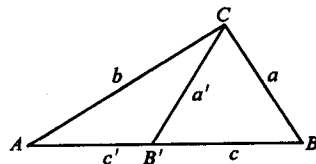


图 1—2

(1) 当 $\angle B$ 为锐角时: $\angle B = 30^\circ 52'$

$$\angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B = 180^\circ - 20^\circ - 30^\circ 52' = 129^\circ 8'$$

$$c = \frac{a \sin C}{\sin A} = \frac{8 \sin 129^\circ 8'}{\sin 20^\circ} = 18.14 \text{ mm}$$

(2) 当 $\angle B$ 为钝角时: $\angle B' = 180^\circ - 30^\circ 52' = 149^\circ 8'$

$$\angle C' = 180^\circ - \angle A - \angle B' = 180^\circ - 20^\circ - 149^\circ 8' = 10^\circ 52'$$

$$c' = \frac{a \sin C'}{\sin A} = \frac{8 \sin 10^\circ 52'}{\sin 20^\circ} = 4.41 \text{ mm}$$

例 3 如图 1-3 所示的曲柄连杆装置, 连杆长 $L = 400 \text{ mm}$, 曲柄 OP 的长 $r = 100 \text{ mm}$, 当 $\alpha = 0^\circ$ 时, 活塞 B 在 B' 点. 求 $\alpha = 50^\circ$ 时, 活塞 B 移动的距离 x .

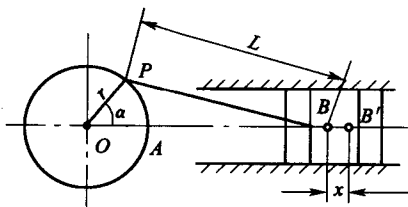


图 1-3

解: 在 $\triangle OPB$ 中: $\frac{r}{\sin B} = \frac{L}{\sin \alpha}$

$$\sin B = \frac{r \sin \alpha}{L} = \frac{100 \sin 50^\circ}{400} = 0.1915$$

$$\angle B = 11^\circ 2'$$

$$\text{所以 } \angle P = 180^\circ - \angle B - \angle \alpha = 180^\circ - 11^\circ 2' - 50^\circ = 118^\circ 58'$$

$$\text{又 } \frac{OB}{\sin P} = \frac{L}{\sin \alpha}$$

所以

$$OB = \frac{L \sin P}{\sin \alpha} = \frac{400 \sin 118^\circ 58'}{\sin 50^\circ} = 456.84 \text{ mm}$$

$$OB' = r + L = 100 + 400 = 500 \text{ mm}$$

所以

$$x = OB' - OB = 500 - 456.84 = 43.16 \text{ mm}$$

二、余弦定理

余弦定理: 在任意三角形中, 任何一边的平方等于其他两边的平方和, 减去这两边与它们夹角的余弦乘积的 2 倍, 即

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

余弦定理揭示的是三角形中两边及其夹角和另一边的关系.

利用余弦定理求三角形的未知元素, 主要有以下两种情形:

(1) 如果已知三角形的两边及其夹角, 就可计算出其他元素;

(2) 如果已知三角形的三条边, 就可计算出其他元素.

例 4 如图 1-4 所示, 已知分力 $F_1 = 20 \text{ N}$, 分力 $F_2 = 30 \text{ N}$, 它们的夹角 $\beta = 60^\circ$, 求: 合力 F 的大小及 F 与 F_2 的夹角 α .

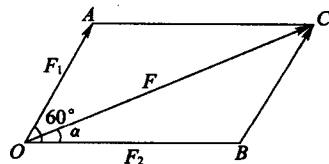


图 1-4

解：在 $\triangle OCB$ 中： $BC=F_1$ ， $\angle B=120^\circ$

由余弦定理得：

$$\begin{aligned} F^2 &= F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2\cos B \\ &= 20^2 + 30^2 - 2 \times 20 \times 30\cos 120^\circ \\ &= 400 + 900 + 1\,200\cos 60^\circ = 1\,900 \end{aligned}$$

所以

$$F=43.6\text{ N}$$

由正弦定理得

$$\frac{F_1}{\sin \alpha} = \frac{F}{\sin B}$$

所以

$$\sin \alpha = \frac{F_1 \sin B}{F} = \frac{20 \sin 120^\circ}{43.6} = 0.397\,3$$

即

$$\alpha = 23^\circ 24'$$

例5 变速箱上三个孔的距离如图1—5所示，在加工这些孔时，需要知道B孔与A孔的水平距离 x 和垂直距离 y ，试求 x 和 y 的值。

解：在 $\triangle ABC$ 中，由余弦定理得

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos A$$

$$\begin{aligned} \text{所以} \quad \cos A &= \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} \\ &= \frac{160^2 + 320^2 - 275^2}{2 \times 160 \times 320} = 0.511\,5 \\ \angle A &= 59^\circ 14' \end{aligned}$$

在直角 $\triangle ABD$ 中

$$y = 160 \sin 59^\circ 14' = 137.48\text{ mm}$$

$$x = 160 \cos 59^\circ 14' = 81.85\text{ mm}$$

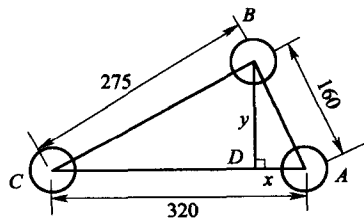
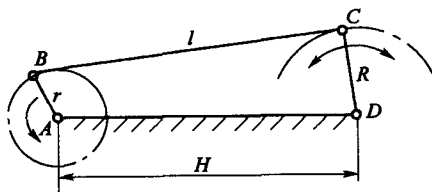
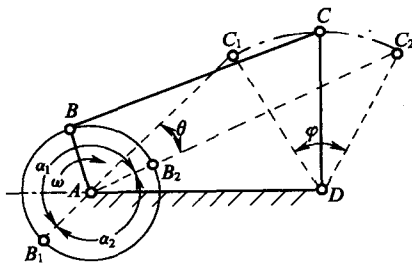


图1—5

例6 如图1—6a所示为一种常用的四连杆机构，AB是曲柄，可绕A点转动；BC是连杆；CD是摆杆。由图1—6b可知，当A、B、C三点在一直线上时，是摆杆摆动方向改变的转折位置。 B_1AC_1 连线与 AB_2C_2 连线间的夹角 $\theta = (\alpha_1 - \alpha_2)$ 。设曲柄长 $r=50\text{ mm}$ ，连杆长 $l=350\text{ mm}$ ，摆杆长 $R=100\text{ mm}$ ，曲柄转动中心A到摆杆摆动中心D的距离 $H=300\text{ mm}$ ，求摆杆的摆动角 φ 。



a)



b)

图1—6

解：由图可知：摆杆摆动至右边极限位置 C_2 点时，四连杆形成一个三角形，即 $\triangle ADC_2$ ，其中，边 $AC_2 = l + r$ 。由余弦定理，得

$$\begin{aligned}\cos \angle ADC_2 &= \frac{R^2 + H^2 - (l + r)^2}{2RH} \\ &= \frac{100^2 + 300^2 - (350 + 50)^2}{2 \times 100 \times 300} = -1\end{aligned}$$

所以

$$\angle ADC_2 = 180^\circ$$

摆杆摆动至左边极限位置 C_1 点时，四连杆形成另一个三角形，即 $\triangle ADC_1$ ，此时，边 $AC_1 = l - r$ 。由余弦定理，得

$$\begin{aligned}\cos \angle ADC_1 &= \frac{R^2 + H^2 - (l - r)^2}{2RH} \\ &= \frac{100^2 + 300^2 - (350 - 50)^2}{2 \times 100 \times 300} \\ &= \frac{1}{6}\end{aligned}$$

所以

$$\angle ADC_1 = 80^\circ 24'$$

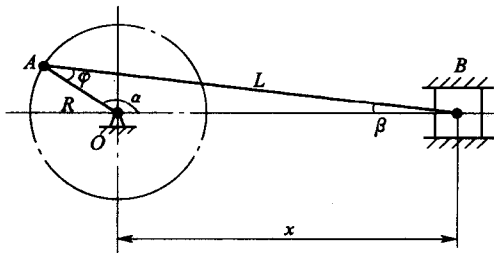
由上可知，此四连杆的摆杆在 $80^\circ 24' \sim 180^\circ$ 间往复摆动，摆动角

$$\varphi = \angle ADC_2 - \angle ADC_1 = 180^\circ - 80^\circ 24' = 99^\circ 36'$$

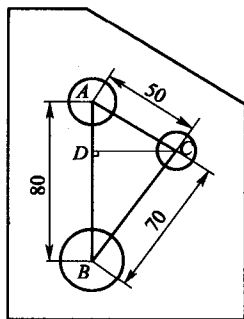
习题 1—1

1. 如题 1 图所示曲柄连杆机构，已知曲柄长 $R = 10$ cm，连杆长 $L = 50$ cm，问：当 $\alpha = 120^\circ$ 时， β 及 x 值为多少？

2. 齿轮箱侧面有如题 2 图所示三孔，其中 A、B 两孔的中心连线垂直于底座基准线。加工时顺次镗好 A、B 孔后，把镗杆从 B 退到 D，再移动工作台，使镗杆对准 C，然后镗 C 孔。试根据图示尺寸求 BD 和 DC。



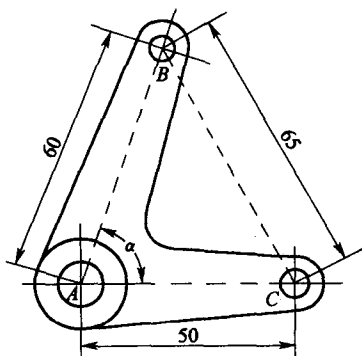
题 1 图



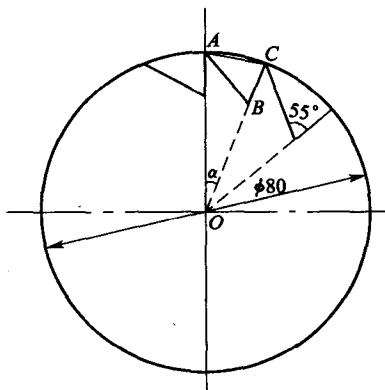
题 2 图

3. 如题 3 图所示为手扶拖拉机的制动器杠杆，试根据图上尺寸计算角 α 是多少度。

4. 如题 4 图所示，已知棘轮直径为 80 mm，牙数为 100，牙齿的倾斜角为 55° ，AB 和 BC 的尺寸分别为多少？



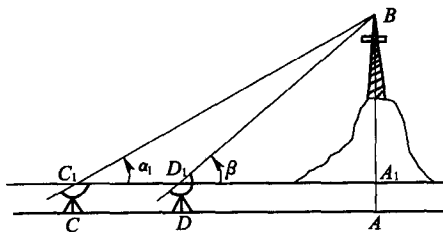
题 3 图



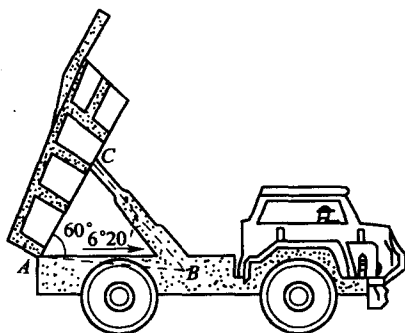
题 4 图

5. 自动卸货的载重汽车卸货时, 车厢的最大仰角为 60° , 油泵顶点 B 与车厢支点 A 间的距离为 1.95 m , AB 与水平线之间的夹角为 $6^\circ 20'$, AC 长为 1.4 m (如题 5 图所示). 计算油泵顶点 B 到车厢支撑点 C 间的距离 BC (保留三个有效数字).

6. 如题 6 图所示, 要测量底部无法到达的山顶上电视塔的塔顶到地平面的高度 AB , 从与山底在同一水平直线上的 C 、 D 两处, 测得塔顶的仰角分别为 $\alpha_1 = 68^\circ 12'$ 和 $\beta = 79^\circ 48'$, C 和 D 两点间的距离为 64.15 m , 已知测量仪的高度为 1.56 m , 求 AB .

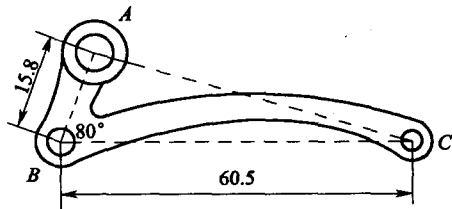


题 6 图



题 5 图

7. 缝纫机上的挑线杆形状如题 7 图所示, 加工过程中需要计算 A 和 C 两个孔的中心距. 已知 $BC = 60.5\text{ mm}$, $AB = 15.8\text{ mm}$, $\angle ABC = 80^\circ$, 求 AC 的长 (精确到 0.1 mm).



题 7 图

§ 1.2 解三角形在零件加工中的应用

一、加工和测量锥形工件时的计算

1. 加工锥形工件时圆锥半角 $\frac{\alpha}{2}$ 的计算

锥形工件中心线的截面图是一个等腰梯形，在车削时，对于锥体较短和锥度大于 $1/25$ 的工件，可用转动小拖板的方法加工（如图 1—7a 所示）。

如果已知大端直径 D 、小端直径 d 及锥形部分的长度 L ，那么由图 1—7b 知，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中： $AC=L$ ， $BC=\frac{D-d}{2}$ ，则

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{BC}{AC} = \frac{\frac{D-d}{2}}{L} = \frac{D-d}{2L}$$

如果已知锥度 C ，那么由锥度公式 $C=\frac{D-d}{L}$ 代入上式，得： $\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{C}{2}$ 。

当圆锥半角 $\frac{\alpha}{2} < 6^\circ$ 时，可用下列近似公式计算： $\frac{\alpha}{2} \approx 28.7^\circ \frac{D-d}{L} \approx 28.7^\circ C$ 。

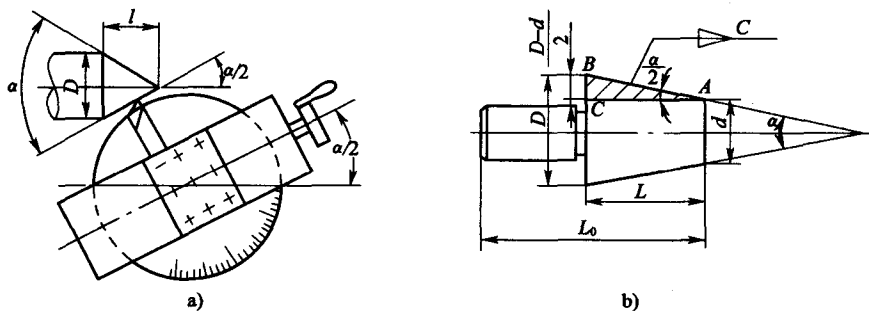


图 1—7

例 1 求车削图 1—7b 所示的锥形工件时，其中 $D=60 \text{ mm}$ ， $d=40 \text{ mm}$ ， $L=100 \text{ mm}$ ，小拖板所转的角度 $\alpha/2$ 。

$$\text{解：} \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{D-d}{2L} = \frac{60-40}{2 \times 100} = 0.1$$

$$\text{即小拖板所转的角度：} \frac{\alpha}{2} = \arctan 0.1 = 5^\circ 43'.$$

例 2 有一主轴，其锥形部分锥度 $C=1:20$ ，求圆锥半角 $\frac{\alpha}{2}$ 。

$$\text{解：} \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{C}{2} = \frac{\frac{1}{20}}{2} = \frac{1}{40} = 0.025$$

$$\text{所以 } \frac{\alpha}{2} = \arctan 0.025 = 1^\circ 26'.$$

2. 偏移尾座法加工锥体时, 尾座偏移量 S 的计算

偏移尾座法适用于加工锥度小、锥形部分较长的工件。

采用偏移尾座法车外圆锥面, 须将工件装夹在两顶尖间, 把尾座上滑板向里 (用于车正外圆锥面) 或者向外 (用于车倒外圆锥面) 横向移动一段距离 S 后, 使工件回转轴线与车床主轴轴线相交一个角度, 并使其大小等于圆锥半角 $\alpha/2$ 。当尾座横向移动一段距离 S 后, 工件就车成了一个圆锥体, 如图 1—8 所示。

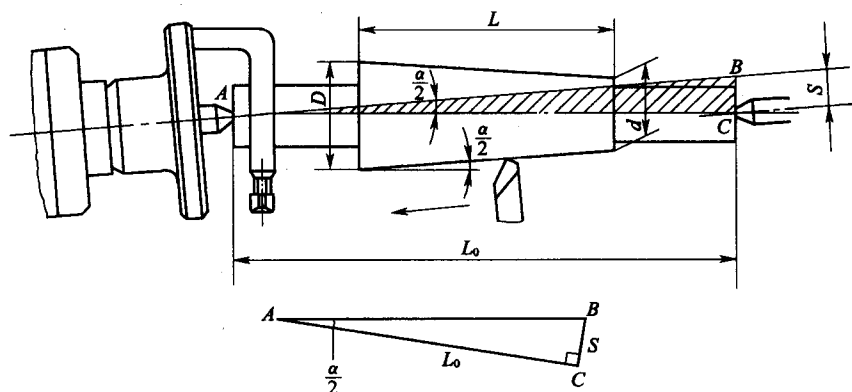


图 1—8

用偏移尾座法车削圆锥时, 尾座的偏移量不仅与圆锥长度有关, 而且还与两个顶尖之间的距离有关, 这段距离一般可近似看作工件全长 L 。

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中: $S = BC = AC \cdot \tan \frac{\alpha}{2} = L_0 \cdot \frac{D-d}{2L}$

即
$$S = L_0 \cdot \frac{D-d}{2L} \text{ 或 } S = \frac{C}{2} L_0$$

式中 S ——尾座偏移量, mm;

L ——圆锥长度, mm;

D ——大端直径, mm;

L_0 ——工件全长, mm;

d ——小端直径, mm;

C ——锥度。

例 3 用偏移尾座法车一外圆锥工件, 已知 $D = 75 \text{ mm}$, $d = 70 \text{ mm}$, $L = 100 \text{ mm}$, $L_0 = 120 \text{ mm}$, 求尾座偏移量 S 。

解: $S = \frac{D-d}{2L} L_0 = \frac{75-70}{2 \times 100} \times 120 = 3 \text{ mm}$

3. 用正弦规测量斜角时的计算

精度高的锥形工件加工后, 要用正弦规测量它的斜角。正弦规是一根钢质的平面直尺, 两头各有一个同样直径的钢柱, 钢柱的中心连线平行于正弦规的测量平面 (如图 1—9a 所示), 中心距一般有 100 mm 和 200 mm 两种。

测量时, 将正弦规放在平板上, 工件放在正弦规测量平面上, 用量块垫在一个钢柱的下面, 由于正弦规的倾斜, 使工件的上母线与平板平行, 并用百分表校正 (如图 1—9b 所示)。

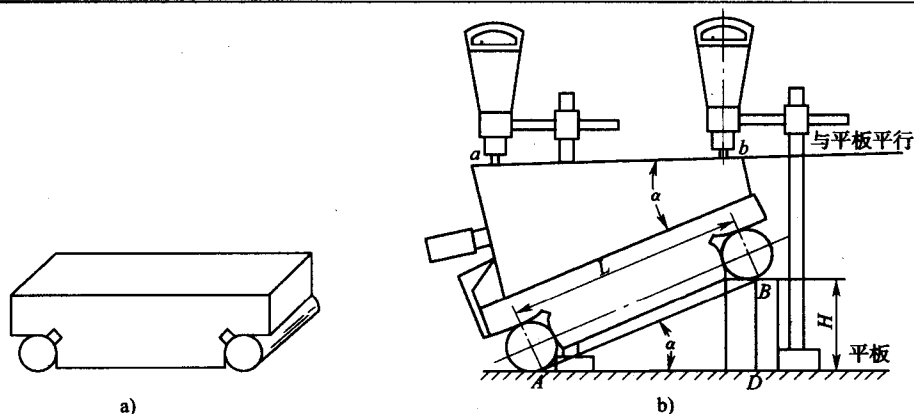


图 1—9

设量块高度为 H ，钢柱中心距为 L ，连接 AB ，在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中：

$$\sin\alpha = \frac{H}{L}, \text{ 或 } H = L\sin\alpha$$

例 4 用 $L=100\text{ mm}$ 的正弦规检验斜角 $\frac{\alpha}{2}=1^\circ26'$ 的塞规，求量块高度。

解：因为 $\frac{\alpha}{2}=1^\circ26'$

所以 $\alpha=2\times1^\circ26'=2^\circ52'$

所以 $H=L\sin\alpha=100\sin2^\circ52'=100\times0.0500=5\text{mm}$ 。

二、加工和测量螺纹时的计算

在生产中，许多零件都具有一定形状的螺纹结构，如丝杠、螺母等，它可以用来连接其他的零件和传递动力。螺纹的主要参数如图 1—10a 所示：外径 d 、底径 d_1 、中径 d_2 、牙形角 α ，螺距 P 及螺纹升角 ψ 。在图样上，这些尺寸都应标出。

螺纹加工好后，要检验其中径是否达到精度要求，由于中径不能直接测量，所以采用间接的三针测量法。它适用于测量一些精度要求高、螺旋角小于 4° 的螺纹。测量时，把三根直径相同的标准量棒放在螺纹相对两面的螺旋槽内，上面一根，下面两根，如图 1—10b 所示。然后用分厘卡测量上下两面量棒之间的距离 M ，将测得的 M 值经过计算，可求出螺纹的中径 d_2 ，再与图样上的要求比较，以确定精度。

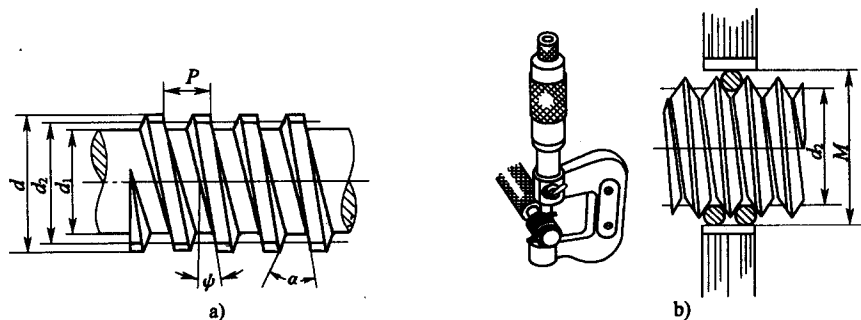


图 1—10

1. 最佳量针 d_0 的选择

为了消除牙型半径误差对测量结果的影响, 所选择的量针放置在螺纹牙槽中, 应使量针与螺纹中径处相切, 如图 1-11 所示.

由于 $OA \perp AE$, $OC \perp AC$, 故:

$$\angle OAC = \angle OEA = \frac{\alpha}{2}, \quad AC = \frac{P}{4}, \quad OA = \frac{d_0}{2}$$

$$\text{在 Rt}\triangle ACO \text{ 中: } \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{AC}{AO} = \frac{\frac{P}{4}}{\frac{d_0}{2}} = \frac{P}{2d_0}$$

$$\text{即最佳量针直径: } d_0 = \frac{P}{2 \cos \frac{\alpha}{2}}$$

理想针径只与螺纹牙型角 α 和螺距 P 有关.

对于普通螺纹: $\frac{\alpha}{2} = 30^\circ$, $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 故 $d_0 = 0.577P$;

对于英制螺纹: $\alpha = 55^\circ$, $\cos 27.5^\circ = 0.877$, 故 $d_0 = 0.5637P$;

对于梯形螺纹: $\alpha = 30^\circ$, $\cos 15^\circ = 0.9659$, 故 $d_0 = 0.518P$.

在选择不到直径最佳的量针时, 可选用直径最接近的量针代替.

2. 三针测量值 M 与中径 d_2 的换算关系

如图 1-12 所示:

$$x = OB + OA = \frac{d_0}{2} + OE - AE$$

$$\text{在 Rt}\triangle OFE \text{ 中: } OE = \frac{OF}{\sin \frac{\alpha}{2}} = \frac{\frac{d_0}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} = \frac{d_0}{2 \sin \frac{\alpha}{2}}$$

$$\text{在 Rt}\triangle AGE \text{ 中: } AE = AG \cdot \cot \frac{\alpha}{2} = \frac{P}{4} \cot \frac{\alpha}{2}$$

所以

$$x = \frac{1}{2}d_0 + \frac{d_0}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} - \frac{P}{4} \cot \frac{\alpha}{2}$$

所以

$$\begin{aligned} M &= d_2 + 2x = d_2 + 2 \left[\frac{1}{2}d_0 + \frac{d_0}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} - \frac{P}{4} \cot \frac{\alpha}{2} \right] \\ &= d_2 + d_0 \left[1 + \frac{1}{\sin \frac{\alpha}{2}} \right] - \frac{P}{2} \cot \frac{\alpha}{2} \end{aligned}$$

即

$$d_2 = M - d_0 \left[1 + \frac{1}{\sin \frac{\alpha}{2}} \right] + \frac{P}{2} \cot \frac{\alpha}{2}$$

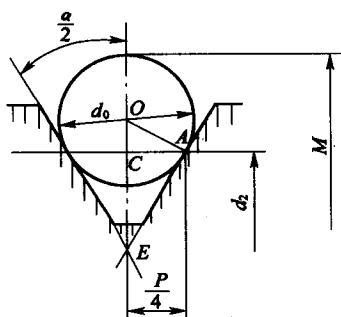


图 1-11

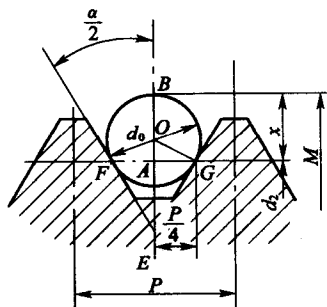


图 1-12

式中 d_2 ——螺纹中径;
 M ——用外径千分尺量得的实际尺寸;
 d_0 ——钢针直径;
 α ——螺纹牙型角;
 P ——螺距.

为了计算方便,把常用的牙型角 α 的值代入上式,得 M 与 d_2 的简化关系式:

螺纹牙型角	M 计算公式	钢针直径 d_0		
		最大值	最佳值	最小值
29° (英制蜗杆)	$M = d_2 + 4.994d_0 - 1.933P$		$0.516P$	
30° (梯形螺纹)	$M = d_2 + 4.864d_0 - 1.866P$	$0.656P$	$0.518P$	$0.486P$
40° (蜗杆)	$M = d_1 + 3.924d_0 - 4.316m_x$	$2.446m_x$	$1.675m_x$	$1.61m_x$
55° (英制螺纹)	$M = d_2 + 3.166d_0 - 0.961P$	$0.894P - 0.029$	$0.564P$	$0.481P - 0.016$
60° (普通螺纹)	$M = d_2 + 3d_0 - 0.866P$	$1.01P$	$0.577P$	$0.505P$

表中: m_x ——蜗杆模数(轴向).

例5 M7120A 平面磨床上传动丝杆上的螺纹尺寸如图 1—13 所示,求 d_0 及 M .

解: ①求理想量针直径 d_0 .

$$d_0 = 0.518P = 0.518 \times 3 = 1.554 \text{ mm}$$

按实际选用 $d_0 = 1.732 \text{ mm}$.

②求测量尺寸 M

$$\begin{aligned} M &= d_2 + 4.8637d_0 - 1.866P \\ &= 34.5 + 4.8637 \times 1.732 - 1.866 \times 3 \\ &= 37.326 \text{ mm} \end{aligned}$$

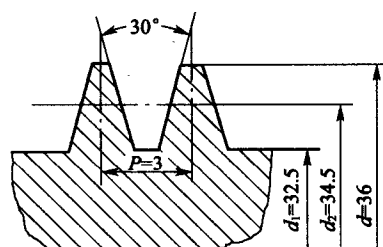


图 1—13

三、加工和测量燕尾形工件时的计算

燕尾槽(如图 1—14a 所示)和燕尾块(如图 1—14b 所示)统称燕尾形工件,它们都由两个斜角为 α 的斜面组成. 机床上常利用这两种互相配合的零件作相对滑动,来达到控制其他零件或机构作准确直线运动的目的.

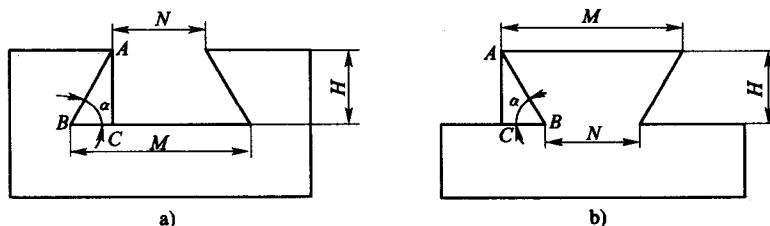


图 1—14

燕尾形工件的槽底及槽顶宽度是配合中的重要尺寸,精度要求较高的燕尾形工件,其宽度 M 或 N 可用精密圆柱和游标卡尺来测量. 测量时,把两根直径均为 d 的圆柱,放在斜角