

学习与评价

配苏教版普通高中课程标准实验教科书

课课练

数学

选修 4-5

发行地址
江苏教育出版社
南京市 湖南路
210014
025-83217777
025-83217778
025-83217779



凤凰出版传媒集团

江苏教育出版社

JIANGSU PUBLISHING AND MEDIA GROUP

学习与评价

配苏教版普通高中课程标准实验教科书

课课练

数 学

不等式选讲

选修 4-5

主 编 单 增

副主编 李善良 陈永高 王巧林

编 写 宁连华



凤凰出版传媒集团



江苏教育出版社

JIANGSU EDUCATING PUBLISHING HOUSE



配苏教版普通高中课程标准实验教科书

书 名 学习与评价·课课练
数学(不等式选讲 选修 4-5)

责任编辑 胡晋宾

出版发行 凤凰出版传媒集团
江苏教育出版社(南京市马家街 31 号 210009)

网 址 <http://www.1088.com.cn>

集团网址 凤凰出版传媒网 <http://www.ppm.cn>

经 销 江苏省新华发行集团有限公司
南京理工出版信息技术有限公司

印 刷 宝应县人民印刷有限公司

厂 址 宝应县安宜东路(邮编 225800)

电 话 0514-8262201

开 本 787×1092 毫米 1/16

印 张 3.25

版 次 2006 年 8 月第 1 版
2006 年 8 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 7-5343-7677-7/G·7362

定 价 3.80 元

盗版举报 025-83204538

苏教版图书若有印装错误可向承印厂调换
提供盗版线索者给予重奖

ISBN 7-5343-7677-7



9 787534 376771 >

致同学

致 同 学

亲爱的同学：

如果你们理解教科书中的内容,并完成教科书中相关的练习与“感受·理解”部分的习题后,还想进一步加强基础知识的训练,以求加深对所学内容的理解,那么,我们向你推荐这本学习用书.本书的内容是教科书的补充,它可以帮助你完善知识,也可以对你的学习情况进行检验.

你可以根据自己的需要,选择本书中部分或全部内容进行练习.在此基础上,你可以尝试解决“拓展延伸”中的问题.

在解题之前,首先要对所学知识进行整理,总结思考问题的方法与策略.最好先仔细阅读一下教科书,特别是教科书中的例题、习题.

在解题时,要认真观察、分析,综合运用知识.面对一个新的问题,我们要不断地问自己:在何处碰见过类似的问题?将这个问题分解,其中的部分是否是我熟悉的?那时我是怎样解决的?等等.遇到实在解决不了的问题,可以与同学研究或参考解答与提示,再思考解决问题的途径.

一个问题解决之后,不要马上转到另一个问题上,要及时反思:这个问题我是怎样解决的?还可以作哪些推广?等等.

在一个单元或一章结束后,最好做个总结,给出本章的知识结构图、重要的解决问题的思想方法以及你认为“好”的题目.再检测一下自己的学习情况,如果与预期的目标有距离,要及时查漏补缺,不要让自己似懂非懂地转入下一阶段的学习中.

这样,你会觉得学习数学很轻松,而且愈学愈有趣.

苏教版《普通高中课程标准
实验教科书·数学》编写组

2006年8月

目 录

001	第 1 课时 不等式的基本性质
003	第 2 课时 形如 $ ax + b \leq c, ax + b \geq c$ 的不等式的解法
005	第 3 课时 形如 $ x - a + x - b \geq c$ 的不等式的解法
007	第 4 课时 含有绝对值的不等式的证明
009	第 5 课时 利用比较法证明不等式
011	第 6 课时 利用综合法和分析法证明不等式(1)
013	第 7 课时 利用综合法和分析法证明不等式(2)
015	第 8 课时 利用反证法证明不等式
017	第 9 课时 利用放缩法证明不等式
019	第 10 课时 柯西不等式(1)
021	第 11 课时 柯西不等式(2)
023	第 12 课时 排序不等式
025	第 13 课时 平均不等式
027	第 14 课时 柯西不等式、排序不等式和平均不等式综合应用
029	第 15 课时 利用平均不等式求最大(小)值
031	第 16 课时 利用柯西不等式求最大(小)值
033	第 17 课时 数学归纳法与不等式
035	第 18 课时 专题复习
043	参考答案

第1课时 不等式的基本性质

知识要点

理解不等式的基本性质,并能运用这些基本性质判断或证明两个实数的大小关系.

分层训练

- 若 $x + y > 0$, $y < 0$, 则 $x, y, -x, -y$ 的大小关系为 ()
 - $x > y > -y > -x$
 - $x > -y > -x > y$
 - $x > y > -x > -y$
 - $x > -y > y > -x$
- 判断下列各命题的真假,并说明理由:
 - 如果 $a > b$, 那么 $a - c > b - c$; _____, 理由: _____;
 - 如果 $a > b$, 那么 $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$; _____, 理由: _____;
 - 如果 $ac < bc$, 那么 $a < b$; _____, 理由: _____;
 - 如果 $ac^2 > bc^2$, 那么 $a > b$. _____, 理由: _____.
- 比较 $(a+3)(a-5)$ 与 $(a+2)(a-4)$ 的大小.
- 比较 $(a^4 + b^4)(a^2 + b^2)$ 与 $(a^3 + b^3)^2$ 的大小.
- 求证:
 - 如果 $a > b, c > d$, 那么 $a - d > b - c$;
 - 如果 $a > b, ab > 0$, 那么 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$;
 - 如果 $a > b$, 那么 $c - 2a < c - 2b$.

拓展延伸

6. 回答下列问题,并举例说明:

- (1) 如果 $a > b$, $c < d$, 那么是否可以确定 $a + c$ 与 $b + d$ 的大小?
- (2) 如果 $a > b$, $c > d$, 那么是否可以确定 $a - 2c$ 与 $b - 2d$ 的大小?
- (3) 如果 $a > b$, $c > d$, 那么 $ac > bd$ 成立吗?
- (4) 如果 $a > b$, $c < d$, 且 $c \neq 0$, $d \neq 0$, 那么 $\frac{a}{c} > \frac{b}{d}$ 成立吗?

7. 求证:

- (1) 如果 $a > b > 0$, 那么 $\frac{1}{a^2} < \frac{1}{b^2}$;
- (2) 如果 $a > b > 0$, $c < d < 0$, 那么 $ac < bd$;

8. 如果 $15 < x < 21$, $8 < y < 12$, 求 $x + y$, $x - 2y$, $\frac{x}{y}$ 的取值范围.

回顾反思

由不等式的性质可知:一个不等式的两边同时加上或减去同一个数,不等式的方向不变;而一个不等式的两边同时乘以或除以同一个数,不等式的方向是否改变,则要看该数是正数还是负数. 试思考:如果 $a < b < 0$, $c > 0$, 那么 $\frac{c}{a}$ 与 $\frac{c}{b}$ 的大小关系怎样? 为什么?

第2课时 形如 $|ax+b| \leq c$, $|ax+b| \geq c$
的不等式的解法

【知识要点】

会利用绝对值的意义求解形如 $|ax+b| \leq c$, $|ax+b| \geq c$ 的不等式.

【分层训练】

1. 不等式 $\left|x - \frac{1}{2}\right| \leq \frac{3}{2}$ 的解集是 ()

A. $[-2, 2]$

B. $[-1, 2]$

C. $[-1, 1]$

D. $(-\infty, -1] \cup [2, +\infty)$

2. 在数轴上表示出下列不等式的解集:

(1) $|x| < 3$;

(2) $|3x| > 6$.

3. 利用绝对值的几何意义解下列不等式:

(1) $2 < |x| < 3$;

(2) $1 < |2x| < 4$.

4. 解下列不等式:

(1) $2|2x-1| \geq 1$;

(2) $4|1-3x|-1 \leq 0$.

5. 解下列不等式:

(1) $|3 - 2x| \leq x + 4$;

(2) $|x + 1| \geq 2 - x$;

(3) $|2x - 1| < |x - 1|$;

(4) $\left| \frac{x+2}{x-1} \right| > 1$.

6. 当正整数 n 取什么值时, 不等式 $\left| \frac{2n}{n+1} - 2 \right| < 0.01$ 成立?

拓展延伸

7. 解下列不等式:

(1) $|x^2 - 2x - 4| < 1$;

(2) $|x^2 - 1| > x + 2$.

8. 若关于 x 的不等式 $|ax + 2| < 8$ 的解集是 $(-3, 5)$, 则 $a =$ _____.

9. 解不等式 $|3x - 1| > x + 2$, 可以从不等式的几何意义出发, 寻找解决问题的途径. 实际上, 不等式 $|3x - 1| > x + 2$ 的解也就是使函数 $y = |3x - 1|$ 的函数值比函数 $y = x + 2$ 的函数值大的 x 的范围. 试借助函数的图象解不等式 $|3x - 1| > x + 2$, 并注意两个函数图象的交点的横坐标(方程 $|3x - 1| = x + 2$ 的解)与不等式的关系.

回顾反思

试总结形如 $|ax + b| \leq c$, $|ax + b| \geq c$ 的不等式的解法和一般步骤.

第3课时 形如 $|x-a|+|x-b|\geq c$
的不等式的解法

知识要点

会利用绝对值的意义求解形如 $|x-a|+|x-b|\geq c$ 的不等式.

分层训练

1. 不等式 $|x-3|+|x+5|\geq 6$ 的解集是_____.

2. 解下列不等式:

(1) $|x|+|x-4|\geq 4;$

(2) $|x|+|x-2|\geq 4;$

(3) $|x-1|+|x+3|\geq 6;$

(4) $|x+1|+|x+2|> 3.$

3. 解不等式:

(1) $|2x-5|+|x-8|\geq 10;$

(2) $|2x-1|+|3x+2|\geq 8.$

4. 解不等式 $|x|+|x+1|< 2.$

拓展延伸

5. 解不等式 $||x| - |x-4|| > 2$.

6. 若不等式 $|x-1| + |x+3| \geq a$ 对一切实数 x 都成立, 求实数 a 的取值范围.

7. 要使不等式 $|x-4| + |x-3| < a$ 有解, a 要满足什么条件?

回顾反思

试总结形如 $|x-a| + |x-b| \geq c$ 的不等式的解法和一般步骤.

拓展延伸

5. 设 $M > 0$, $\varepsilon > 0$, $|x - a| < \frac{\varepsilon}{2}$, $|y - b| < \frac{\varepsilon}{2}$, $|a| \leq M$, $|y| \leq M$, 求证 $|xy - ab| < M\varepsilon$.

6. 设 x_1, x_2, x_3 为实数, 求证 $|x_1 + x_2 + x_3| \leq |x_1| + |x_2| + |x_3|$, 并指出等号成立的充分必要条件.

7. 设 $\varepsilon > 0$, $x \leq t \leq y$, $|x - a| < \varepsilon$, $|y - a| < \varepsilon$, 求证 $|t - a| < \varepsilon$.

回顾反思

试分别利用绝对值的几何意义和向量的有关知识, 给出不等式 $|a| + |b| \geq |a + b|$ 的几何解释, 并指出等号成立的条件.

第5课时 利用比较法证明不等式

【知识要点】

掌握比较法证明不等式的基本依据;会用作差比较法和作商比较法证明一些较简单的不等式.

【分层训练】

1. 设 a, b 均为正实数, 若 $x = a^3 + b^3$, $y = a^2b + ab^2$, 则 x, y 的大小关系是 ()
A. $x \geq y$ B. $x \leq y$ C. $x > y$ D. $x < y$
2. 如果 $xy + 1 > x + y$ 成立, 那么实数 x, y 应满足条件 _____.
3. 比较下面各题中两个代数式值的大小:
(1) x^2 与 $x^2 - x + 1$; (2) $x^2 + x + 1$ 与 $(x + 1)^2$.

4. 已知 $a \neq 1$, 求证: (1) $a^2 > 2a - 1$; (2) $\frac{2a}{1+a^2} < 1$.

拓展延伸

5. 设 $f(x) = 2x^2 + 1$, $p, q > 0$, $p + q = 1$, 求证: 对任意实数 a, b , 恒有 $pf(a) + qf(b) \geq f(pa + qb)$.

6. 已知 $a \geq b > 0$, 求证 $a^a b^b \geq (ab)^{\frac{a+b}{2}}$.

回顾反思

试总结利用比较法证明不等式的特点和一般步骤.

第6课时 利用综合法和分析法证明不等式(1)

【知识要点】

认识综合法与分析法证明不等式的特点;会用综合法与分析法证明一些较简单的不等式.

【分层训练】

1. 若 $a < b < 0$, 则下列不等式成立的是 ()

A. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ B. $|a| < |b|$ C. $\frac{1}{a-b} > \frac{1}{a}$ D. $a^2 > b^2$

2. 若 $a > b > 0, m > 0$, 则一定有 $\frac{b+m}{a+m}$ _____ $\frac{b}{a}$ (填不等号).

3. 已知 $x > 0$, 求证 $x + \frac{1}{x} \geq 2$.

4. 已知 $x > 0, y > 0, x \neq y$, 求证 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} > \frac{4}{x+y}$.

5. 求证 $\sqrt{3} + \sqrt{5} > \sqrt{2} + \sqrt{6}$.

6. 试分别利用综合法与分析法证明 $-1 \leq \frac{a^2-1}{a^2+1} < 1$.

拓展延伸

7. 已知 $a > b > 0$, 求证 $\sqrt{a-b} > \sqrt{a} - \sqrt{b}$.

8. 已知 a, b, c 是不全相等的正数, 求证 $(a+b)(b+c)(c+a) > 8abc$.

回顾反思

在第2题中, 由 $\frac{b+m}{a+m}$ 与 $\frac{b}{a}$ 的大小关系可以类比推出函数 $y = \frac{x}{1+x}$ 在 $[0, +\infty)$ 上的增减性, 请尝试探索得出.