

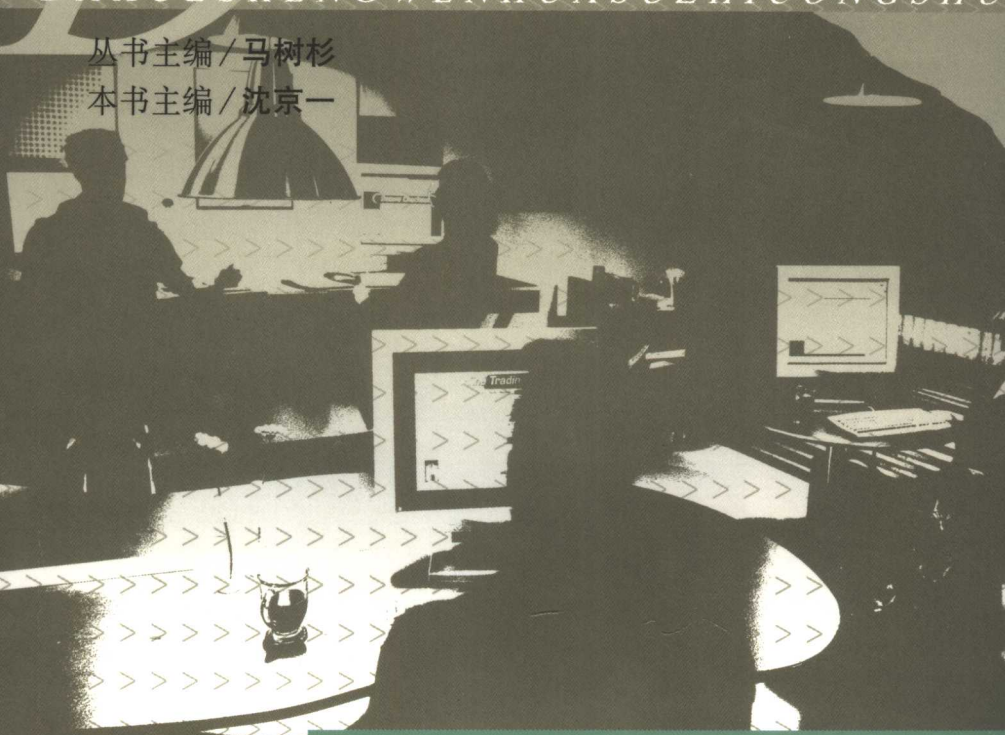


大学生文化素质教育丛书

DAXUESHENG WENHUASUZHICONGSHU

丛书主编 / 马树杉

本书主编 / 沈京一



大学数学 概论

河海大学出版社

丛书主编◎马树杉

大学生文化素质教育丛书

DAXUESHENG WENHUASUZHICONGSHU

本书主编

沈京一

副主编

江苏工业学院图书馆
藏书章

大学数学 概论

河海大学出版社

内 容 提 要

高等数学是大学的一门重要基础课。大学生若能在学习过程中了解数学家的学术成就和道德规范及相关内容的发展过程,必然会受到鼓舞,提高学习兴趣,激发学习热情。本书正是基于此目的而编写。全书分别介绍了数学发展简史、数学对人类文明的重要贡献、数学发展过程中的重要转折点和数学发展中的著名问题;大学本科阶段中所应学习的一些基本数学内容、来源及其思想;大学数学学习的一些基本方法。

本书既适合作大学公共选修课教材,又适合作大学生拓宽视野的课外阅读素材。

图书在版编目(CIP)数据

大学数学概论/沈京一主编. —南京:河海大学出版社,2005.9

(大学生文化素质教育丛书)

ISBN 7-5630-2169-8

I. 大... II. 沈... III. 高等数学—青年读物
IV. 013-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 097564 号

书 名/大学数学概论

书 号/ISBN 7-5630-2169-8/O · 122

责任编辑/魏连

封面设计/陈元

出 版/河海大学出版社

地 址/南京市西康路 1 号(邮编:210098)

电 话/(025)83737852(总编室) (025)83722833(发行部)

经 销/江苏省新华书店

印 刷/丹阳市教育印刷厂

开 本/850 毫米×1168 毫米 1/32

印 张/5.875

字 数/151 千字

版 次/2005 年 9 月第 1 版 2005 年 9 月第 1 次印刷

定 价/10.00 元

《大学生文化素质教育丛书》

编 委 会

主 编	马树杉		
副 主 编	周泽民	朱锡芳	
编 委	马树杉	周泽民	朱锡芳
	刘晓明	赵明安	王 进
	孙钦荣	林慧饮	金 心
	莫彭龄	应可福	沈京一
	陈志军	储佩成	臧卫东
	苗贵松	李荣斌	

序

序

序

2000年教育部启动了“新世纪高职高专教育人才培养模式和教学内容体系改革与建设项目计划”。常州工学院作为主持单位,与邢台职业技术学院、武汉船舶职业技术学院、四川机电职业技术学院共同组织课题组,承担了首批60个立项项目之一的《高职高专教育大学生文化素质教育体系改革、建设的研究与实践》项目。在教育部和江苏省教育厅领导及诸多专家、学者的关怀、帮助和指导下,课题组经过三年的努力,顺利完成了该项研究任务。在项目进行过程中,基于办学历史和办学类型相似等原因,我们对地方应用型本专科院校的大学生文化素质教育问题进行了深入的拓展研究。在研究过程中,所有参研人员和专家学者形成共识:要推动大学生文化素质教育走向深入,必须解决内容、体系、实现途径等方面的问题。要解决地方应用型本专科院校大学生文化素质教育的内容、体系、实现途径等问题,最好的办法莫过于向大学生提供一套适合他们选择自学、能够激发他们学习兴趣的文化素质教育丛书。

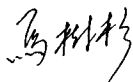
编写这套丛书,旨在向地方应用型高校的大学生(当然不完全局限于此)提供一些能够让他们自己选择的、内容丰富且重点突出、角度新颖又生动有趣的文化素质教育材料。丛书既可作为大学生课后随手翻阅、“开卷有益”的自学读本,又可作为学校文化素质教育选修课的参考教材,还可作为学校开展各种群众性文化素

质教育活动的基本素材。这样,这部丛书既可弥补长期以来大学生文化素质教育内容、体系、要求脱离大学生学习可能的不足,又可为高校丰富和完善学生文化素质教育实现途径,弥补部分高校文化素质教育师资和合适材料的不足。

在设计这套丛书的预想效果时,我们希望这套丛书能够成为大学生大学生活的伴侣,最好能达到如下的效果:大学生看到它就想拿过来翻翻,翻开了就想继续看看,看完了下次还想再翻翻,平时有了什么文化素质方面的常识性问题就找丛书寻求答案。为达到这样的效果,丛书在内容的选择上,强调宽而精。所谓宽,是说丛书的内容涉及的学科门类较多,除了人文社会科学、艺术方面的,还有哲学、历史、文学、美学、经济、法律、社会学、心理学、音乐、美术、书法、影视、戏曲、舞蹈、摄影以及数学、体育等许多内容。所谓精,就是重点突出,各门学科强调择其精华。丛书在组织材料的线索方面强调切合学生学习的兴趣和规律,不强调但兼顾学科的系统 and 完整。比如介绍文学现象时,不一定按中国文学、外国文学的体例,分门别类地介绍,可能把文学作为一种世界文化现象,从题材、形式等多种角度用分析比较的方式介绍。每一分册,甚至每一分册的每个章节都提倡用大学生熟悉的喜闻乐见的内容和方式引出话题。丛书在语言文字的表达上力求深入浅出,通俗易懂,引人入胜。

经过编委会和各位作者的共同努力,我们这套丛书今天终于和读者见面了。我们希望地方应用型高校的大学生们和大学的教育工作者们喜欢这套丛书。我们也希望,所有大学生和社会上希望提高自己文化素质的朋友们喜欢这套丛书。

常州工学院院长



2005年8月

前言

前言

历史是一面镜子。追寻科学发展的历史足迹,有助于沿着科学的道路攻关和攀登。大数学家庞家莱说:“若想预见数学的将来,正确的方法是研究它的历史和现状”。法国人类学家施特劳斯说:“如果他不知道他来自何处,那就没人知道他去向何方。”我们需要知道,我们现在何处,我们是如何到达这里的,我们将去何方。数学史将告诉我们数学来自何处。

高等数学是高等院校的一门重要基础课。当代著名的数学家柯朗说过:“微积分,或者数学分析,是人类思维的伟大成果之一。它处于自然科学与人文科学之间的地位,使它成为高等教育的一种特别有效的工具。遗憾的是,微积分的教学方法有时流于机械,不能体现出这门学科乃是一种憾人心灵的智力奋斗的结晶。这种奋斗已经历了两千五百多年之久,它深深扎根于人类活动的许多领域,并且,只要人类认识自己和认识自然的努力一日不止,这种奋斗就将继续不已。”

经过多年的教学实践,我们深深地感受到,在我们对高等数学教学和学生学习的过程中存在着一种深深的缺憾,这就是我们需要一本与高等数学教学相配套的教学资料,作为一名教师,如果了解本课程的发展史及相关数学家的生平、业绩、治学方法、治学态度、名言趣闻等等,他一定会把这门课程讲得更生动有趣,富有思想的哲理;而对于学生,在学习过程中能了解数学家的学术成就和

道德规范及相关内容的发展过程,必然会受到鼓舞,提高学习兴趣,激发学习热情。

本书正是基于以上认识,在加强大学生文化素质教育理念的指导下编写的。全书共分为五章。第一、第二、第三章介绍数学发展简史、数学对人类文明的重要贡献、数学发展过程中的重要转折点和数学发展中的著名问题。第四章介绍大学本科阶段中所应学习的一些基本数学内容、来源及其思想。第五章主要介绍大学数学学习的一些基本方法。

全书由沈京一副教授策划和组织编写并统稿。第一、第二、第三章由刘坤教授编写,第四、第五章由许定亮副教授编写,附录由王忠英讲师编写,张驰老师在编写过程中也做了大量工作。在编写本书过程中,得到了常州工学院领导、常州工学院高教研究所领导和全体同志的大力支持和帮助,在此一并表示衷心的感谢。

本书在编写中参阅了大量文献,在此向所列参考文献的作者、译者致以衷心的感谢。由于水平所限,书中难免有不当和错误之处,恳请专家和读者批评指正。

编 者

2005 年 3 月

目 录

第 一 章	数学及数学对人类文明的贡献	1
	第一节 数学的基本内容	1
	第二节 数学的基本特点	2
	第三节 数学的基本思想	3
	第四节 数学基础的哲学流派	10
	第五节 数学对人类文明的贡献	15
第 二 章	数学发展简史	22
	第一节 数学形成时期	22
	第二节 常量数学时期	24
	第三节 变量数学时期	44
	第四节 近代数学时期	48
	第五节 前苏联的数学发展	54
	第六节 中国近代数学的发展	57
第 三 章	影响数学的重大事件	63
	第一节 数学史上的三次危机	63
	第二节 数学发展史上的著名问题	69
	第三节 数学悖论	89
第 四 章	大学数学课程简介	99
	第一节 天地间通用的学问——微积分	99
	第二节 美不自言的等式——无穷级数	114
	第三节 对称美模型的探索——微分方程	118

第四节	九章算筹的扩展——线性代数	125
第五节	赌博起家的理论——概率论和数理统计	135
第六节	殊途同归的函数——复变函数	149
第七节	飞速换代的演算——计算数学	155

第 五 章	大学数学课程学习指导	161
--------------	-------------------	------------

第一节	严谨思维形成的磨炼——高等数学的学习	162
第二节	拓展思维抽象的空间——线性代数的学习	166
第三节	现实应用桥梁的架设——概率论和数理统计的学习	168
第四节	沟通虚与实的归——复变函数的学习	170
第五节	更新换代算术的钥匙——计算数学的学习	173

参考文献	176
-------------	------------

第一章 数学及数学对人类文明的贡献

数学是什么？

数学是研究现实世界空间形式和数量关系的一门科学。

数学是科学的大门和钥匙。

数学是上帝用来书写宇宙的文字。

在最广泛的意义上说，数学是一种精神，一种理性的精神。正是这种精神，激发、促进、鼓舞和驱使人类的思维得以运用到最完善的程度，亦是这种精神，试图决定性地影响人类的物质、道德和生活；试图揭示有关人类自身存在的奥秘；努力去理解和控制自然；尽力去探求和确立已经获得知识的最深刻的和最完美的内涵。

所以这就是数学：它赋予自己的发现以生命；它令思维活跃，精神升华；它烛照人们的内心，消除了人们与生俱有的蒙昧与无知。

第一节 数学的基本内容

一般说来，数学分为初等数学与高等数学两大部分。

一、初等数学

初等数学中主要包含两部分：几何学与代数学。几何学是研究空间形式的学科，而代数学则是研究数量关系的学科。

初等数学基本上是常量的数学。

二、高等数学

高等数学含有非常丰富的内容，大学本科所学内容主要包含：

(1) 解析几何。用代数方法研究几何,包含平面解析几何和空间解析几何,其中平面解析几何部分内容已放到中学。

(2) 线性代数。研究如何解线性方程组及有关问题。

(3) 高等代数。研究方程式的求根问题。

(4) 微积分。研究变速运动及曲边形的求积问题。作为微积分的延伸,还有常微分方程与偏微分方程。

(5) 概率论与数理统计。研究随机现象,依据数据进行推理。

(6) 抽象代数;泛函分析;拓扑学。

所有这些科学构成高等数学的基础部分,在此基础上建立了高等数学的宏伟大厦。

第二节 数学的基本特点

数学区分于其他学科的明显特点有三点:第一是它的高度抽象性;第二是它的精确性;第三是它的应用极其广泛性。

一、数学的抽象性

从中学数学的学习过程中我们已经体会到了数学的高度抽象性。数学本身就是一个抽象的概念,几何中直线也是一个抽象的概念,全部数学课的概念都具有这一特征。整数的概念,几何图形的概念都属于最原始的数学概念。在原始概念的基础上又形成有理数、无理数、复数、函数、微分、积分、 n 维空间以至无穷空间这样一些抽象程度更高的概念。但是需要指出,所有这些抽象度更高的概念,都有非常现实的背景。不过,抽象不是数学独有的特性,任何一门科学都具有这一特性。因此,仅是数学概念的抽象性还不足以说明数学抽象的特点。数学抽象的特点在于:第一,在数学的抽象中只保留量的关系和空间形式而舍弃了其他一切;第二,数学的抽象是一级一级逐步提高的,它们所达到的抽象程度大大超过了其他学科中一般抽象;第三,数学本身几乎完全周旋于抽象概

念和它们的相互关系的圈子之中。如果自然科学家为了证明自己的论断常常求助于实验,那么数学家证明定理只需用推理和计算。这就是说,不仅数学的概念是抽象的、思辨的,而且数学的方法也是抽象的、思辨的。

二、数学的精确性

数学的精确性表现在数学定义的准确性、推理的逻辑严格性和数学结论的确定无疑与无可争辩性。这一点我们已经从中学数学中就懂得了。当然,数学的严格不是绝对的,一成不变的,而是相对的,发展着的,这正体现了人类认识逐渐深化的过程。

三、数学应用的广泛性

数学应用的极其广泛性也是它的特点之一。正像已故著名数学家华罗庚教授曾指出的,宇宙之大,粒子之微,火箭之速,化工之巧,地球之变,生物之谜,日用之繁,数学无处不在,凡是出现“量”的地方就少不了用数学,研究量的关系,量的变化,量的变化关系,量的关系变化等现象都少不了数学。数学的应用贯穿到一切科学部门的深处,而成为它们的得力助手与工具,缺少了它就不能准确地刻画出客观事物的变化,更不能由已知数据推出其他数据,因而就减少了科学预见的可能性,或减弱了科学预见的精确度。

第三节 数学的基本思想

数学对于人们养成良好的思维习惯有着十分重要的意义。我们将指明这样一些思维模式或研究思想,它们或者直接渊源于数学,或者在数学的研究中有着最为典型的表现,然而,这些思维模式或研究思想又都在数学以外产生了十分广泛的影响并取得了成功的应用;这些事实告诉我们,在数学教育和学习中我们不应该只注意数学知识的学习,而应更加重视思维方法的训练和培养。

数学来源于生活实际,反过来又应用于生活实际。应用于生活实际这一过程,我们称其为把实际问题“数学化”。所谓数学化,就是指如何由实际问题去构建出它的数学模型,并应用数学的知识和方法以求得问题的解决。这里涉及到了一些十分重要的思想方法或研究思想。

一、由定量到定性的研究思想

这是指在对事物或现象进行研究时,应尽可能地应用数学的概念去对对象做出刻画,并通过数学的研究去揭示其内在的规律。

事实上,定量的研究正是近代自然科学得以形成的一个重要条件,这正如克莱因所指出的:“近代科学的历史,……就是将关于光、声、力、化学过程以及其他概念的模糊思想化规成数及量性关系的历史。”更为一般地说,按照康德的观点,这事实上就可以被看成一门科学达到了成功地应用数学的程度,才能被看成真正成熟了。

另外,应当强调的是,定量分析的方法应用到现在,已不再局限于物理学、化学等自然科学,而且进一步扩展到了人文科学和社会科学的范围。

二、简化和理想化的思想

这是说,在数学模型的建构过程中我们应当集中于具有关键作用的量和关系。

例如,牛顿关于天体运动的研究就可看成这方面的一个典型例子。

具体地说,在由万有引力定律和三个力学原理去证明开普勒的天体运行规律时,牛顿对研究对象做了如下的极大简化,即假设太阳自身是不动的,而且,太阳和相关的行星都可被看成数学上的点,其他行星对这一行星的引力以及这一行星对于太阳的引力则是微不足道的。由于牛顿清楚地知道上述的假设只是对于真实世

界的一种简化,因此,在完成了上述工作以后,牛顿又对自己的工作做了进一步的发展。例如,首先我们应当同时考虑太阳对于行星的真实运行情况,即它们事实上并不是简单地围绕椭圆焦点中心——太阳做运动,恰恰相反,太阳和这一行星同时以椭圆为轨道围绕它们的共同引力中心做运动。进而,牛顿又由所谓的“二体问题”过渡到“三体问题”或“多体问题”,即在研究行星的运行时,不仅要考虑太阳对于这一行星的作用,而且也要考虑其他行星对它的作用。显然,在这样的情况下,我们又必须对相应的结论做进一步的修正。当然应当指明的是,这时科学家所面临的情况就是十分复杂的了。

从这一实例我们看出,必要的简化事实是科学研究能够顺利进行的一个必要条件。当然,我们在此不应用“数学世界”去完全取代“现实世界”,我们应当明确地承认“数学世界”只是真实世界的一个简化了的模型,并应通过不断逼近获得更为可靠的知识。

以下的例子就十分清楚地表明了“理想化”在科学研究中的重要作用,特别是这可以看成概念创造的一个重要源泉。

具体地说,统计表明,尽管就每个具体的个人而言,其在智力和体力等方面都可能有很大的差别,但就整体而言,几乎人类的所有特征又都呈现出了“正态分布”的现象,即其统计图线都表现为“正态曲线”(其中, μ 为某一特征值的平均值; σ 则是所谓的“标准偏差”,即是各个数据与平均值偏差的平方的均方根),如图1-1所示。

图线表明,68.2%的数据位于与平均值距离不超过一个标准偏差的区域内,27.2%的数据位于与平均值距离介乎一个标准差至二个标准差的区域内。从而依据这一分析,我们在此就可引进“理想人”的概念:它的各项特征值就等

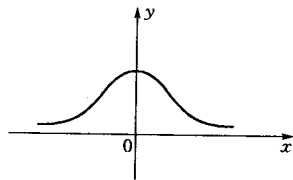


图1-1

于各个分布曲线的平均值。就如“理想分子”的概念对于研究气体的运动是十分有用的一样,“理想人”的概念对于社会科学的研究

也是十分有用的,而这正是通过理想化而创造的一个概念。

三、公理化的思想

所谓“公理化”,就是指在理论的组织中应当用尽可能少的概念和命题作为必要的基础,并通过明确的定义和逻辑推理来建立演绎的体系。

正因为公理化的过程即是将研究的对象由个别的命题和概念扩展到相应的集合,并能清楚地揭示概念和命题之间的逻辑联系,因此,这就常常被看成对于理论进行整理和进行表达的最好形式。例如,正是在这样的意义上,欧几里得的《几何原本》就一直被看成科学研究的一个典范。这也就如爱因斯坦所指出的:“一切科学的伟大目标,即要从尽可能少的假说或者公理出发,通过逻辑演绎,概括尽可能多的经验事实。”

数学的这种影响事实上已超出自然科学的范围而扩大到政治学、经济学、伦理学等各个方面,特别是在十八九世纪的欧洲更出现了一个人文科学和社会科学“数学化”的高潮。例如,以下的诸多著作事实上都可以被看成向这一方向的努力,因为,所有这些著作都以建立公理化的理论体系作为自己的最终目标:杰文斯的《政治经济学理论》、瓦尔拉斯的《纯粹经济学要义》、斯宾诺莎的《伦理学》、洛克的《人类理性论》、贝克莱的《人类知识原理》、休谟的《人性论》和《人类理解研究》、边沁的《道德与立法原理理论》、穆勒的《人性分析》,等等。

1776年美国的《独立宣言》就曾直接引用了洛克的以下论点:“我们坚信这些不言而喻的真理:人人生而平等,他们都从他们的造物主那里被赋予某些不可转让的权力,其中包括生命权、自由权和追求幸福的权力。为了保障这些权力,所以才在人们中间成立政府。而政府的正当权力,系得自被统治者的同意。如果遇有任何一种形式的政府变成是损害这些目的的,那么,人民就有权力来改变它或废除它,以建立新的政府。这新的政府,必须是建立在这

样的原则基础上,并且是按照这样的方式来组织它的权力机构,即就人民看来是最能够促进他们的安全和幸福的。”然而,洛克的政治学说事实上也是一个公理化的理论,特别是洛克就以“人人平等”作为最基本的公理,并以此为依据对政府的义务和人民的权力进行了论证。这就是说,政府应当保障人民的基本权力,而如果违反了这一点,人民就有权力推翻它。

希尔伯特的以下论述可说是最为清楚地表明了公理化思想的必要性及其普遍意义:“的确,不管在哪个领域,对于任何严正的研究精神来说,公理化方法都是并且始终是一个合适的不可缺少的助手;它在逻辑上是无懈可击的,同时也是富有成果的;因此它保证了研究的完全自由。在这个意义上,用公理化进行研究就等于用已掌握了的东西进行思考。早年没有公理化方法的时候,人们只能朴素地把某些关系作为信条来遵守,公理化的研究方法则可去掉这种朴素性而使信仰得到利益。”“在一个理论的建立一旦成熟时,就开始服从于公理化方法,……通过突进到公理化的更深层次……我们能够获得科学思维的更深入的洞察力,并弄清我们的知识的统一性。”

四、思维的自由想象与创造

作为“模式的科学”,数学并非对于事物或现象的直接研究,而是以抽象思维的产物作为直接研究的对象。由于后者在一定意义上就意味着与真实世界的分离,因此,这也就为思维的自由创造提供了可能;另外,现代数学发展的决定性特点就是其研究对象的极大扩展,也即是由具有明显现实背景的量化模式扩展到了可能的量化模式,这就是说,在一定的限度内,我们可以单纯凭借“思维的自由想象和创造”去构造出各种可能的量化模式,从而,在这种意义上,就可以说,数学为人类创造性才能的充分发挥提供了最为理想的场所。

当然,在现代的自然科学,特别是理论科学的研究中,思维的