



新课标



同一堂课

高效全程导学

GAOXIAO QUANCHENG DAOXUE

丛书总主编：薛金星

配套江苏教育出版社实验教科书

高中数学

必修 1



北京师范大学出版社
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PRESS



二十一世纪出版社
21st Century Publishing House



新课标

同一堂课

高效全程导学

Gaoxiao Quancheng Daoxue

丛书主编：薛金星

配套江苏教育出版社实验教科书

高中数学

必修

①

主 编：张福俭
编 委：徐昌根 张荣彬
管恒铭



北京师范大学出版社
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PRESS



二十一世纪出版社
21st Century Publishing House

同一堂课·高效全程导学

高中数学·必修①

配套江苏教育出版社实验教科书

出版:21世纪出版社

地址:江西省南昌市子安路75号

邮编:330009

发行:北京白鹿苑文化传播有限公司

印刷:北京季蜂印刷有限公司

版次:2005年8月第1版第1次印刷

开本:880×1230毫米 1/16 印张:5

书号:ISBN 7-5391-3091-1

定价:7.50元

前言

同学们,《高中新课标高效全程导学》丛书和大家见面了,它作为你学习的良师益友,将伴随你度过高中三年宝贵的学习时光。

随着课程改革的不断深化和新教材在全国范围的使用,新的教育理念日益深入人心,新的课程标准也得到认真贯彻。为适应新的学习需要,我们精心组织编写了这套丛书。编写的宗旨是“导学”——激发兴趣,启迪探究,拓展认知,锤炼能力;编写的体例是“全程”——与教材同步,以单元(章)为大单位,以课(节)为小单位,按课前、课中、课后三个学习阶段,设三个模块,每个模块设若干栏目,对同学们应掌握的知识和应具备的能力进行指导和训练。随着这些模块和栏目的日修月炼,教材所包含的丰富内容,将如“好雨知时节”那样,“润物细无声”地化为同学们的“知识与技能,过程与方法,情感态度与价值观”。

第一模块是“预而立之”。中国有古训“凡事预则立,不预则废”。就是说不论做什么事情,预先做好准备,才能成功;不预先做好准备,就会失败。学习当然也如此,课前的预习是一个重要环节。做好课前预习,课堂上才能充分开展师生间的互动和交流,收到好的学习效果。“预而立之”设两个栏目:一是[课标导航]。本栏目将帮助同学们明确学习目标,知道学习精力应往哪儿使;同时在学习目标引导下,收集相关信息,养成关注信息的习惯和处理信息的能力;二是[自学引领]。本栏目将帮助同学们创设自学情景,指导自学方法,培养终身受益的自学能力,同时也为提高课堂学习效率奠定良好基础。

第二模块是“博而学之”。《中庸》中说:“博学之,审问之,慎思之,明辨之,笃行之。”这里论述的是学习过程中必须把握住的几点要领:要广泛地学习知识,详尽地探究原理,慎重地思考得失,明确地辨别正误,切实地进行实践。把握住这一点,课堂学习效果自然会好。本模块设四个栏目:一是[知识窗口]。帮助同学们掌握本课(节)应知应会的基础知识,通过[知识窗口]认识世界;二是[要点探究]。引领同学们深入探究本课(节)的重点和难点,整体把握教材内容;三是[例题精析]。选择有代表性的典型例题,进行解说,指明思路,训练思维;四是[互动平台]。通过提出若干思考题进行师生间、同学间互动交流,总结知识规律和解决方法。本模块需要申明两点:一是每个学科都有各自的特点,因而所设栏目可能因学科不同而有所变动;二是课堂学习是以教师为主导进行的,同学们要在本模块所设栏目引领下,很好地配合教师的教学。

第三模块是“学而习之”。《论语》开篇第一句说：“子曰：学而时习之，不亦说乎！”课后复习，不仅能巩固所学知识，而且能温故而知新，提升学习质量，的确是学习生活中必不可少的一步。因而“学而习之”是本丛书的重点模块，设三个栏目：一是[达标演练]。旨在巩固已学过的知识，同时也是自我评价，测试一下自己是否达到了“预而立之”所提出的学习目标；二是[能力提升]。本栏目所列练习题是[达标演练]题的延伸和深化，培养探究精神，提高灵活运用所学知识的能力；三是[拓展创新]。本栏目所列习题，是在以上两类习题基础上的拓展，有一定难度，思维空间也更为广阔，适于创新意识的培养和创新能力提高。

在以上三个模块之外，本丛书大部分科目在每个单元(章)之后还配置了[单元评价]，每册书之后配置了[综合评价]。这些练习题更注重上、中、下三个档次题的难度搭配，习题内容也更注重联系同学们的生活经验，联系社会热点问题，联系当代科技发展的前沿知识，其题型、内容、难度都极力向高考题拉近。同学们只要认真做好这些练习题，实质上就是进行一次次高考的实战演习。

同学们，这套丛书由全国各地最富有教学经验的老师们编写，他们了解同学们的实际，熟知学科知识的体系和结构，也洞悉高考改革的趋向。同学们只要随身携带这套丛书，必将起到你行进中的手杖和指示灯的作用。当你顺利步入高等学府的殿堂时，这套丛书仍会是你学习生活中永远的记忆。

目 录

同一堂课高效全程导学·数学

第一章 集合	(1)
1.1 集合的含义及其表示	(1)
1.2 子集、全集、补集	(4)
1.3 交集、并集	(7)
单元评价	(10)
第二章 函数概念与基本初等函数 I	(12)
2.1 函数的概念和图象	(12)
2.1.1 函数的概念和图象	(12)
2.1.2 函数的表示方法	(15)
2.1.3 函数的简单性质	(18)
2.1.4 映射的概念	(25)
2.2 指数函数	(27)
2.2.1 分数指数幂	(27)
2.2.2 指数函数	(29)
2.3 对数函数	(33)
2.3.1 对数	(33)
2.3.2 对数函数	(35)
2.4 幂函数	(38)
2.5 函数与方程	(43)

目 录

同一堂课高效全程导学·数学

CONTENTS

2.5.1 二次函数与一元二次方程	(43)
2.5.2 用二分法求方程的近似解	(46)
2.6 函数模型及其应用	(49)
单元评价	(57)
综合评价	(60)
参考答案	(63)

第一章

集合

1.1 集合的含义及其表示

课标导航

1. 了解集合的含义,初步解集合的概念,知道常用数集及其记法.
2. 在具体情境中,了解空集的含义.
3. 初步了解“属于”关系的意义,体会元素与集合的“属于”关系.
4. 初步了解有限集和无限集的意义.
5. 理解并掌握集合的表示方法,并学会用不同的方法表示同一个集合.
6. 能选择自然语言、图形语言、集合语言(列举法或描述法)描述不同的具体问题,感受集合语言的意义与作用.

自学引领

1. 集合的元素有三个性质,即确定性、互异性和无序性,你对此是如何理解的?
2. 用描述法表示集合的一般格式是什么?集合 $\{y|y=x^2+1, x \in \mathbf{R}\}$ 与集合 $\{(x, y)|y=x^2+1, x \in \mathbf{R}\}$ 是相等的集合吗?
3. “好心的人”,“著名的数学家”……这类对象能否构成集合?

要点探究

1. 集合的概念:集合是由某些指定对象的全体构成,研究集合重在研究某些对象的“全体”.因此,集合的思想就是把握整体、抓住共性.
2. 集合元素的性质:
 - (1) 确定性——某元素是否属于某集合应是确定的,如“离学校较远的同学”就不能构成一个集合,因为较远是一个模糊的概念;
 - (2) 互异性——同一集合中的任意两个元素互不相同,如对于集合 $\{a, 1\}$,就一定有 $a \neq 1$;
 - (3) 无序性——在同一集合中,元素之间没有顺序,如集合 $\{1, 2\}$ 和集合 $\{2, 1\}$ 就是同一个集合.
3. 几个常见的数集是: $\mathbf{N}, \mathbf{Z}, \mathbf{Q}, \mathbf{R}$.
4. 表示集合的常用方式有:列举法、描述法.
5. 集合的分类:按集合中元素的个数可把集合分为有限集和无限集.

例题精析

- 例 1** 集合 ① $\{y|y=x^2, x \in \mathbf{R}\}$; ② $\{(x, y)|y=x^2, x \in \mathbf{R}\}$; ③ $\{s|s=(t-1)^2, t \in \mathbf{R}\}$; ④ $\{m|\sqrt{m}=n+1, n \geq -1\}$, 其中表示同一集合的是 ()
- A. ①②③④ B. ①② C. ③④ D. ①③④

思路点拨 观察事物要看本质,①②虽然都有 $y=x^2$,但它们的代表元素分别是 y 和 (x, y) ,前者可看做是函数 $y=x^2$ 中变量 y 的取值集合,也可看做是抛物线 $y=x^2$ 上点的纵坐标的取值集合,它们都是数的集合,而后者是抛物线 $y=x^2$ 上所有点的集合,所以它们不是同一集合.而①③④尽管所用的字母不同,但它们所表示的对象具有相同的特征,所以它们表示的是同一集合.

规范解答 ①③④都表示集合 $\{x|x \geq 0\}$,所以选 D.

解题回顾 用描述法表示集合的一般格式为:代表元素|代表元素具有的性质.要认识这样的集合首先要看这个集合中的代表元素是什么,再看这个代表元素具有什么特征.数学中常见的有两类集合——数集和点集,要注意区分.

- 例 2** 给出下面的五个关系: $\sqrt{3} \in \mathbf{R}, 0.7 \notin \mathbf{Q}, 0 \in (0), 0 \in \mathbf{N}, 3 \in \{(2, 3)\}$, 其中正确的个数是 ()
- A. 5 B. 4 C. 3 D. 1

思路点拨 0.7 为有理数,故 $0.7 \in \mathbf{Q}$ 不正确;因集合 $\{(2, 3)\}$ 中的元素是一个有序数对 $(2, 3)$,也可以看成是平面内坐标为 $(2, 3)$ 的一个点,它不是 2 和 3 两个数,故 $3 \in \{(2, 3)\}$ 不正确.从而正确的个数只有 3 个,选答案 C.

规范解答 选 C.

解题回顾 研究集合与元素间的关系时,应首先明确集合是由哪些元素构成的,即把握集合中元素的特征,然后再判定所给的元素是否为集合中的元素.

- 例 3** 用适当的方法表示下列各集合:

- (1) 所有偶数组成的集合;
- (2) 第四象限内点的集合;
- (3) 方程 $x^2+2x+1=0$ 的解的集合;
- (4) 被 5 除余 2 的数的集合.

思路点拨 表示集合时,要明确集合中的元素是什

么?有哪些?一般地,数学中常见的有两类集合,分别为点集和数集,要注意区分和识别.

规范解答 上述各集合可以表示为:(1) $\{x|x=2n, n \in \mathbf{Z}\}$; (2) $\{(x,y)|x>0 \text{ 且 } y<0\}$; (3) $\{-1\}$; (4) $\{x|x=5k+2, k \in \mathbf{Z}\}$

解题回顾 解本题需掌握集合表示的两种常用方法,特别地,对(3)要注意集合元素的互异性,对(4)要学会一类整除数的性质,当然,(4)的答案也可写成 $\{x|x=5k-3, k \in \mathbf{Z}\}$.

例 4 已知集合 $A = \{x|ax^2+2x+1=0, a \in \mathbf{R}, x \in \mathbf{R}\}$

- (1)若 A 中只有一个元素,求 a 的值,并求出这个集合;
 (2)若 A 中至多只有一个元素,求 a 的取值范围.

思路点拨 集合 A 是什么呢,它是一个方程的解的集合, A 中只有一个元素说明方程 $ax^2+2x+1=0$ 只有一个实数解,这样,通过对集合语言的理解和翻译就把问题转化为以前解决过的问题了.

规范解答 (1)当 $a=0$ 时,方程化为 $2x+1=0$,解得 $x=-\frac{1}{2}$,此时集合 $A = \{-\frac{1}{2}\}$;当 $a \neq 0$ 时,因为方程 $ax^2+2x+1=0$ 有惟一解,所以 $\Delta=4-4a=0$,解得 $a=1$,此时集合 $A = \{-1\}$.

(2)由 A 中至多只有一个元素,知方程 $ax^2+2x+1=0$ 只有一个实数根或没有实数根,若方程 $ax^2+2x+1=0$ 只有一个实数根时,由(1)知 $a=0$ 或 $a=1$;若方程 $ax^2+2x+1=0$ 没有实数根时,须有 $\Delta=4-4a<0$,解得 $a>1$,从而 a 的取值范围是 $a \geq 1$ 或 $a=0$.

解题回顾 本题在弄清集合 A 的意义后,变成了一个方程的解的个数的讨论问题,要学会应用集合的语言来分析问题和解决问题;此外,题中不能默认 $ax^2+2x+1=0$ 是一个一元二次方程,必须对系数 a 是否为零进行分类讨论.

互动平台

1. 对集合语言的正确理解和应用是解决本部分问题的关键.当用描述法表示集合时应注意集合的代表元素.比如集合 $\{x|x^2-ax-2=0\}$ 表示方程 $x^2-ax-2=0$ 的解的集合,集合 $\{a|x^2-ax-2=0 \text{ 有实数根}\}$ 表示方程 $x^2-ax-2=0$ 有实数解时一次项系数 a 的取值集合;集合 $\{x|3x-2b<0\}$ 表示不等式 $3x-2b<0$ 的解的集合;集合 $\{(x,y)|x-2y+1=0\}$ 表示直线 $x-2y+1=0$ 上点的集合,而集合 $\{x-2y+1=0\}$ 表示的是以二元一次方程 $x-2y+1=0$ 为元素的集合,表示这个集合的方法不再是描述法而是列举法.

2. 列举法与描述法各有优点,应该根据具体问题确定采用哪种表示法,但要注意,一般无限集不宜采用列举法.

3. 注意: $\{\text{实数集}\} = \{\mathbf{R}\} \neq \mathbf{R}$. 请你说出它们各自的含义.

达标演练

- 下列各组对象中不能形成集合的是 ()
 A. 所有的锐角三角形
 B. 抛物线 $y=x^2-1$ 上的所有的点
 C. 高一年级中离学校较远的学生
 D. 太阳系的九大行星
- 下面的四个命题中是真命题的是 ()
 A. 集合 \mathbf{N} 中最小的元素是 1
 B. 若 $a \in \mathbf{N}$, 则 $-a \notin \mathbf{N}$
 C. 若 $a \in \mathbf{N}, b \in \mathbf{N}^*$, 则 $a+b$ 的最小值为 1
 D. $x^2+4=4x$ 的解集可表示为 $\{2, 2\}$
- 已知集合 $M = \{a, b, c\}$ 中的三个元素是 $\triangle ABC$ 的三边长,那么 $\triangle ABC$ 一定不是 ()
 A. 锐角三角形
 B. 直角三角形
 C. 钝角三角形
 D. 等腰三角形
- 已知集合 $S = \{x|-2 < x < 1, x \in \mathbf{R}\}$, 则下列关系式正确的是 ()
 A. $\sqrt{5} \in S$ B. $0 \notin S$ C. $1 \in S$ D. $-\frac{\pi}{2} \in S$
- 集合 $\{x|-2 < x \leq 3, x \in \mathbf{N}\}$ 的另一种表示是 ()
 A. $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$ B. $\{1, 2, 3\}$
 C. $\{0, 1, 2, 3\}$ D. $\{0, 1, 2\}$
- 下列集合中,不同于另外三个集合的是 ()
 A. $\{x|x=1\}$ B. $\{y|(y-1)^2=0\}$
 C. $\{x=1\}$ D. $\{1\}$
- 由实数 $x, -x, |x|, \sqrt{x^2}, -\sqrt[3]{x^3}$ 所组成的集合,最多含有 _____ 个元素.
- 已知集合 $A = \{x|ax^2-3x+2=0, a \in \mathbf{R}\}$, 若 A 中只有一个元素,则 $a =$ _____.
- 用“ \in ”或“ \notin ”填空:
 2 _____ \mathbf{N} $\frac{1}{2}$ _____ \mathbf{N} π _____ \mathbf{N}
 2 _____ \mathbf{Z} $\frac{1}{2}$ _____ \mathbf{Z} π _____ \mathbf{Z}
 2 _____ \mathbf{Q} $\frac{1}{2}$ _____ \mathbf{Q} π _____ \mathbf{Q}
 2 _____ \mathbf{R} $\frac{1}{2}$ _____ \mathbf{R} π _____ \mathbf{R}
- 已知集合 $A = \{x|mx^2-2x+3=0, m \in \mathbf{R}, x \in \mathbf{R}\}$, 若 A 中的元素至多只有一个,则实数 m 的取值范围是 _____.
- 数集 $\{a, a^2-a\}$ 中 a 所满足的条件为 _____.
- 若 $-3 \in \{a-3, 2a-1, a^2-4\}$, 求实数 a .

1.2 子集、全集、补集

课标导航

1. 理解集合之间的包含与相等的含义,能识别给定集合的子集.
2. 理解并掌握集合与集合的关系:子集、真子集、集合相等.
3. 理解在给定集合中一个子集的补集的含义,会求给定子集的补集.
4. 能使用 Venn 图表示集合的关系,体会直观图示对理解抽象概念的作用,并逐步学会利用数形结合解题的思想方法.

自学引领

1. 如何理解 \emptyset , $\{0\}$, $\{\emptyset\}$ 这三个集合?
2. 说出空集的概念及有关空集的规定.
3. 符号 \in , \notin 与 \subseteq , \supseteq 有何区别? 使用时要注意什么? \subseteq , \supseteq 的意义相同吗?
4. A 是 B 的子集,相当于生活中的“部分”的概念,但能否说:“子集是原集合的一部分”? 类似的,集合的补集相当于生活中的“剩余”的概念,它们之间是否有不同的地方?

两点探究

1. 子集:如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素,我们说集合 A 包含于集合 B ,或说集合 B 包含集合 A .
2. 集合相等: $A=B \Leftrightarrow A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$.
3. 真子集:如果 $A \subseteq B$,并且 $A \neq B$,我们说集合 A 是集合 B 的真子集,记作 $A \subset B$ 或 $B \supset A$.
4. 空集:空集是任何集合的子集,空集是任何非空集合的真子集.
5. 全集:如果集合 S 含有我们所研究的各个集合的全部元素,这个集合就可以看做一个全集,通常用 U 表示.
6. 补集:设 S 是一个集合, A 是 S 的一个子集,由 S 中不属于 A 的所有元素组成的集合,叫做 S 中子集 A 的补集,记作 $\complement_S A = \{x | x \in S, \text{且 } x \notin A\}$,即 $\complement_S A$ 中的元素不具有集合 A 的属性.

例题精析

- 例 1 设关系式 ① $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$; ② $\emptyset \in \{\emptyset\}$; ③ $0 \notin \emptyset$; ④ $0 \supset \emptyset$; ⑤ $\emptyset = \{0\}$; ⑥ $\emptyset \neq \{\emptyset\}$, 其中正确的个数是 ()
- A. 小于 4 个 B. 4 个 C. 5 个 D. 6 个

思路点拨 (1) 不含任何元素的集合叫空集,空集是任何集合的子集,空集是任何非空集合的真子集. 这是有关空集的三个重要结论.

(2) 元素与集合之间的关系是属于或不属于的关系,用符号 \in 或 \notin 表示;集合与集合之间的关系是包含或不包含的关系,用符号 \subseteq 或 \supseteq 表示,要注意合理选用.

(3) 本题的思考过程中有一个特别的地方要注意,那就

是当集合中的元素恰好也是一个集合时,就会有“属于”和“包含”两种关系同时具备的可能.

范解 只有⑤是错的,选 C.

解题回顾 本题涉及空集的概念、元素与集合的关系、集合与集合间关系等多个知识点. \emptyset 有时当作元素(如②),有时当作集合(如①③④⑥),这要视具体的环境来确定.

● 例 2 (1) 已知集合 $A = \{x | 1 \leq x < 3\}$, $B = \{x | x < a\}$, 若 $A \subseteq B$, 求实数 a 的取值范围.

(2) 已知 $A = \{x | k+1 \leq x \leq 2k\}$, $B = \{x | 1 \leq x \leq 3\}$, 且 $A \subseteq B$, 求实数 k 的取值范围.

思路点拨 集合 A, B 均为无限集,根据真子集、子集的定义,要让集合 A 中的任一元素都在集合 B 中,对(1)还要求 B 中有不在 A 中的元素.

范解 (1) 将两集合表示在数轴上如图 1-2-1 所示,要使 $A \subseteq B$, 须让数 a 表示的点在数 3 的点上或其右边, 所以所求 a 的取值集合为 $\{a | a \geq 3\}$.

(2) 当 $k+1 > 2k$ 即 $k < 1$ 时, $A = \emptyset$, 此时有 $A \subseteq B$ 成立; 当 $k+1 \leq 2k$ 即 $k \geq 1$ 时, 要使 $A \subseteq B$, 如图 1-2-2 所示, 须有 $1 \leq k+1 \leq 2k \leq 3$ 成立, 解得 $1 \leq k \leq \frac{3}{2}$, 综上所述所求 k 的取值集合为 $\{k | k \leq \frac{3}{2}\}$.

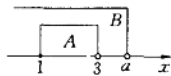


图 1-2-1

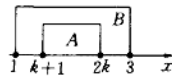


图 1-2-2

解题回顾 解此类问题时,要利用数轴,数形结合,以形定数. 解(1)时,要注意验证端点的值,防止出现 $\{a | a > 3\}$ 的错误结果; 解(2)时,要讨论集合 A 为空集的情形,防止漏解.

● 例 3 设集合 $A = \{1, a, b\}$, $B = \{a, a^2, ab\}$, 且 $A = B$, 求 $a^{2005} + b^{2005}$.

思路点拨 由集合相等的定义,两集合相等就是两集合中的元素完全相同,或说一集合中的任一元素都是另一个集合中的元素,据此可列出等量关系,求出 a, b 后,计算所求式子的值即可.

范解 由 $A = B$, 得 $\begin{cases} a^2 = 1 \\ ab = b \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a^2 = b \\ ab = 1 \end{cases}$

解方程组得 $\begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a = 1 \\ b \in \mathbf{R} \end{cases}$

由集合元素的互异性知 $a \neq 1$, $\therefore a = -1, b = 0$, 故 $a^{2005} + b^{2005} = -1$.

解题回顾 本题是从集合中元素对应相等来建立方

程的,解完之后要注意使用集合元素的互异性进行检验,除此解法外,本题也可这样求解:由 $A=B$, 得 $1 \cdot a \cdot b = a \cdot a^2 \cdot ab$, 且 $1+a+b = a+a^2+ab$, 即 $ab(a^3-1) = 0$, 且 $(a-1)(a+b+1) = 0$, 因集合中的元素互异, 所以 $a \neq 0, a \neq 1$, 解方程组得 $a = -1, b = 0$, 故 $a^{2005} + b^{2006} = -1$.

例 4 已知 $A = \{x | kx = 1\}, B = \{x | x^2 = 1\}$, 若 $A \subseteq B$, 求实数 k 的值.

思路点拨 由于空集是任何非空集合的真子集, 所以本题要分 $A = \emptyset$ 与 $A \neq \emptyset$ 两种情况分别求解.

规范解答 $\because B = \{-1, 1\}, A \subseteq B, \therefore$ 当 $A = \emptyset$ 时, $k = 0$; 当 $A \neq \emptyset$ 时, $x = \frac{1}{k} \in B$, 从而 $(\frac{1}{k})^2 = 1$, 解得 $k = \pm 1$.

综上所述, $k = 0, \pm 1$.

解后反思 若 $A \subseteq B$, 且 B 为有限集, 可以根据 B 的子集的元素个数为 $0, 1, 2, \dots$ 分别写出它的子集, 然后令 A 分别与这些子集相等再求解. 又如本题, 由于 $B = \{-1, 1\}$ 的子集为 $\emptyset, \{-1\}, \{1\}, \{-1, 1\}$, 且 $A \neq B$, 所以可令 $A = \emptyset, A = \{-1\}, A = \{1\}$, 分别求解得 $k = 0, k = -1, k = 1$.

例 5 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4\}, A = \{x | x^2 - 5x + p = 0\}, \complement_U A = \{x | x^2 - qx + 6 = 0\}$, 求 p 和 q 的值.

思路点拨 设 $A = \{x_1, x_2\}, \complement_U A = \{x_3, x_4\}$, 则 $\{x_1, x_2, x_3, x_4\} = \{1, 2, 3, 4\}$, 由一元二次方程根与系数的关系知: $x_1 + x_2 = 5, x_3 x_4 = 6$, 据此可求出 p 和 q 的值.

规范解答 设 $A = \{x_1, x_2\}, \complement_U A = \{x_3, x_4\}, \therefore x_3, x_4 \in U$, 且 $x_3 x_4 = 6, \therefore x_3 = 2, x_4 = 3$ 或 $x_3 = 3, x_4 = 2, \therefore q = 3 + 2 = 5$. 这时只能有 $1, 4 \in A, \therefore x_1 = 1, x_2 = 4$ 或 $x_1 = 4, x_2 = 1, \therefore p = 1 \cdot 4 = 4$.

解后反思 (1) 本题也可以采用尝试检验的方法求解, 即若 $1, 4 \in A$, 则 $p = 4$, 这时 $A = \{1, 4\}$, 从而 $\complement_U A = \{2, 3\}$, 所以 $q = 5$; 若 $2, 3 \in A$, 则 $p = 6$, 这时 $A = \{2, 3\}$, 从而 $\complement_U A = \{1, 4\}$, 这不可能, 故只能有 $p = 4, q = 5$.

(2) 本题中的集合 A 能否是空集或单元集? 为什么?

互动平台

1. 集合 $\{x | (x-1)(x-2) = 0\}$ 可用列举法表示为 $\{1, 2\}$, 当集合 $A = \{0, a\}$ 时, 能否用列举法表示集合 $B = \{x | x \in A\}$? 此时集合 A 与集合 B 的关系是 $B \subseteq A$, 还是 $A = B$? 请同学们认真体会.

2. 若集合 $M = \{1, 2\}, N = \{x | x \in M\}$, 则集合 M 与集合 N 之间的关系如何?

3. 元素与子集、属于与包含之间的区别是什么?

4. 如何用 Venn 图表示子集或补集的关系?

5. 含有 n 个元素的集合的所有子集个数是多少?

达标演练

1. 下列集合中表示同一集合的是 ()
 A. $M = \{(5, -1)\}, N = \{(-1, 5)\}$
 B. $M = \{5, -1\}, N = \{-1, 5\}$
 C. $M = \{(x, y) | y = x + 1\}, N = \{y | y = x + 1\}$
 D. $M = \{0\}, N = \emptyset$

2. 下列关系中正确的是 ()
 (1) $\{0\} = \emptyset$ (2) $0 \in \emptyset$ (3) $\emptyset \subseteq \{a\}$ (4) $\{a\} \in \{a, b\}$
 (5) $a \subseteq \{a\}$

- A. (1)(2)(3) B. (3)(5)
 C. (3)(4)(5) D. (1)(2)

3. 集合 $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的真子集个数有 ()
 A. 32 个 B. 31 个 C. 16 个 D. 15 个

4. 满足 $\{a, b\} \subseteq A \subseteq \{a, b, c, d, e\}$ 的集合 A 的个数有 ()
 A. 8 个 B. 7 个 C. 6 个 D. 5 个

5. 填写下列关系

- (1) N Z, N Q, Q R, R N
 (2) $\{\text{直角三角形}\}$ $\{\text{三角形}\}$
 (3) $\{1, 2\}$ $\{1, 2, 5\}$
 (4) 2 $\{x | x > -1\}$.

6. 以集合 $\{2, 3\}$ 的子集为元素组成的集合是 _____

7. 设集合 $A = \{x | 1 < x < 2\}, B = \{x | x < a\}$, 若 $A \subseteq B$, 则 a 的取值范围是 _____.

8. 已知 $A = \{x | x < 3\}, B = \{x | x < a\}$.
 (1) 若 $B \subseteq A$, 则 a 的取值范围是 _____; (2) 若 $A \subseteq B$, 则 a 的取值范围是 _____.

9. 已知 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, T = \{1, 3, 5, 7, 9\}, A = \{3, 5, 7\}$, 则 $\complement_S A =$ _____; $\complement_T A =$ _____.

10. 设全集 $U = \{1, 2, a\}, A = \{1\}, \complement_U A = \{2, a^2 + 2a - 2\}$, 求实数 a 的值.



11. 已知 $A = \{\text{菱形}\}$, $B = \{\text{正方形}\}$, $C = \{\text{平行四边形}\}$, 求(1) A, B, C 之间的关系;(2)求 $C \setminus B$.

12. 集合 $P = \{x | x^2 + x - 6 = 0\}$, $Q = \{x | mx - 1 = 0\}$, 且 $Q \subseteq P$, 求实数 m 的取值集合.

13. 已知 $A = \{x | x < -1 \text{ 或 } x > 2\}$, $B = \{x | 4x + p < 0\}$, 当 $A \supseteq B$ 时, 求实数 p 的取值范围.

14. 已知 $A = \{1, 1+x, 1+2x\}$, $B = \{1, y, y^2\}$, 且 $A = B$, 求实数 x 和 y 的值.

15. 设全集 $U = \{1, 4, x\}$, $A = \{1, x^2\}$, 求 $C_U A$.

能力提升

1. 集合 $\{1, 2, 3\}$ 的真子集共有 ()

A. 5 个 B. 6 个 C. 7 个 D. 8 个

2. 若集合 $A = \{x | x^2 \leq 0\}$, 则下列结论中正确的是 ()

A. $A = 0$ B. $0 \subseteq A$ C. $A = \emptyset$ D. $\emptyset \subseteq A$

3. 下列五个写法中: ① $\{0\} \in \{0, 1, 2\}$; ② $\emptyset \subseteq \{0\}$; ③ $\{0, 1, 2\} \subseteq \{1, 2, 0\}$; ④ $0 \in \emptyset$; ⑤ $0 \cap \emptyset = \emptyset$, 错误的写法个数是 ()

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

4. 下列各式中, 正确的是 ()

A. $2 \subseteq \{x | x \leq 2\}$

B. $2 \in \{x | x > 2 \text{ 且 } x < 1\}$

C. $\{x | x = 4k \pm 1, k \in \mathbf{Z}\} \neq \{x | x = 2k + 1, k \in \mathbf{Z}\}$

D. $\{x | x = 3k + 1, k \in \mathbf{Z}\} = \{x | x = 3k - 2, k \in \mathbf{Z}\}$

5. 满足 $\{-1, 1\} \subseteq M \subseteq \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 的集合 M 的个数是 ()

A. 6 个 B. 7 个 C. 8 个 D. 9 个

6. 下列各式中正确的是 ()

A. $0 \in \emptyset$ B. $\{0\} \subseteq \emptyset$ C. $0 = \emptyset$ D. $\{0\} \supseteq \emptyset$

7. 集合 $M = \{x | x^2 + 2x - a = 0, x \in \mathbf{R}\}$, 且 $\emptyset \subseteq M$, 则实数 a 的范围是 ()

A. $a \leq -1$ B. $a \leq 1$ C. $a \geq -1$ D. $a \geq 1$

8. 已知非空集合 A 满足: ① $A \subseteq \{1, 2, 3, 4\}$; ② 若 $x \in A$, 则 $5-x \in A$. 那么同时符合上述两个条件的集合 A 的个数是 ()

A. 32 个 B. 8 个 C. 5 个 D. 3 个

9. 已知集合 $A = \{0, 1\}$, $B = \{x | x \subseteq A\}$, $C = \{x | x \in A\}$, 则集合 A 与 B 的关系为 _____, 集合 A 与 C 的关系为 _____.

10. 设 $A = \{x | x > 1\}$, $B = \{x | x > a\}$, 且 $A \subseteq B$, 则 a 的取值范围是 _____.

11. 已知集合 A 满足 $A \subseteq \{1, 2, 3, 4\}$, 且 A 中至多有一个奇数, 写出所有符合条件的集合 A .

12. 已知 $A = \{x | x^2 + x - 2 = 0\}$, $B = \{x | x^2 + ax + 2a - 4 = 0\}$, 若 $B \subseteq A$, 求实数 a 的值.

13. 设 $A = \{x | x^2 + (b+2)x + b + 1 = 0\} = \{a\}$, 求集合 $B = \{x | x^2 + ax + b = 0\}$ 的真子集.

14. 设全集 $U = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $A = \{x | x^2 - x + p = 0, x \in U\}$, 求 p 的值及 $C_U A$.

1.3 交集、并集

课标导航

1. 理解两个集合的并集与交集的含义,会求两个简单集合的并集与交集.

2. 领会集合交、并运算的法则和性质.

3. 理解并掌握区间的概念,会用区间表示某些数的集合.

自学引领

1. 集合间的运算:交集: $A \cap B = \{x | x \in A, \text{且 } x \in B\}$,

并集: $A \cup B = \{x | x \in A, \text{或 } x \in B\}$.

2. 能否用区间表示任何数的集合? 试分别用不等式、集合、区间的形式表示正实数集.

要点探究

1. 交集——由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素构成的集合,叫做 A 与 B 的交集,记作 $A \cap B$,即 $A \cap B$ 中的元素既有集合 A 的属性,又有集合 B 的属性.

2. 并集——由所有属于集合 A 或者属于集合 B 的元素构成的集合,叫做 A 与 B 的并集,记作 $A \cup B$,即 $A \cup B$ 中的元素至少具有集合 A 或集合 B 的属性之一.

3. 区分交集与并集的关键是“且”与“或”,在处理有关交集与并集的问题时,常常从这两个字眼出发去揭示、挖掘题设条件,进而用集合语言表达.

例题精析

例 1 设 $A = \{-4, 2a-1, a^2\}$, $B = \{9, a-5, 1-a\}$, 已知 $A \cap B = \{9\}$, 求实数 a 的值.

思路点拨 由交集的定义知 $9 \in A$ 且 $9 \in B$, 且集合 A, B 中只有一个公共元素 9, 于是 $2a-1=9$ 或 $a^2=9$, 可用分类讨论的方法求出 a 的值.

范解 $\because A \cap B = \{9\}, \therefore 9 \in A, \therefore 2a-1=9$ 或 $a^2=9, \therefore a=5$ 或 $a=\pm 3$.

当 $a=5$ 时, $A = \{-4, 9, 25\}$, $B = \{9, 0, -4\}$, 此时 $A \cap B = \{9, -4\}$, 与已知矛盾, 舍去.

当 $a=3$ 时, $A = \{-4, 5, 9\}$, $B = \{-2, -2, 9\}$, 此时 B 中有两个相同的元素 -2 , 与集合元素的互异性矛盾, 舍去.

当 $a=-3$ 时, $A = \{-4, -7, 9\}$, $B = \{9, -8, 4\}$, 符合题意.

综上所述, $a=-3$ 为所求.

变式训练 (1) 本题考查集合元素的基本特征——确定性、互异性、无序性, 切入点是分类讨论思想, 由于集合中的元素是用字母表示的, 对这类问题一定不要忘记要对所求的结果进行检验.

(2) 要正确理解交集的概念: 由属于集合 A 且属于集合 B 的所有元素组成的集合, 称为 A 与 B 的交集, 在这里要重点理解“且”与“所有”这两个词的含义, 特别是后者更容易被忽视.

例 2 集合 $U = \{x | x \leq 10, \text{且 } x \in \mathbb{N}_+\}$, $A \subseteq U, B \subseteq U$, 且 $A \cap B = \{4, 5\}$, $(\complement_U B) \cap A = \{1, 2, 3\}$, $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{6, 7, 8\}$, 求集合 A 和 B .

思路点拨 此题是判定某些元素与集合关系的问题. 为此, 首先须将全集 U 用列举法表示出来, 再根据集合的交、并、补定义来逐一分析, 分别研究 U 中各个元素的归属, 从而确定集合 A, B 中的元素.

范解 $\because A \cap B = \{4, 5\}, \therefore 4 \in A, 5 \in A, 4 \in B, 5 \in B$. 由 $(\complement_U B) \cap A = \{1, 2, 3\}$ 得 $1 \in A, 2 \in A, 3 \in A, 1 \notin B, 2 \notin B, 3 \notin B$. 又 $\because (\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{6, 7, 8\}, \therefore 6, 7, 8$ 都不属于 A , 也都不属于 $B, \therefore U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}, \therefore$ 只有 9, 10 不知所属.

再由条件 $(\complement_U B) \cap A = \{1, 2, 3\}$ 和 $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{6, 7, 8\}$ 可知 9, 10 均不属于 $\complement_U B, \therefore 9 \in B, 10 \in B$. 综上所述, 可知 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{4, 5, 9, 10\}$.

解题回顾 (1) 本题通过对已知条件的代数分析, 逐步确定了两个集合中的元素, 题中前 2 个条件的转化和翻译是比较容易的, 但对条件 $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{6, 7, 8\}$ 的理解不易抓住本质. 事实上, 在元素 9, 10 不知所属的情况下, 可以分别对若 $9 \in A$, 若 $9 \in \complement_U A$ 等几种情况作分类讨论完成. 除此之外, 还可将条件 $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{6, 7, 8\}$ 转化为 $\complement_U(A \cup B) = \{6, 7, 8\}$, 这里使用了集合运算的一个公式, 即 $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \complement_U(A \cup B)$, 该公式用语言表述为“补的交等于并的补”, 类似的还有“补的并等于交的补”.

(2) 本题除了可用上面的方法完成外, 还可使用以下的图示法(Venn图), 这种方法更直观、更简便.

如图 1-3-1: $\because A \cap B = \{4, 5\}$, 区域 I 中有且只有元素 4 和 5, $\because (\complement_U B) \cap A = \{1, 2, 3\}, \therefore$ 区域 II 中只有元素 1, 2, 3, 又 $\because (\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{6, 7, 8\}, \therefore$ 区域 III 中只有元素 6, 7, 8, 由于 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}, \therefore$ 在区域 IV 中只有且必有元素 9 和 10, 从而 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{4, 5, 9, 10\}$.

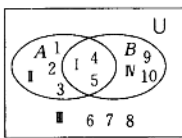


图 1-3-1

掌握本题的解法还可以帮助我们去解决一类与计数有关的应用题(见本章节能力提升中的第 13 题).

例 3 已知集合 $A = \{x | -4 < x < 2\}$, $B = \{x | x > 1 \text{ 或 } x < -5\}$, $C = \{x | m-1 < x < m+1, m \in \mathbb{R}\}$

(1) 若 $A \cap C = \emptyset$, 求实数 m 的取值集合; (2) 若 $(A \cap B) \subseteq C$, 求实数 m 的取值集合.

思路点拨 由 $A \cap C = \emptyset$, 可知不存在实数 x , 使 $x \in A$ 且 $x \in C$, 又因为两集合均为无限集, 自然会想到利用数轴上区域来表示集合, 借助数形结合的思想完成. 对第二问, 须先求出 $A \cap B$, 然后仍按第一问的解题思路求解即可.

范解 (1) $\because A \cap C = \emptyset$, 则两集合的关系可表示为如图 1-3-2 所示, 此时须有 $m-1 \geq 2$ 或 $m+1 \leq -4$, 解得 $m \geq 3$ 或 $m \leq -5$, $\therefore m$ 的取值集合是 $\{m | m \geq 3 \text{ 或 } m \leq -5\}$.

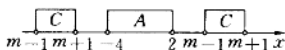


图 1-3-2

(2) 由已知可求得 $A \cap B = \{x | 1 < x < 2\}$, $\therefore (A \cap B) \subseteq C$, 由图 1-3-3 可得,

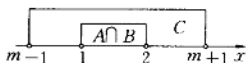


图 1-3-3

$$\begin{cases} m+1 \geq 2, \\ m-1 \leq 1, \end{cases}$$

解得 $1 \leq m \leq 2$.

$\therefore m$ 的取值集合是 $\{m | 1 \leq m \leq 2\}$.

解题回顾 本题利用图形, 直观地刻画了两集合间的包含关系, 揭示了 $A \cap C = \emptyset$ 的本质. 问题的求解, 是将集合语言转化为图形语言实现的, 数形结合是数学解题的重要思想.

例 4 设 $A = \{x \in \mathbf{R} | x^2 + 4x = 0\}$, $B = \{x \in \mathbf{R} | x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0, a \in \mathbf{R}\}$.

(1) 若 $A \cap B = B$, 求实数 a 的取值范围; (2) 若 $A \cup B = B$, 求实数 a 的取值范围.

思路点拨 显然须先把集合 A 化简, 变为更易使用的“成品”条件, 同时条件 $A \cap B = B, A \cup B = B$ 也可分别等价转化为 $B \subseteq A, A \subseteq B$, 而集合 B 不易处理, 此时不要蛮干, 可继续对已知作更深入的挖掘, 寻找解题突破口.

范解 由题可得 $A = \{-4, 0\}$

(1) $\because A \cap B = B, \therefore B \subseteq A$, 从而 $B = \{0\}, \{-4\}, \{-4, 0\}, \emptyset$.

① 若 $B = \{0\}$, 则方程 $x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0$ 有两个相等的根 0, 此时须有 $a^2 - 1 = 0$, 且 $a+1=0$, 解得 $a = -1$;

② 若 $B = \{-4\}$, 则方程 $x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0$ 有两个相等的根 -4 , 此时须有 $a^2 - 1 = 16$, 且 $-2(a+1) = -8$, 解得 $a^2 = 17$, 且 $a = 3$, 此时 a 无解;

③ 若 $B = \{0, -4\}$, 则方程 $x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0$ 有两个不等的根 0 和 -4 , 同样由韦达定理得 $a^2 - 1 = 0$, 且 $-2(a+1) = -4$, 解得 $a = 1$;

④ 若 $B = \emptyset$, 则方程 $x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0$ 无实根, 此时 $\Delta = 4(a+1)^2 - 4(a^2 - 1) < 0$, 解得 $a < -1$;

由上可知, 所求实数 a 的取值范围是 $a = 1$ 或 $a \leq -1$.

(2) $\because A \cup B = B, \therefore A \subseteq B, \therefore 0 \in B$ 且 $-4 \in B$, 又 B 是一元二次方程的解集, 所以只能有 $B = \{0, -4\}$, 即 0 和 -4 是方程 $x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0$ 的两个不等根, 由韦达定理得 $a^2 - 1 = 0$, 且 $-2(a+1) = -4$, 解得 $a = 1$, 所以所求实数 a 的取值范围是 $a = 1$.

解题回顾 (1) 对题目条件进行等价转化等“再加工”, 便于揭示已知和未知之间的关系, 是数学解题的重要途径;

(2) 要理解并熟练掌握集合的两个性质, 即: $A \cap B = B \Leftrightarrow B \subseteq A; A \cup B = B \Leftrightarrow A \subseteq B$;

(3) 本题使用了分类讨论的思想方法;

(4) 本题的解题突破口是从 $B \subseteq A, A = \{-4, 0\}$ 得出集合 B 的四种可能并逐一分类完成的, 一般地, 含有 n 个元素的集合的所有子集个数是 2^n . 除此之外, 还要能正确理解 $B = \{0\}$ 的含义, 这一方面说明方程 $x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0$ 有两个相等的根, 另一方面说明这个相等的根是 0, 忽视其中的任何一个, 都会导致错误.

互动平台

1. 并集是两集合的联合部分; 交集是两集合的公共部分; 补集是该集合在全集中的剩余部分. 利用数轴和图形运算时要注意这些本质特征.

2. 关于集合的运算, 一般先化简, 再进行运算, 并注意数形结合、分类讨论、运动变化等思想的应用.

3. 关于空集: 空集是集合运用中的一个“陷阱”, 其地位非常重要, 必须要引起重视. 比如:

当已知 $A \cap B = \emptyset, A \subseteq B$ 等条件时, 都要考虑集合 A, B 是否为空集的情形. 又如在例题 3 中, 因为 $m-1 < m+1$ 恒成立, 所以集合 C 不是空集, 故解答中就不必再讨论 C 是空集的情况了.

4. 一些常见结论:

含有 n 个元素的集合的所有子集个数是 2^n .

$A \cap B = B \Leftrightarrow B \subseteq A$;

$A \cup B = B \Leftrightarrow A \subseteq B$;

$(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \complement_U (A \cup B)$

$(\complement_U A) \cup (\complement_U B) = \complement_U (A \cap B)$

达标演练

1. 下列说法正确的是 ()

- A. 无限集的真子集是有限集
- B. 任何一个集合至少有两个真子集
- C. 自然数集是整数集的真子集
- D. 自然数集的补集是负整数集

2. 设全集 $U = \{x | 2 \leq x \leq 10, x \in \mathbf{N}\}$, 集合 $M = \{3, 4, 6, 8\}$, $N = \{3, 5, 8, 9\}$, 则集合 $(2, 7, 10)$ 是 ()

A. $M \cap N$ B. $(\complement_U M) \cap (\complement_U N)$

C. $(\complement_U M) \cup (\complement_U N)$ D. $M \cup N$

3. 设集合 $P = \{(x, y) | y = x^2, x \in \mathbf{R}\}$, $Q = \{y | y = x, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $P \cap Q$ 等于 ()

- A. $\{(0,0)\}$ B. $\{(1,1)\}$
 C. $\{(0,0),(1,1)\}$ D. \emptyset
4. 设集合 $A = \{1, 3, x\}$, $B = \{1, x^2\}$, 若 $A \cup B = \{1, 3, x\}$, 则满足条件的 x 的值有 ()
 A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
5. 设集合 $A = \{x | x^2 - px + 15 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - 5x + q = 0\}$, 若 $A \cup B = \{2, 3, 5\}$, 则 A, B 分别是 ()
 A. $\{3, 5\}, \{2, 5\}$ B. $\{2, 3\}, \{3, 5\}$
 C. $\{2, 5\}, \{3, 5\}$ D. $\{3, 5\}, \{2, 3\}$
6. 已知 $M = \{y | y = x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\}$, $N = \{y | y = x + 1, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $M \cap N$ 等于 ()
 A. $\{(0,1), (1,2)\}$ B. $\{0,1\}$
 C. $\{1,2\}$ D. $[1, +\infty)$
7. 已知集合 $A = \{x | -3 \leq x \leq 5\}$, $B = \{x | a + 1 \leq x \leq 4a + 1\}$, 且 $A \cap B = B, B \neq \emptyset$, 则实数 a 的取值范围是 ()
 A. $a \leq 1$ B. $0 \leq a \leq 1$ C. $a \leq 0$ D. $-4 \leq a \leq 1$
8. 设集合 $A = \{2, 3, 2a + 1\}$, $B = \{a^2 + a + 1, 2\}$, $A \cap B = B$, 则实数 a 的取值集合是 _____.
9. 设 U 是全集, 非空集合 P, Q 满足 $P \subseteq Q \subseteq U$, 若求含 P, Q 的一个集合运算表达式, 使运算结果为空集 \emptyset , 则这个运算表达式可以是 _____.
10. 已知 $A = \{a^2, a + 1, -3\}$, $B = \{a - 3, 2a - 1, a^2 + 1\}$, 若 $A \cap B = \{-3\}$, 求 a 的值.
11. 已知全集 $I = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $A \cap B = \{2\}$, $(\complement_I A \cap \complement_I B) = \{1, 9\}$, $(\complement_I A) \cap B = \{4, 6, 8\}$, 求集合 A, B .

12. 已知 $A = \{x | x^2 + 2x + p = 0, x \in \mathbf{R}\}$, 且 $A \cap \{x | x > 0, x \in \mathbf{R}\} = \emptyset$, 求实数 p 的取值范围.

能力提升

1. 设非空集合 S, T 满足 $S \subset T$, 且 $T \subset S$, 若集合 $X = S \cap T$, 则 $X \cap S$ 等于 ()
 A. X B. T C. \emptyset D. S
2. 设集合 $M = \{A \text{ 的子集}\}$, $N = \{B \text{ 的子集}\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 则 ()
 A. $M \cap N = \emptyset$ B. $M \cap N \supseteq A \cap B$
 C. $M \cap N \subseteq A \cap B$ D. $M \cap N = \{\emptyset\}$
3. 若方程 $x^2 + ax + b = 0$ 的两实根是 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$, 设集合 $M = \{x | x > x_1\}$, $N = \{x | x > x_2\}$, $P = \{x | x < x_1\}$, $Q = \{x | x < x_2\}$, 则不等式 $|x^2 + ax + b| > 0$ 的解集是 ()
 A. $(M \cup N) \cap (P \cup Q)$ B. $(M \cap N) \cap (P \cap Q)$

- C. $(M \cup N) \cup (P \cup Q)$ D. $(M \cap N) \cup (P \cap Q)$
4. 集合 $A = \{x | -1 \leq x \leq 2\}$, $B = \{x | x \leq a\}$. 若 $A \cap B \neq \emptyset$, 则实数 a 的集合为 ()
 A. $\{a | a < 2\}$ B. $\{a | a \geq -1\}$
 C. $\{a | a > -1\}$ D. $\{a | -1 \leq a \leq 2\}$
5. 集合 $M = \{x | x = \frac{k}{2} + \frac{1}{4}, k \in \mathbf{Z}\}$, $N = \{x | x = \frac{k}{4} + \frac{1}{2}, k \in \mathbf{Z}\}$, 则 ()
 A. $M = N$ B. $M \subseteq N$ C. $M \subsetneq N$ D. $M \cap N = \emptyset$
6. 设全集 $U = \{x | -3 \leq x \leq 3\}$, 集合 $A = \{x | x \neq 1, \text{ 且 } x \neq -2\}$, $B = \{x | x \neq -1, \text{ 且 } x \neq 2\}$, 则 $A \cup B =$ ()
 A. A B. B
 C. U D. $\{x | x \neq \pm 1, \text{ 且 } x \neq \pm 2\}$
7. 设非空集合 A, B , 定义一个“差集”的概念: $A - B = \{x | x \in A, \text{ 且 } x \notin B\}$, 则 $A - (A - B)$ 等于 ()
 A. A B. B C. $A \cap B$ D. $A \cup B$
8. $M = \{x | x = 3k + 2, x \in \mathbf{Z}\}$, $N = \{x | x = -(3k + 1), k \in \mathbf{Z}\}$, 则集合 M, N 之间的关系是 ()
 A. $M = N$ B. $M \subseteq N$ C. $M \supseteq N$ D. $M \cap N = \emptyset$
9. 已知集合 $A = \{y | y = x^2 - 2x - 3, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{y | y = -x^2 + 2x + 13, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
10. $A = \{2, 3, a^2 + 4a + 2\}$, $B = \{0, 7, a^2 + 4a - 2, 2 - a\}$, 且 $A \cap B = \{3, 7\}$, 求 B .

11. 若集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$, $B = \{x | m + 1 \leq x \leq 2m - 1\}$, 且 $A \cup B = A$, 求 m 的取值范围.

12. 设集合 $A = \{x | x^2 - 4x + 3 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - ax + a - 1 = 0\}$, $C = \{x | x^2 - mx + 1 = 0\}$, 若 $A \cup B = A, A \cap C = C$, 求实数 a, m 的值或取值范围.

13. 50 名学生参加 100m 跑和跳远测验, 已知 100m 跑及格的有 40 人, 跳远及格的有 31 人, 两项测验都不及格的有 4 人, 问这次测验两项都及格的有几人?



拓展创新

1. 集合 U, M, N, P 如图 1-3-4 所示, 则图中阴影部分表示的集合是 ()

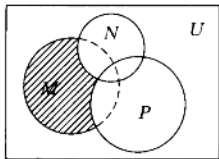


图 1-3-4

- A. $M \cap (N \cup P)$ B. $M \cap \complement_U(N \cap P)$
 C. $M \cup \complement_U(N \cap P)$ D. $M \cap \complement_U(N \cup P)$

2. 设集合 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x | x^2 + 2(a+1)x + (a^2 - 5) = 0\}$.

- (1) 若 $A \cap B = \{2\}$, 求实数 a 的值;
 (2) 若 $A \cup B = A$, 求实数 a 的取值范围;
 (3) 若 $U = \mathbb{R}$, $A \cap (\complement_U B) = A$, 求实数 a 的取值范围.

单元评价

A 卷

一、选择题

1. 满足 $A \cup \{1, 2\} = \{1, 2, 3, 4\}$ 的集合 A 的个数是 ()
 A. 7 个 B. 6 个 C. 5 个 D. 4 个
2. 设 $S = \{1, 2, 3\}$, $M = \{1, 2\}$, $N = \{1, 3\}$, 那么 $(\complement_S M) \cap (\complement_S N)$ 等于 ()
 A. \emptyset B. $\{1, 3\}$ C. $\{1\}$ D. $\{2, 3\}$
3. 设集合 $P = \{3, 4, 5\}$, $Q = \{4, 5, 6, 7\}$, 定义 $P * Q = \{(a, b) | a \in P, b \in Q\}$, 则 $P * Q$ 中元素的个数为 ()
 A. 3 个 B. 4 个 C. 7 个 D. 12 个
4. 已知集合 $A = \{\text{偶数}\}$, $B = \{\text{奇数}\}$, $U = \{\text{整数}\}$, 则下列关系式 ① $A \cap B = \emptyset$ ② $A \cup B = U$ ③ $\complement_U A = B$ ④ $\complement_U (A \cap B) = U$, 其中正确的个数是 ()
 A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
5. 设集合 $A = \{x, x^2, xy\}$, $B = \{1, x, y\}$, 且 $A = B$, 则 x, y 的值分别为 ()
 A. $x = -1, y = 0$ B. $x = 1, y = 0$
 C. $x = 0, y = -1$ D. $x = 0, y = 1$
6. 设全集 $S = \{2, 3, a^2 + 2a - 3\}$, $A = \{|a + 7|, 2\}$, $\complement_S A = \{5\}$, 则 a 的值为 ()
 A. 2 B. -3 或 1
 C. -4 D. -4 或 2
7. $M = \{x | -1 \leq x < 2\}$, $N = \{x | x < a\}$, 若 $M \cap N = \emptyset$, 那么 a 的取值范围是 ()
 A. $(-\infty, 2]$ B. $(-\infty, -1)$
 C. $(-\infty, -1]$ D. $[-1, 1]$
8. 已知集合 $M = \{x | x - a = 0\}$, $N = \{x | ax - 1 = 0\}$, 若 $M \cap N = N$, 则实数 a 的值是 ()
 A. 1 B. -1
 C. 1 或 -1 D. 0 或 1 或 -1
9. 设集合 $M = \{x | x = (\frac{k}{2} + \frac{1}{4})\pi, k \in \mathbb{Z}\}$, $N = \{x | x =$

$(\frac{k}{4} + \frac{1}{2})\pi, k \in \mathbb{Z}\}$, 则有 ()

- A. $M = N$ B. $M \subseteq N$
 C. $M \supseteq N$ D. $M \cap N = \emptyset$

10. 设 a, b, c 是非零实数, 则 $m = \frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b} + \frac{|c|}{c} + \frac{|abc|}{abc}$ 的值所组成的集合为 ()

- A. $\{0, 4\}$ B. $\{4, -4\}$
 C. $\{-4, 0, 4\}$ D. $\{0, -4\}$

11. 设 $M = \{x | x = 3m + 1, m \in \mathbb{Z}\}$, $N = \{y | y = 3n + 2, n \in \mathbb{Z}\}$, 若 $x_0 \in M, y_0 \in N$, 则 $x_0 y_0$ 与集合 M, N 的关系是 ()

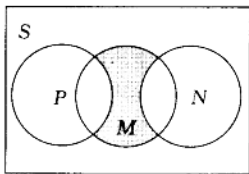
- A. $x_0 y_0 \in M$ B. $x_0 y_0 \notin M$
 C. $x_0 y_0 \in N$ D. $x_0 y_0 \notin N$

12. 设 $M = \{x | x = n, n \in \mathbb{Z}\}$, $N = \{x | x = \frac{n}{2}, n \in \mathbb{Z}\}$, $P = \{x | x = n + \frac{1}{2}, n \in \mathbb{Z}\}$, 那么 ()

- A. $N \subseteq M$ B. $N = M \cup P$
 C. $N \subseteq P$ D. $N = M \cap P$

二、填空题

13. 用集合语言表示下图中的阴影部分: _____.



14. 高一年级开设音乐、美术、电脑三门选修课, 要求每位同学至少选修了一门. 据报名后统计, 某班有 32 人选修音