

初中毕业总复习
能力培养系列丛书

CHU ZHONG

数学



明天出版社

TOMORROW PUBLISHING HOUSE

初中毕业总复习能力培养系列丛书
编写委员会

编委会主任 周昌顺

编委会副主任 王淑信 王义君

编委 (按姓氏笔画为序)

丁 珣	于国贞	于星华	王祖友	王基平
许 义	张立东	毕可振	毕庶杰	邹积会
单永进	岳吉明	岳进堂	姜京作	赵银生
顾海英	陶遵旭	商永明	董国谦	滕永波

丛书主编 王义君

丛书副主编 单永进 张 涛

本册主编 陈 杰

本册编著者 (按姓氏笔画为序)

于沛海	王遵海	刘玉信	刘昌政	刘崇渭
毕建永	孙风云	陈 杰	李孟堂	邵永梅
张华金	梁思荣	殷翠荣	韩卫东	孙志红

修订说明

为了贯彻教育部关于2000年中考改革的指导意见,推进我市初中数学教学改革,培养学生的创新意识和实践能力,减轻教师和学生过重的负担,去年年初,威海市教育教学研究中心组织编写了适合我市初中毕业生下学期使用的《初中毕业总复习能力培养系列丛书·数学》(以下简称《数学》),2001年又进行了系统的修订,该书受到广大师生的好评。

为了进一步贯彻教育部的指导意见,加大指导初中数学教学改革的力度和中考改革的力度,为走进新课程做好准备,在广泛征求第一线教师意见的基础上,我们分别于2002年和2003年组织教学经验丰富的数学教研员和数学教师对《数学》进行第二次和第三次修订。修订仍然坚持导向性和实用性的原则。所谓导向性,是指内容体现课程标准理念和近几年的中考改革精神;所谓实用性,是指从内容到形式适合初中毕业、升学考试二、三轮复习备考的需求。本次修订,删去一些陈旧题目,增加了许多体现时代特色和考查能力的新题和活题。

第三次修订后的《数学》仍然分为两部分。第一部分为单元训练,第二部分为综合训练。单元训练共分20个单元,每个单元训练分为3部分:(1)训练目标;(2)例题解析;(3)训练试题。“训练目标”指通过本单元的训练学生所应达到的知识与技能的具体目标,其他目标(数学思考、解决问题、情感与态度)的达成需要通过各单元训练逐步实现,在各单元的训练目标中不一一列举。每个单元的“例题解析”中,提供了3~4个典型例题,并对每个题目进行了有启发性的分析和解答。每个单元的“训练试题”中提供了20道练习题,其中有8道选择题,6道填空题,6道解答题,满分100分,用时90分(其中代数综合和几何综合每组满分120分,用时120分)。这些习题涉及到的内容体现了本单元的训练目标。“综合训练”共有10组,每组12道选择题,6道填空题,7道解答题,满分120分,用时120分。每组综合训练可以看作是一套中考模拟试题。

由于水平和时间所限,本书的编写肯定还存在许多不足,欢迎广大师生提出批评意见。

编者

2005年11月

目 录

第一部分 单元训练

1.1	实数	(1)
1.2	整式	(6)
1.3	一次方程(组)	(10)
1.4	一元一次不等式(组)	(15)
1.5	分式	(20)
1.6	二次根式	(25)
1.7	一元二次方程(一)	(30)
1.8	一元二次方程(二)	(35)
1.9	函数与图象(一)	(40)
1.10	函数与图象(二)	(45)
1.11	统计初步	(50)
1.12	代数综合训练	(55)
1.13	平面几何基础知识	(60)
1.14	三角形	(65)
1.15	四边形	(70)
1.16	相似形	(75)
1.17	解直角三角形	(80)
1.18	圆(一)	(85)
1.19	圆(二)	(90)
1.20	几何综合训练	(95)

第二部分 综合训练

2.1	综合训练(一)	(101)
2.2	综合训练(二)	(107)
2.3	综合训练(三)	(113)
2.4	综合训练(四)	(119)
2.5	综合训练(五)	(124)
2.6	综合训练(六)	(130)
2.7	综合训练(七)	(136)
2.8	综合训练(八)	(142)
2.9	综合训练(九)	(148)
2.10	综合训练(十)	(154)
	附威海市二〇〇五年初中数学中考试题	(160)
	答案与提示	(166)

第一部分 单元训练

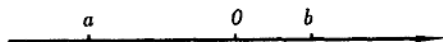
1.1 实数

[训练目标]

1. 了解正数、负数、有理数、实数的意义,会将实数进行分类,了解实数与数轴上的点一一对应,会利用数轴解决数形结合问题及比较实数的大小.
2. 会依据相反数、绝对值、倒数的概念及有关性质解题.
3. 能根据精确度与有效数字确定近似值,能用科学记数法表示近似数.
4. 理解有理数加、减、乘、除、乘方的意义,熟练掌握有理数的运算法则、运算律、运算顺序以及有理数的混合运算,灵活运用运算律简化运算.
5. 了解平方根、算术平方根、立方根的概念以及根号表示数的平方根、算术平方根和立方根,会用平方运算求某些非负实数的平方根和算术平方根,用立方运算求某些数的立方根.
6. 了解有理数的运算律在实数运算中同样适用,会按结果所要求的精确度用近似的有限小数代替无理数进行实数的四则运算.

[例题解析]

例1 实数 a, b 在数轴上对应点的位置如图,化简 $|a-b| + |a+b|$ 得 ()



- (A) $-2b$ (B) $-2a$ (C) $2b$ (D) $2a$

分析:由实数 a, b 在数轴上对应点的位置,既能比较它们的大小,又能确定 $a-b$ 与 $a+b$ 的符号,从而去掉绝对值的符号,达到化简目的.这是数形结合思想的具体运用.

观察数轴可知, $a < 0, b > 0$ 且 $|a| > |b|$,

$\therefore a-b < 0, a+b < 0$.

$\therefore$ 原式 $= -(a-b) - (a+b) = -2a$, 故选(B).

例2 已知 $|b-4| = -a^2 + 6a - 9$, 则 $\frac{a}{b}$ 的平方根是 ()

- (A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $\pm \frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (D) $\pm \frac{\sqrt{3}}{4}$

分析:求 $\frac{a}{b}$ 的平方根,关键在于确定字母 a, b , 若将已知等式右边移至左边,原等式可变为 $|b-4| + (a-3)^2 = 0$. 根据非负数的性质,知 $(a-3)^2 = 0$ 且 $|b-4| = 0$, 即 $a=3$ 且 $b=4$, 因此 $\frac{a}{b}$ 的平方根是 $\pm \frac{\sqrt{3}}{2}$, 故选(B).

例3 甲、乙两汽车在一条公路上匀速行驶. 为了确定汽车的位置, 我们用数轴 Ox 表示这条公路, 原点 O 为零千米路标(如图), v 表示汽车的速度, s 表示汽车在数轴上的位置, 并作如下规定:



- (1) $v > 0$, 表示汽车向数轴正方向行驶;
 $v < 0$, 表示汽车向数轴负方向行驶;
 $v = 0$, 表示汽车静止.
- (2) $s > 0$, 表示汽车位于零千米路标的右侧;
 $s < 0$, 表示汽车位于零千米路标的左侧;
 $s = 0$, 表示汽车恰好位于零千米路标.

遵照上述规定, 将两辆汽车在公路上匀速行驶的情况填在下表里

结 论 项 目 车 别	速度的大小 (千米/时)	出发前的位置 (千米)
甲车	$v = -40$	$s = 190$
乙车	$v = 50$	$s = -80$

请回答: 甲乙两车能否相遇? 如能相遇, 求相遇的时刻及在公路上的位置; 如不能相遇, 请说明理由.

分析: 判定两车能否相遇, 必须清楚两车开始的位置和行驶方向. 根据题中的规定及表里提供的信息知: 甲车是在零千米路标右侧 190 千米处以每小时 40 千米的速度向左行驶, 乙车是在零千米路标左侧 80 千米处以每小时 50 千米的速度向右行驶, 甲乙两车是相向行驶的, 所以能相遇.

解: 设经过 t 小时相遇, 相遇时甲车走的路程为 s 千米,

则 $40t + 50t = 190 + 80$, $\therefore t = 3$ (小时).

$s = 40 \times 3 = 120$ (千米), $\therefore 190 - 120 = 70$ (千米).

所以经过 3 小时两车相遇, 相遇在零千米路标右侧 70 千米处.

[训练试题]

一、选择题(本题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

- 实数 $\frac{2}{3}$, $\sqrt{2}$, $-\sqrt{1}$, $\sqrt{4}$, $-0.1010010001\cdots$ (两个 1 之间依次多一个 0) 中, 无理数的个数是 ()
 (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5
- $(-2)^2$ 的平方根是 ()
 (A) 2 (B) -2 (C) $\pm\sqrt{2}$ (D) ± 2
- 小明从一列火车的第 m 节车厢数起, 一直数到第 n 节车厢 ($n > m$). 他数过的车厢节数是 ()
 (A) $m + n$ (B) $n - m$ (C) $n - m - 1$ (D) $n - m + 1$

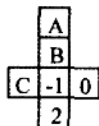
4. 下列说法正确的是 ()

- (A) 一个实数的相反数一定比原数小
(B) 一个有理数的平方一定比原数大
(C) 绝对值等于它本身的数为正数
(D) 倒数等于它本身的数只有 1 和 -1

5. 天安门广场的面积约为 44 万平方米, 请你估计一下, 它的百万分之一大约相当于 ()

- (A) 教室地面的面积 (B) 黑板面的面积
(C) 课桌面的面积 (D) 铅笔盒的面积

6. 如图, 是一个正方体纸盒的展开图, 若在其中的三个正方形 A, B, C 内分别填入适当的数, 使得它们折成正方体后, 相对的面上的两个数互为相反数. 则填入正方形 A, B, C 内的三个数依次为: ()



- (A) 1, -2, 0 (B) 0, -2, 1
(C) -2, 0, 1 (D) -2, 1, 0

7. 2001 年中国银行外汇交易创历史新高, 累计成交 750.33 亿美元, 若 1 美元可兑 8.278 元人民币, 用科学记数法表示 2001 年成交额相当于人民币 (精确到亿位). ()

- (A) 6.211×10^3 亿元 (B) 6.211×10^{11} 亿元
(C) 6.21×10^3 亿元 (D) 6.21×10^{11} 亿元

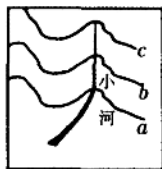
8. 若实数 a, b 同时满足 $ab < 0, a + b > 0$, 则下列说法正确的是 ()

- (A) a, b 均为正实数 (B) a, b 均为负实数
(C) a, b 异号且正实数绝对值较大 (D) a, b 异号且负实数绝对值较大

二、填空题 (本题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

9. $-|-5|$ 的相反数的倒数为_____.

10. 如图为某地的等高线示意图, 图中 a, b, c 为等高线, 海拔最高的一条为 80 米, 等高距为 10 米, 由地理知识可知, 图中海拔最低的一条的等高线为_____.



11. 有一张厚是 0.05 毫米的纸, 如果将它连续对折 10 次, 其厚度是_____米.

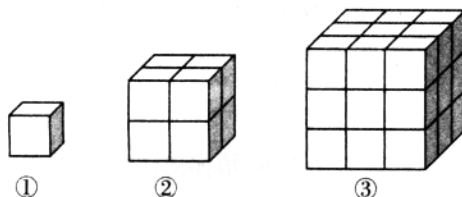
12. 生物学指出: 生态系统中, 每输入一个营养级的能量, 大约有 10% 的能量能够流动到下一个营养级. 在 $H_1 \rightarrow H_2 \rightarrow H_3 \rightarrow H_4 \rightarrow H_5 \rightarrow H_6 \rightarrow H_7$ 这条生物链中 (H_n 表示第 n 个营养级, $n = 1, 2, \dots, 7$), 要使 H_7 获得 10 千焦的能量, 那么需要 H_1 提供的能量约为_____.

13. 观察下列等式:

$$\begin{aligned} 7^1 &= 7, \\ 7^2 &= 49, \\ 7^3 &= 343, \\ 7^4 &= 2401, \\ &\dots \end{aligned}$$

由此可判断 7^{2004} 的个位数字是_____.

14. 观察下图中由棱长为1的小正方体摆成的图形,寻找规律:



如图①中:共有1个小正方体,其中1个看得见,0个看不见;如图②中:共有8个小正方体,其中7个看得见,1个看不见;如图③中:共有27个小正方体,其中19个看得见,8个看不见;…,则第⑥个图中,看的见的正方体有_____个.

三、解答题(本题共6小题,共58分)

15. (6分)计算:

$$-0.25^2 \times (-2)^3 + \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{2}\right) \times (-1)^{2n} (n \text{ 为正整数}).$$

16. (8分)计算下式(保留两位小数):

$$(-3)^0 + |-2| \div (-2)^{-2} + |1 - \sqrt{2}| - \sqrt[3]{8}.$$

17. (10分)下表列出了国外几个城市与北京的时差(带正号的数表示同一时刻比北京早的时数)

(1)如果现在北京的时间是早晨7:00,那么现在纽约的时间是多少?

(2)张帅上午10:00在威海想给远在巴黎的姑妈打电话,你认为合适吗?为什么?

(3)在美国芝加哥举行的公牛队与火箭队的NBA篮球赛,于当地时间11月26日18时开赛,在北京准时收看这场比赛的时间是多少?

城市	时差/时
纽约	-13
巴黎	-7
东京	+1
芝加哥	-14

18. (10 分) 计算:

$$1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + \dots + 1997 + 1998 - 1999 - 2000 + 2001 + 2002 - 2003.$$

19. (12 分)

(1) 通过计算, 探索规律:

$$15^2 = 225, \text{可写成 } 100 \times 1(1+1) + 25;$$

$$25^2 = 625, \text{可写成 } 100 \times 2(2+1) + 25;$$

$$35^2 = 1225, \text{可写成 } 100 \times 3(3+1) + 25;$$

$$45^2 = 2025, \text{可写成 } 100 \times 4(4+1) + 25;$$

$$75^2 = 5625, \text{可写成 } \underline{\hspace{2cm}};$$

$$85^2 = 7225, \text{可写成 } \underline{\hspace{2cm}};$$

.....

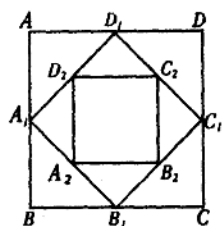
(2) 从第(1)小题的结果, 归纳、猜想得: $(10n+5)^2 = \underline{\hspace{2cm}}.$

(3) 根据上面的归纳、猜想, 请算出: $1995^2 = \underline{\hspace{2cm}}.$

20. (12 分) 如图, 已知正方形 $ABCD$ 的面积是 64cm^2 , 顺次连结正方形 $ABCD$ 四条边的中点得到第一个小正方形 $A_1B_1C_1D_1$, 顺次连结正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 四条边的中点得到第二个小正方形 $A_2B_2C_2D_2$, 依次类推, 能得到无数个小正方形.

(1) 求第 1, 第 2, 第 3, 第 4 个小正方形的边长 a_1, a_2, a_3, a_4 .

(2) 猜想第 n 个小正方形的边长 a_n , 并求出 a_{30} .



1.2 整 式

[训练目标]

1. 了解代数式、代数式的值、整式、单项式及多项式等概念,掌握合并同类项、去括号、添括号法则.

2. 会列代数式,会求代数式的值.

3. 会根据整式的运算法则计算、化简、求值.

4. 会用提取公因式法、公式法、分组分解法、十字相乘法进行因式分解.

[例题解析]

例1 若 $2^{2m+1} + 4^m = 48$, 则 m 的值为 ()

(A)1 (B)2 (C)4 (D)8

分析:本题可以用“数值代入法”确定选项. 不难看出,当 $m=2$ 时等式成立,故选 (B).

例2 当代数式 $x^2 + 3x + 5$ 的值为 7 时,代数式 $3x^2 + 9x - 2$ 的值是 ()

(A)-4 (B)0 (C)-2 (D)4

分析:观察所求代数式与已知代数式的特点,都含有 $x^2 + 3x$,因而求代数式的值就可转化成求 $x^2 + 3x$ 的值. 这是转化思想及整体方法的具体应用.

$$\because x^2 + 3x + 5 = 7,$$

$$\therefore x^2 + 3x = 2.$$

$$\therefore 3x^2 + 9x - 2 = 3(x^2 + 3x) - 2 = 3 \times 2 - 2 = 4, \text{ 故选 (D).}$$

例3 分解因式: $m^2(m-1) - 4(1-m)^2$.

分析:若有公因式可提,则要先提取公因式. 此后,要考查括号内多项式的结构,看是否符合公式的形式;若符合,则再运用公式法分解.

$$\begin{aligned} \text{解: } & m^2(m-1) - 4(1-m)^2 \\ &= (m-1)[m^2 - 4(m-1)] \\ &= (m-1)(m^2 - 4m + 4) \\ &= (m-1)(m-2)^2. \end{aligned}$$

例4 分解因式: $x^3 - 2x^2 - 4x + 8$.

分析:四项式分解因式,需分组分解. 分组通常有“二、二分组”和“一、三分组”两种方法. “二、二分组”关键看分组分别分解因式后,两组有无公因式;“一、三分组”关键看能否用到完全平方公式和平方差公式. 本题需采用“二、二分组”,分组的方法有 3 种.

$$\text{解: } x^3 - 2x^2 - 4x + 8 = x^2(x-2) - 4(x-2) = (x-2)(x^2 - 4) = (x+2)(x-2)^2.$$

同学们可以练习其他两种分解方法.

[训练试题]

一、选择题(本题共 8 个小题,每小题 3 分,共 24 分)

1. 下列式子成立的是 ()

(A) $(-a)^2 = -a^2$ (B) $(x-y)^2 = (y-x)^2$
(C) $(x-y)^3 = (y-x)^3$ (D) $a^{-p} = -a^p$

2. 学校买来钢笔若干支,可以平均分给 $(x-1)$ 名学生,也可以平均分给 $(x+1)$ 名学生(x 为正整数).用代数式表示钢笔的数量不可能是 ()

- (A) $3(x-1)(x+1)$ (B) x^2+3x+2
(C) x^2-3x+2 (D) x^3-3x^2+2x

3. 下列运算正确的是 ()

- (A) $x^3+x^3=2x^6$ (B) $x^8 \div x^2=x^4$
(C) $x^m \cdot x^n=x^{mn}$ (D) $(-x^4)^5=-x^{20}$

4. 若 x^2-mx+4 是完全平方式,则 $m=$ ()

- (A) 2 (B) 4 (C) -4 (D) 4 或 -4

5. 多项式 $a^2-2ab+b^2-c^2$ 因式分解的结果为 ()

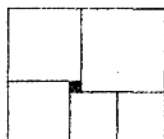
- (A) $(a+b-c)(a-b-c)$ (B) $(a-b+c)(a-b-c)$
(C) $(a+b-c)(a+b+c)$ (D) $(a+b+c)(a-b-c)$

6. 化简 $(-2a)a-(-2a)^2$ 的结果是 ()

- (A) 0 (B) $2a^2$ (C) $-4a^2$ (D) $-6a^2$

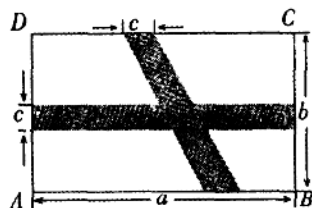
7. 如图,一块在电视屏幕上出现的矩形色块图,由6个颜色不同的正方形组成.设中间最小的一个正方形边长为 a ,则这个小矩形色块图的面积为 ()

- (A) $141a^2$ (B) $142a^2$
(C) $143a^2$ (D) $144a^2$



8. 如图,在矩形 $ABCD$ 中,横向阴影部分是矩形,另一阴影部分是平行四边形,依照图中标注的数据,计算图中空白部分的面积是 ()

- (A) $bc-ab+ac+c^2$
(B) $ab-bc-ac+c^2$
(C) $a^2+ab+bc-ac$
(D) b^2-bc+a^2-ab



二、填空题(本题共6个小题,每小题3分,共18分)

9. 为使 x^2-7x+b 在整数范围内可以分解因式,则 b 可能取的值为_____。(任写一个)

10. 请你写出一个单项式,满足下列两个条件:①含有两个字母,②单项式次数为4

11. 若单项式 $x^m y^{m-n}$ 和 $-\frac{1}{3}x^2 y^n$ 是同类项,则 $m^{-n}=$ _____.

12. 有一根弹簧原长是10厘米,挂上重物后,它的长度会改变.请根据下面表格中的一些数据填空(在弹性限度内):

所挂物体质量/g	1	2	3	...	n
弹簧伸长量/cm	0.5	1	1.5	...	_____
弹簧总长度/cm	10.5	11	11.5	...	_____

13. 观察下面各等式:

$$3^2+4^2=5^2$$

$$10^2+11^2+12^2=13^2+14^2$$

请写出下一个由 7 个连续正整数组成、前 4 个数的平方和等于后 3 个数的平方和的等式为_____.

14. 我们通常用的数是十进制数, 如 $1359 = 1 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 9 \times 10^0$, 表示十进制的数要用 10 个数码(又叫数字): 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. 在电子数字计算机中用的是二进制, 只用两个数码: 0 和 1. 如二进制中 $101 = 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$ 等于十进制的数 5, $1011 = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$ 等于十进制数 11, 那么二进制中的 1101 等于十进制数_____.

三、解答题(本题共 6 个小题, 共 58 分)

15. (6 分) 利用乘法公式计算 $1999^2 - 1997 \times 2003$.

16. (8 分) 某地电话拨号上网有两种收费方式, 用户可以任选其一:

(A) 计时制: 0.05 元/分;

(B) 包月制: 50 元/月(限一部个人住宅电话上网).

此外, 每一种上网方式都得加收通信费 0.02 元/分.

(1) 某用户某月上网的时间为 x 小时, 请你分别写出两种收费方式下该用户应该支付的费用;

(2) 若某用户估计一个月内上网的时间为 20 小时, 你认为采用哪种方式较为经济?

17. (10 分) 已知 $a^2 - b^2 = 5$, $c^2 - d^2 = 2$. 求代数式 $(ac + bd)^2 - (ad + bc)^2$ 的值.

18. (10 分) 已知多项式 $(2mx^2 - x^2 + 3x + 1) - (5x^2 + 3x - 4)$ 中不含有 x^2 项, 求多项式 $2m^3 - [3m^2 + (4m - 5) + m]$ 的值.

19. (12 分) 某商店进了一批货, 出售时要在进价的基础上加上一定的利润, 每千克货的利润是每千克货进价的 40%, 其进价 c 与质量 x 的关系如下表:

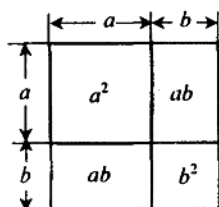
质量 x /千克	进价 c /元
2	$4 + 0.2$
4	$8 + 0.4$
6	$12 + 0.6$
8	$16 + 0.8$
10	$20 + 1$
.....	

(1) 写出用质量 x 表示售价 d 的公式;

(2) 计算 25 千克货的售价.

20. (12 分) 下图是 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 的图示.

(1) 请你对该图适当补充, 使它表示 a, b, c 三个数和的平方公式. 从补充得到的图中, 可以看出: $(a+b+c)^2 =$ _____.



(2) 根据 $(a+b)^2$ 和你所计算的 $(a+b+c)^2$ 的值, 猜想 $(a+b+c+d)^2 =$ _____.

(3) 由此, 你可以概括出多项式的平方法则是: _____.

1.3 一次方程(组)

[训练目标]

1. 了解等式、方程(组)、解方程(组)的概念,能采用恰当的方法求方程(组)的解,会对方程(组)的解进行检验.
2. 能够找出简单应用题的未知量和已知量,分析各量之间的联系,并能够寻找等量关系列出方程(组)解简单的应用题,会根据应用题的实际意义,检查求得的结果是否合理.
3. 通过解方程,理解“未知”可以转化为“已知”的思想方法.

[例题解析]

例1 某产品的成本价是90元,将它的出售价格降低10%,还能获得17%的利润,则该产品原出售价格比它的生产成本高出 ()

- (A)27% (B)28.7% (C)30% (D)38%

分析:本题是利润问题,首先要明确与利润相关的几个量之间的关系:

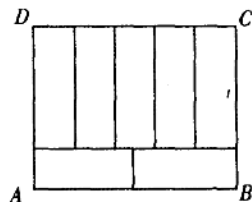
$$\text{产品利润} = \text{产品售价} - \text{产品成本}, \text{产品利润率} = \frac{\text{产品利润}}{\text{产品成本}}$$

若设产品原出售价格为 x ,则 $x(1-10\%) - 90 = 90 \times 17\%$. 解得 $x = 117$.

$$\therefore \frac{117-90}{90} = 0.3 = 30\%, \text{故选(C).}$$

例2 一灶台面用七块大小形状完全相同的瓷砖铺成,如图所示的矩形 $ABCD$,其周长为68厘米,求其面积.

分析:观察图形知,矩形 $ABCD$ 的长度等于瓷砖宽的5倍或等于瓷砖长的2倍,矩形 $ABCD$ 的宽等于瓷砖的长与宽的和.



解:设瓷砖的长和宽分别为 x 厘米和 y 厘米,则

$$\begin{cases} 4x + 7y = 68 \\ 2x = 5y. \end{cases}$$

解得 $x = 10, y = 4$,面积为 $20 \times 14 = 280(\text{厘米})^2$.

注:用代数方法解决几何问题是常用的数学方法,这是方程思想的具体运用.

例3 在双休日,某公司决定组织48名员工到附近一水上公园坐船游园,公司先派一个人去了解船只的租金情况,这个人看到的租金价格表如下:

船型	每只限载人数/个	租金/元
大船	5	3
小船	3	2

那么怎样设计租船方案才能使所付租金最少?(严禁超载)

分析:租船的方案有三种情况:(1)只租大船,(2)只租小船,(3)既租大船也租小船.在严禁超载的条件下选择租金最少的方案.解本题用到分类讨论思想.

解:方案(1):如果只租大船,则需租船只数为 $48 \div 5 = 9.6$,因为不能超载,故需租大船10只,则所付租金为 $3 \times 10 = 30(\text{元})$.

方案(2):如果只租小船,则需租船只为 $48 \div 3 = 16$,故需租小船 16 只,所付租金为 $16 \times 2 = 32$ (元).

方案(3):如果既租大船又租小船,设租用 x 只大船, y 只小船,所付租金为 A 元.

$$\begin{cases} 5x + 3y = 48, \\ A = 3x + 2y. \end{cases}$$

$$\therefore A = -\frac{1}{3}x + 32. \quad \text{显然, } x \text{ 越大, } A \text{ 越小.}$$

$$\because 5x \leq 48, x \text{ 为正整数}, \therefore x \leq 9.$$

$$\text{当 } x=9 \text{ 时, } y=1, A=29.$$

租用 9 只大船和 1 只小船所付租金最少,最少租金为 29 元.

[训练试题]

一、选择题(本题共 8 个小题,每小题 3 分,共 24 分)

1. 下列说法不正确的是 ()

(A) 若 $x+a=y+a$, 则 $x=y$ (B) 若 $x-a=y-a$, 则 $x=y$

(C) 若 $ax=ay$, 则 $x=y$ (D) 若 $\frac{x}{a}=\frac{y}{a}$, 则 $x=y$

2. 若方程 $2x-3=3$ 和方程 $1-\frac{3a-x}{3}=0$ 有相同的解, 则 a 的值等于 ()

(A) 0 (B) $\frac{1}{3}$ (C) 1 (D) 2

3. 下列方程中, 与方程 $5x+2=x$ 的解相同的是 ()

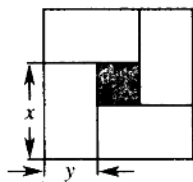
(A) $2(x-\frac{1}{2})-6x=1$ (B) $\frac{x-3}{3}-x=1$

(C) $2(x-1)-3(x-4)=6x-1$ (D) $\frac{x}{2}-\frac{x-4}{3}=4x$

4. 右图是用 4 个相同的小矩形与 1 个小正方形镶嵌而成的正方形图案. 已知该图案的面积为 49, 小正方形的面积为 4, 若用 x, y 表示小矩形的两边长($x>y$), 请观察图案, 指出以下关系式中不正确的是 ()

(A) $x+y=7$ (B) $x^2+y^2=25$

(C) $x-y=2$ (D) $4xy+4=49$



5. 某超市推出如下优惠方案:(1)一次性购物不超过 100 元不享受优惠;(2)一次性购物超过 100 元但不超过 300 元一律九折;(3)一次性购物超过 300 元一律八折;小李两次购物分别付款 80 元、252 元. 如果小李一次性购买与上两次相同的商品, 那么应付款 ()

(A) 288 元 (B) 288 元或 316 元 (C) 332 元或 363 元 (D) 332 元

6. 若 $\begin{cases} x+2y=2m, \\ 2x-y=m. \end{cases} (m \neq 0)$, 则 $\frac{x}{y} =$ ()

(A) $\frac{4}{3}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\frac{4}{5}$ (D) $\frac{5}{4}$

7. 随着通讯市场竞争日益激烈, 某通讯公司的手机市话收费标准按原标准每分钟降低了 a 元后, 再次下调了 25%, 现在的收费标准为每分钟 b 元, 则原收费标准每分钟为 ()

(A) $\left(\frac{5b}{3} - a\right)$ 元 (B) $\left(\frac{4b}{3} + a\right)$ 元 (C) $\left(\frac{5b}{4} + a\right)$ 元 (D) $\left(\frac{3b}{4} + a\right)$ 元

8. 有一种足球是由 32 块黑白相间的牛皮缝制而成的. 黑皮可以看作是正五边形, 白皮可以看作是正六边形. 设白皮有 x 块, 则黑皮有 $(32 - x)$ 块. 每块白皮有 6 条边, 共 $6x$ 条边, 因每块白皮有 3 条边和黑皮连在一起, 故黑皮共有 $3x$ 条边. 要求出白皮、黑皮的块数, 可列方程 ()



(A) $3x = 32 - x$

(B) $5x = 3(32 - x)$

(C) $3x = 5(32 - x)$

(D) $6x = 32 - x$

二、填空题 (本题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

9. 在等式 $3 \times \underline{\hspace{2cm}} - 2 \times \underline{\hspace{2cm}} = 17$ 的横线上分别填入一个数, 使等式成立, 且这两个数的和等于 2.

10. 甲乙两同学同时求二元一次方程 $ax + by - 9 = 0$ 的整数解, 甲求出一个解 $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$, 而乙错把“-9”看成“+9”, 从而求得一个解 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}, b = \underline{\hspace{2cm}}$.

11. 一个二元一次方程组的解为 $\begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$, 试写出一个符合要求的方程组 $\underline{\hspace{2cm}}$
 $\underline{\hspace{2cm}}$. (填一个即可).

12. 若 $\begin{cases} 2x + 3y + z = 5 \\ 2x + y + 3z = 3 \end{cases}$, 则 $x + y + z$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. 某商店有两个进价不同的计算器都卖了 64 元, 其中一个盈利 60%, 另一个亏本 20%, 在这次买卖中, 这家商店赚了 $\underline{\hspace{2cm}}$ 元.

14. 夏季, 为了节约用电, 常对空调采取调高设定温度和清洗设备两种措施. 某宾馆先把甲、乙两种空调的设定温度都调高 1°C , 结果甲种空调比乙种空调每天多节电 27 度; 对乙种空调清洗设备后, 乙种空调每天的总节电量是只将温度调高 1°C 后节电量的 1.1 倍, 而对甲种空调清洗设备后, 甲种空调节电量不变, 这样两种空调每天共节电 405 度. 则只将温度调高 1°C 后乙种空调每天节电 $\underline{\hspace{2cm}}$ 度.

三、解答题 (本题共 6 小题, 共 58 分)

15. (6 分) 解方程: $\frac{2x-1}{3} - \frac{3x+12}{12} = \frac{x-1}{4} + 1$.

16. (8分) 已知 a, b 为定值, 关于 x 的方程 $\frac{a+kx}{2} + \frac{bk-2x}{3} = 1$, 无论 k 取何值, 它的解总是 -1 , 求 a, b 的值.

17. (10分) 解方程组
$$\begin{cases} 2x + 2y + z = 15, \\ x - y + 2z = -6, \\ 3x + 3y - z = -5. \end{cases}$$

18. (10分) 为了准备小颖6年后上大学的费用5000元以上, 她的父母现在就参加了教育储蓄. 3年期和6年期的教育储蓄的年利率分别为2.70%和2.88%, 并且教育储蓄免征利息税. 下面有两种储蓄方式:

- (1) 先将本金存一个3年期, 三年后再将本息和自动转存一个3年期;
- (2) 直接将本金存一个6年期.

两种储蓄方式开始存入的本金至少是多少?