

职业高中 学练同步

数学

第三册

学练同步丛书编写组 编写

配人教(实验)版



浙江教育出版社

配人教(实验)版

学练同步

数学 第三册

学练同步丛书 编写组 编写

浙江教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

学练同步·数学·第三册/学练同步丛书编写组编.
杭州:浙江教育出版社,2006.8
ISBN 7-5338-6581-2

I. 学... II. 杭... III. 数学课 专业学校·教学
参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 093837 号

学练同步 数学 第三册

学练同步丛书编写组 编写

责任编辑 崔晓波 责任校对 万方校对中心

封面设计 张 钦 责任印务 朱晓洁

出版发行 浙江教育出版社

地 址 杭州市天目山路 40 号 邮编 310013

网 址 www.zjeph.com

印 刷 杭州杭新印务有限公司

开 本 787×1093(毫米) 1/16

印 张 3.25

字 数 80 000

版 次 2006 年 7 月第 1 版

印 次 2006 年 7 月第 1 次印刷

本次印数 00 001—5 000

标准书号 ISBN 7-5338-6581-2/G · 6551

定 价 5.50 元

目 录

第七章 集合

一、集合的概念.....	(1)
7.1 集合与元素.....	(1)
二、集合的运算.....	(4)
7.2 集合的运算.....	(4)

第八章 不等式

一、不等式的概念与基本性质.....	(7)
8.1 实数的大小与不等式的基本性质.....	(7)
二、不等式.....	(8)
8.2 解一元一次不等式(组).....	(8)
8.3 解一元二次不等式.....	(12)
8.4 解绝对值不等式	(18)

第九章 三角

一、解三角形	(22)
9.1 三角形	(22)
9.2 三角形边角关系	(22)
9.3 解三角形的应用	(25)
二、三角函数	(27)
9.4 角概念的扩展	(27)
9.5 角度制与弧度制的换算	(28)
9.6 任意角三角函数的概念	(29)
9.7 正弦、余弦、正切三者之间的关系	(30)
9.8 正弦曲线的性质	(33)
参考答案.....	(39)



第七章 集合

一、集合的概念

学法指导

- 理解集合的概念;学会用符号表示集合和表示集合中的元素;掌握元素与集合关系的判别;掌握几个常见数集的表示.
- 理解集合的列举法表示和性质描述法表示;能选用适当的方法表示一个给定的集合.
- 理解子集、真子集、空集的概念,理解集合的相等和包含关系.

7.1 集合与元素

7.1.1 集合与元素

重点与难点

重点:集合的概念以及集合与元素的关系.

难点:集合的概念.

点击思维

- 集合是数学中最原始的概念之一,它和几何中的点、线、面等概念一样,只作描述性说明.
- 元素与集合之间只存在“属于”与

“不属于”两种关系中的一种,即 $a \in A$ 和 $a \notin A$.

同步训练

- 下列哪些语句能确定一个集合?
 - 高个子的男生的全体()
 - 正整数的全体()
 - $\sqrt{3}$ 的近似值的全体()
 - 学校漂亮学生的全体()
 - 与 1 很接近的实数的全体()
 - 偶数的全体()
- 用符号 \in 或 \notin 在横线上填空:
 - $-3 \quad \mathbb{N}^+$; (2) $\sqrt{2} \quad \mathbb{Z}$;
 - $0.14 \quad \mathbb{Q}$; (4) $\sqrt{2} \quad \mathbb{R}$;
 - $3 \quad \mathbb{Z}$; (6) $11 \quad \mathbb{N}^+$.
- 正整数集、有理数集、实数集通常用哪几个字母来表示? 它们是有限集还是无限集?
- 写出一个无限集的例子.

7.1.2 集合的表示方法

重点与难点

重点:集合的两种表示方法.

难点:性质描述法.

点击思维

大括号“{ }”是表示“全体”，应防止将{三角形}写成{三角形集合}，实数集 \mathbb{R} 写成{R}等错误。

同步训练

1. 用列举法表示下列集合：

(1) 大于4小于10的全体偶数；

(2) 平方等于1的全体实数；

(3) 比-3大3的全体实数；

(4) 小于10的所有质数；

(5) 一年中有30天的所有月份；

(6) $\{3k-1 | -2 < k \leq 6 \text{ 且 } k \in \mathbb{N}\}$.

2. 用性质描述法表示下列集合：

(1) 小于200的所有自然数组成的集合；

(2) 所有奇数组成的集合；

(3) 所有正偶数组成的集合；

(4) 能被4整除的自然数组成的集合；

(5) 被4除余1的自然数组成的集合；

(6) 不大于6的全体实数.

3. 用适当的方法表示下列集合：

(1) 方程 $x^2 - 2x - 5 = 0$ 的解集；

(2) 在自然数集内，大于1 000的所有奇数组成的集合；

(3) 绝对值等于3的全体实数；

(4) 平方等于0的所有实数；

(5) 高二全体团员构成的集合；

(6) 菱形的全体.



7.1.3 集合之间的关系

重点与难点

重点:子集的概念和集合的包含关系.

难点:元素与子集、属于与包含之间的区别.

点击思维

1. 在理解“ A 是 B 的子集”的定义时,要注意 A 中的任一元素都在集合 B 中.

2. 注意“ \in ”与“ \subseteq ”,“ \notin ”与“ $\not\subseteq$ ”符号的不同含义,要防止混用、错用.

3. 空集是指不含有任何元素的集合.要理解 $\{0\}$ 与 \emptyset 的区别,同时要明确空集是任何一个集合的子集,又是任何一个非空集合的真子集.

同步训练

1. 选择适当的符号(\in , \notin , \subseteq , \supseteq , \neq)在横线上填空:

$$(1) \emptyset ___ \{1, 3\};$$

$$(2) \{\text{正方形}\} ___ \{\text{矩形}\};$$

$$(3) \mathbb{N}^+ ___ \mathbb{N};$$

$$(4) 6 ___ \{2k-1, k \in \mathbb{Z}\};$$

$$(5) \{4m | m \in \mathbb{Z}\} ___ \{8k | k \in \mathbb{Z}\};$$

$$(6) \emptyset ___ \{x \in \mathbb{R} | x^2 = -2\};$$

$$(7) \{10 \text{ 以下的质数}\} ___ \{2\};$$

$$(8) \{0\} ___ \{x | (x-1)^2 < 0\}.$$

2. 指出下列各对集合之间的关系,并用图形表示:

$$(1) A = \{\text{三角形}\}, B = \{\text{等腰三角形}\};$$

$$(2) A = \{\text{矩形}\}, B = \{\text{菱形}\}.$$

7.1.4 集合与区间的关系

重点与难点

重点:区间的概念.

难点:正确使用区间符号的表示.

点击思维

1. “ ∞ ”是表示无穷大而不是一个数.

2. 分清开区间、闭区间的区别,同时还要理解区间 (a, b) 左端点所表示的数 a 必须小于右端点所表示的数 b .

同步训练

1. 用区间表示下列集合,并在数轴上表示出这些集合:

$$(1) \{x | 2 \leq x < 3\};$$

$$(2) \{x | -4 < x \leq 3\};$$

$$(3) \{x | -1 \leq x \leq 3\};$$

$$(4) \{x | -2 < x \leq 2\};$$

$$(5) \{x | x \geq -6\};$$

$$(6) \{x | x < 3\}.$$

2. 试用集合的性质描述法表示下列区间：

- (1) $[-3, 2]$;
- (2) $[-2, 4]$;
- (3) $(2, +\infty)$;
- (4) $(-5, 2]$;
- (5) $(-\infty, -3)$;
- (6) $[2, 6)$.

3. 已知 $x \in (1, +\infty)$, 试确定下列各代数式的取值范围：

- (1) $x+1$;
- (2) $x-1$;
- (3) $1-x$;
- (4) $\frac{1}{2}x+1$.

即可.

同步训练

1. 在横线上填上适当的集合：

- (1) $\{3, 5, -7\} \cap \{-2, -7, 6\} = \underline{\hspace{2cm}}$;
- (2) $\{x | x^2 - 4 = 0\} \cap \{2\} = \underline{\hspace{2cm}}$;
- (3) $\{x | x^2 + 2 = 0\} \cap \{x | x^2 - 4 = 0\} = \underline{\hspace{2cm}}$;
- (4) $\mathbf{Z} \cap \mathbf{Q} = \underline{\hspace{2cm}}$;
- (5) $\mathbf{R} \cap \mathbf{N} = \underline{\hspace{2cm}}$;
- (6) $\{-8, -6, -4, -2, 0\} \cap \{x | x = 2k, k \in \mathbf{Z}\} = \underline{\hspace{2cm}}$,

2. 已知 $A = \{-1, 2, -3, 4\}$, $B = \{3, -4, 5, 2\}$, $C = \{2, -4, 8, 9\}$, 求: $A \cap B$; $B \cap C$; $A \cap C$; $A \cap B \cap C$.

二、集合的运算

学法指导

理解集合交、并、补运算的概念; 掌握求交集、并集、补集的运算方法; 了解集合交、并、补的一些简单性质.

7.2 集合的运算

7.2.1 交 集

重点与难点

重点: 交集的概念以及用集合图直观地表示交集的意义.

难点: 交集的性质.

点击思维

要理解交集是“把两个已知集合的公共元素放在一起组成一个新的集合”

3. 已知 $A = \{\text{三角形}\}$, $B = \{\text{等腰三角形}\}$, $C = \{\text{等边三角形}\}$, 求: $A \cap B$; $A \cap C$; $B \cap C$.

4. 已知 $A = \{\text{矩形}\}$, $B = \{\text{菱形}\}$, $C = \{\text{正方形}\}$, 求: $A \cap B$; $A \cap C$; $B \cap C$.

7.2.2 并集

重点与难点

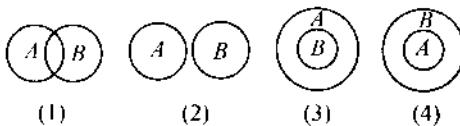
重点:并集的概念以及用集合图表示并集的意义.

难点:与交集的区别与联系.

点击思维

1. 要注意集合中的元素是互异的性质,集合A与集合B的公共元素在 $A \cup B$ 中只能出现一次.

2. 要注意交集与并集的区别,交集是公共部分,而并集是所有的元素.为了能更深刻地理解集合的交与并的概念,在学习中要注意以下四种情况:



同步训练

1. 在横线上填上适当的集合:

$$(1) \{-3, -4, 5\} \cup \{1, -2, -3, 4\} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(2) \{x | x^2 - 4 = 0\} \cup \{2\} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(3) \{x | x^2 + 2 = 0\} \cup \{x | x^2 - 4 = 0\} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(4) \mathbb{Z} \cup \mathbb{Q} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(5) \mathbb{R} \cup \mathbb{N} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(6) \{-\dots, -8, -6, -4, -2, 0\} \cup \{x | x = 2k, k \in \mathbb{Z}\} = \underline{\hspace{2cm}}$$

2. 已知 $A = \{-1, 2, -3, 4\}$, $B = \{3, -4, 5, 2\}$, $C = \{2, -4, 8, 9\}$,求: $A \cup B$; $B \cup C$; $A \cup C$; $A \cup B \cup C$.

3. 已知 $A = \{\text{三角形}\}$, $B = \{\text{等腰三角形}\}$, $C = \{\text{等边三角形}\}$,求: $A \cup B$; $A \cup C$; $B \cup C$.

4. 已知 $A = \{\text{矩形}\}$, $B = \{\text{菱形}\}$, $C = \{\text{正方形}\}$,求: $A \cup B$; $A \cup C$; $B \cup C$.

7.2.3 补集

重点与难点

重点:补集的概念以及用集合图表示补集的意义.

难点:理解补集是相对于全集的一个相对性的概念.

点击思维

1. 学习补集的概念时,首先要了解全集的概念.

2. 要理解同一个集合在不同的全集中,其补集是不同的.符号“ $\complement_U A$ ”表示集合A在全集U中的补集,它提示了没有全集U,也就没有补集.

同步训练

1. 在横线上填上适当的集合:

$$(1) \text{设 } U = \{1, 2, 3, 4, 5\}, A = \{1, 3\}, B = \{2\}, \text{则 } \complement_U A = \underline{\hspace{2cm}}; \complement_U B = \underline{\hspace{2cm}}; A \cap \complement_U B = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$B \cap \complement_U A = \underline{\hspace{2cm}}; \complement_U A \cap \complement_U B = \underline{\hspace{2cm}}$$

学练同步

$$\complement_U A \cup \complement_U B = \dots$$

(2) 设 $U = \mathbb{N}$, $A = \{n \mid n \geq 4, n \in \mathbb{N}\}$, 则
 $A \cap \complement_U A = \dots$; $A \cup \complement_U A = \dots$.

(3) 设 $U = \mathbb{R}$, $A = \{x \mid x \leq -2\}$, $B = \{x \mid x \geq 2\}$, (用区间和空集表示) 则 $\complement_U A = \dots$ $\complement_U B = \dots$ $\complement_U A \cap \complement_U B = \dots$.

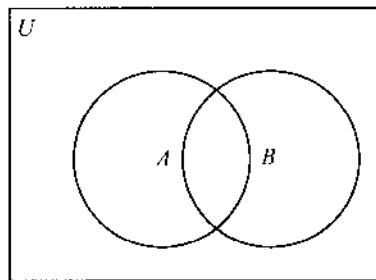
(4) 设全集 $U = \mathbb{Z}$, $A = \{x \mid x = 2k, k \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{x \mid x = 2k+1, k \in \mathbb{Z}\}$, 则
 $\complement_U A = \dots$; $\complement_U B = \dots$.

(5) 设全集 $U = \mathbb{R}$, $A = \{x \mid -2 \leq x \leq 2\}$,
(用区间和空集表示) 则 $\complement_U A = \dots$; $A \cap \complement_U A = \dots$; $\complement_U A \cap U = \dots$;
 $\complement_U A \cup U = \dots$; $A \cup \complement_U A = \dots$.

2. 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A = \{2, 5\}$, $B = \{5, 7\}$, 试求: $\complement_U A$; $\complement_U B$; $\complement_U A \cap \complement_U B$; $\complement_U A \cup \complement_U B$.

3. 已知全集 $U = \mathbb{R}$, $A = \{x \mid -2 < x < 1\}$,
试用区间和空集表示: $\complement_U A$; $\complement_U A \cap U$;
 $\complement_U A \cup U$; $A \cap \complement_U A$; $A \cup \complement_U A$; $A \cup U$; $A \cap U$.

4. 如图所示的集合图中, 用阴影部分表示.



- ① $A \cap \complement_U B$;
② $\complement_U(A \cap B)$.

第八章 不等式

一、不等式的概念与基本性质

学法指导

1. 能比较实数的大小,能运用不等式的基本性质以及有关条件判断两个代数式的大小.
2. 理解并牢记不等式的基本性质,并灵活地运用(判断大小关系).

8.1 实数的大小与不等式的基本性质

重点与难点

重点:不等式的基本性质及其运用.

难点:几个性质的综合应用.

点击思维

1. 运用不等式的基本性质时,若 $a < 0, b < 0$ 时,要注意不等式的方向改变.
2. 记住在数轴上所对应的点用实心点或空心点表示的意义.

同步训练

1. 在横线上填上“ $>$ ”或“ $<$ ”符号:

$$(1) a - 5 \quad a - 1;$$

$$(2) -2b \quad 5b \quad (b < 0);$$

$$(3) \frac{a}{2} \quad \frac{b}{2} \quad (a < b);$$

$$(4) \text{如果 } x - 1 < 5, \text{ 则 } x \quad 6;$$

$$(5) \text{当 } c \neq 0 \text{ 时, 若 } a < b, \text{ 则 } ac^2 \quad bc^2;$$

$$(6) \text{当 } a < b < 0 \text{ 时, } \frac{5}{a} \quad \frac{5}{b};$$

$$(7) \text{当 } a < b < 0 \text{ 时, } a^2 \quad b^2.$$

2. 比较下列各组中两个实数的大小:

$$(1) \frac{3}{4} \text{ 与 } \frac{5}{6}; (2) -\frac{5}{8} \text{ 与 } -\frac{12}{17}; (3) \frac{7}{8} \text{ 与 } \frac{5}{6}.$$

3. 分别用不等式、区间和图示表示下列不等式的解集:

$$(1) 2x - 9 < 4x + 21;$$

$$(2) 3x + 8 > 4x + 4;$$

$$(3) -12 < 4x \leqslant 32.$$

二、不等式

学法指导

1. 一元一次不等式(组)的解法及其解集的表示,虽然在初中时已经学过,但在学习中要给予必要的重视.

2. 半记“求公共部分口诀”,熟练地掌握求解一元一次不等式组的方法.

3. 利用所学知识解决实际应用问题,首先要能准确地根据所问的问题设定一个未知数,然后再根据所给出的条件列出不等式(组).

4. 掌握一元二次不等式的三种解法:
①分解因式法;②区间分析法;③图象法.并能运用求解一元二次不等式来解决一些具体的实际问题.

5. 熟记绝对值的基本概念和实数 a 的绝对值 $|a|$ 的几何意义,这是解绝对值不等式的基础.

6. 熟练求解基本的绝对值不等式.

7. 掌握 $|ax+b| < m$, $|ax+b| > m$ 型不等式的解法.此类不等式的解法,可以利用基本的绝对值不等式的解法来思考,运用整体代换的思维来得出求解的方法.

8. 掌握绝对值不等式的基本应用,提高综合应用能力.

8.2 解一元一次不等式(组)

8.2.1 解一元一次不等式

重点与难点

重点:熟练掌握解一元一次不等式的求解步骤.

难点:移项时要注意改变符号,两边

同乘以(或同除以)一个非零负数(即同解变形)时要改变不等号的方向.

点击思维

解一元一次不等式是解一元一次不等式组以及其他不等式的基础,要明确解不等式的原理,理解同解变形的概念.

同步训练

1. 填空:

(1) 在解不等式过程中,移项时要求一个数(或代数式)从不等式的一边移到另一边,应_____.

(2) 已知不等式 $ax < b$ ($a \neq 0$),如果 $a > 0$,则它的解集是_____;如果 $a < 0$,则它的解集是_____.

(3) 若代数式 $\frac{1}{2}x+2$ 的值不小于 $4-2x$ 的值,则 x 的取值范围为_____.

(4) 若二次方程 $mx^2 - 3x + 1 = 0$ 有两个不等实根,则 m 的取值范围为_____.

2. 解不等式:

$$(1) 4x - 3 > 9;$$

$$(2) 4(1 - 2x) < 3(x - 1);$$

$$(3) 10 - 6x \leqslant 5x - 8;$$

$$(4) 5x - 3 > 4x + 5;$$

(5) $3(x-3) + \frac{4}{5} \leq 4 - \frac{x}{3}$;

(6) $\frac{3x}{2} + 9 \leq 5 - \frac{x}{3}$;

(7) $4 - \frac{x}{3} \geq 6 - \frac{x+10}{2}$;

(8) $\frac{2}{5}(x-1) > 4x - \frac{1}{4}$.

8.2.2 解由两个一元一次不等式组成的不等式组

重点与难点

重点:一元一次不等式组的解法.

难点:在解一元一次不等式组时,如何取其公共部分.

点击思维

1. 求不等式组的解集时要注意是求各不等式解集的公共部分.

2. 对于 $m < ax + b < n$ 形不等式, 教材中给出了两种方法, 建议用方法二, 这样求比较方便, 但要注意诸如 $2x - 3 < 4x + 3 < 10$ 形(即不等式两端含有未知数)的不等式只能用方法一.

同步训练

1. 填空:

(1) 一元一次不等式组的解集实际上就是不等式组中各个不等式解集的_____;

(2) 不等式 $4 \leq 4x - 5 < 16$ 的整数解集为_____;

(3) 当 $a > b$ 时, 不等式组 $\begin{cases} x > a \\ x > b \end{cases}$ 的解集为_____;

(4) 不等式组 $\begin{cases} x + 6 > 0 \\ x - 12 \leq 0 \end{cases}$ 的解集为_____; 不等式组 $\begin{cases} x - 6 > 0 \\ x + 8 \leq 0 \end{cases}$ 的解集为_____;

(5) $A = \{x | x - 8 < 0\}$, $B = \{x | x + 10 > 0\}$, 则 $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 解下列不等式组:

$$(1) \begin{cases} \frac{x-1}{3} + 2 < \frac{x-1}{2}, \\ \frac{x-1}{2} - 1 > \frac{x}{3}, \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} \frac{1}{2}x - 4 > 2x, \\ \frac{1}{3}x + 6 > x - 4; \end{cases}$$

同步练习

$$(3) \begin{cases} 3x - 7 > 5, \\ 4x - 10 \leq 2; \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} \frac{1}{2}x - 2 \leq x, \\ 2x + 4 > 4x + 5; \end{cases}$$

$$(5) \begin{cases} x + 8 > 6, \\ 5x - \frac{1}{4} \leq 4x; \end{cases}$$

$$(6) \begin{cases} \frac{1}{2}x - 4 \leq \frac{1}{3}x, \\ 10 - 4x \geq \frac{1}{2}x. \end{cases}$$

8.2.3 解由三个一元一次不等式组成的不等式组

重点与难点

重点:三个一元一次不等式组的解.

难点:寻找三个不等式解集的交集.

点击思维

在求解由三个不等式组成的不等式组时,建议用图示法来求解(即求公共部分),这种方法比较直观,容易接受.

同步训练

1. 填空:

(1)已知 $x > 4$, 且 $x \geq -2$, 且 $x \leq 5$, 则 x 的取值范围为 _____.

(2)若 $a < b < c$, 则不等式组

$$\begin{cases} x - a > 0, \\ x - b < 0, \\ x - c < 0 \end{cases}$$

(3)已知不等式组 $\begin{cases} x < 3, \\ x > -2, \\ x > 1 - 2k, \end{cases}$ 当 $k = -1$

时,不等式组的解集为 _____;

当 $k = 2$ 时,解集为 _____;

当 $k = \frac{1}{2}$ 时,解集为 _____.

(4)不等式组 $\begin{cases} 3x - 6 \geq 0, \\ 1 - \frac{1}{2}x > 0, \\ x < 2k - 1 \end{cases}$ 的解集为

$[-2, 1)$, 则 $k = _____$.

2. 解下列不等式组:

$$(1) \begin{cases} 3x + 8 < 14, \\ \frac{2x}{3} \leq x - 1, \\ x < 4 - 2x; \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} \frac{1-2x}{2} < \frac{x}{4} + 1, \\ x - 3 \geq -5, \\ \frac{2x+4}{2} + 2 \geq \frac{3x}{2} - 4. \end{cases}$$

3. 求下列不等式组的正整数解集:

$$(1) \begin{cases} 2+x < 1+2x, \\ 6x-7 \leq 5x-1, \\ 5+2x > 2+4x; \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 3(x+6) > 10-2(x-3), \\ -1 < 3x+2 \leq 14. \end{cases}$$

点击思维

一元一次不等式(组)的应用的关键在于如何准确地列出不等式(组),在解题前应注重对题意的分析和实际条件的分析(例如:产量不能小于零等),以此来提高分析问题的能力.

同步训练

1. 某厂生产一种电子元器件,每件产品的直接成本为30元,出厂价为60元,该厂每月其他开支为2万元,如果该厂计划每月至少获得7万元的利润,问:该厂每月的产量至少是多少件?(假定产品都能卖出)

2. 某班有5名学生参加数学竞赛,已知其中3名学生的平均成绩是80分,5名学生的总分不超过400分且不低于380分,则另两名学生的平均成绩可能是多少分?

8.2.4 一元一次不等式(组)的应用

重点与难点

重点:一元一次不等式(组)的应用,能根据题意准确列出不等式(组).

难点:如何准确地列出不等式(组).

3. 某工程队有甲、乙两个作业小组,甲组有60人,乙组有30人,现由于工作需要,要从甲组抽调若干人到乙组,使调

整后甲组的人数仍多于乙组,且两组人数相差不超过 20 人,问:从甲组调出的人数可能是多少?

($a > 0$)的抛物线大致草图,利用草图就能方便地讨论不等式的解集.

同步训练(1)

1. 试将下列不等式拆成一元一次不等式组的形式:

$$(1)(x+1)(2-x) > 0;$$

$$(2)(x+8)(3-x) < 0;$$

$$(3)\left(\frac{1}{2}+2x\right)(-x-1) > 0;$$

$$(4)\frac{3x-1}{x-2} < 0.$$

2. 解下列一元二次不等式,并将解集在数轴上表示出来:

$$(1)(x+2)(x-3) < 0;$$

$$(2)(x-2)(x+3) \geq 0;$$

$$(3)(-2x-1)(6-2x) > 0;$$

8.3 解一元二次不等式

8.3.1 解一元二次不等式

重点与难点

重点:会用多种方法(分解因式法、区间分析法、图象法)求解一元二次不等式.

难点:分解因式法中“且”与“或”的逻辑判断;建立数形结合的数学思想,正确地理解二次函数 $y=ax^2+bx+c(a \neq 0)$ 的图象在 x 轴上方、下方的几何特征与对应不等式解集之间的有机联系; $\Delta=0$ 、 $\Delta<0$ 的讨论.

点击思维

将一元二次不等式 $(ax+b)(cx+d) > 0$ 变换成等价的不等式组 $\begin{cases} ax+b>0, \\ cx+d>0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} ax+b<0, \\ cx+d<0 \end{cases}$ 时,注意不要遗漏了后一组不等式组.

2. 一元二次不等式的二次函数图象法因为是综合性的讨论,包含了一元二次不等式的各种特例,理解起来有点难度,练习中对一些特殊的例子不易把握,这时用图示法就能极大地显示其直观性,所以要学会画图,根据 $\Delta>0$, $\Delta=0$, $\Delta<0$,并由对称轴(或顶点 $x=-\frac{b}{2a}$),就可画出开口向上

(4) $(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3}) \leqslant 0.$

(2) $-x^2 - 2x + 3 > 0;$

同步训练(2)

1. 将所给的一元二次不等式分解为两因式乘积的形式:

(1) $x^2 - 3x - 4 \leqslant 0;$

(3) $2x^2 - 3x - 2 \leqslant 0;$

(2) $3 - 2x - x^2 > 0;$

(4) $\frac{1}{2}t^2 - \frac{5}{2}t - 3 \geqslant 0.$

(3) $2t^2 + t - 1 < 0;$

(4) $3s - 6s^2 + 3 \geqslant 0.$

2. 解下列一元二次不等式, 并将解集在数轴上表示出来:

(1) $x^2 - 6x - 16 \geqslant 0$

3. 对于二次三项式 $x^2 + 10x + 26$, 经过配方后得 $x^2 + 10x + 26 = (x+5)^2 + 1$, 试讨论下列不等式的解集:

(1) $(x-2)^2 + 1 > 0;$

(2) $(x-2)^2 + 1 < 0.$

