

变形的激光频谱测量技术

Laser Spectral Analysis of Deformation Measurement

姜耀东 刘艳华 著

中国矿业大学出版社

内 容 提 要

本书以新的变形几何场 S-R 分解理论为基础,系统介绍了一种新型的变形激光频谱测量技术。

本书涉及激光频谱测量法的基础理论、实验方法及数据处理技术。内容包括:变形几何学理论;Fourier 光学理论;激光频谱测量法的实验原理;使用计算机进行频谱图像处理和步骤、方法以及程序设计技术;激光频谱测量法的国内外研究动态。本书包括了大量的实验实例,并同网格法、云纹法进行了对比。

本书是国内第一部全面介绍激光频谱测量技术的专著,适合力学、物理、地质、土木、机械、生物等学科研究有限变形力学与实验的教师、本科生、研究生和科技工作者阅读和参考。

Resume

Based on S - R decomposition theorem of non - linear continuum mechanics this book introduces a new technique of measuring deformation using laser spectral analysis, which has been developed by the authors recently.

The book concerns mathematical foundation, experimental method and data processing technique of this new technique. Contents covered include the mathematical definition of deformation, measuring methods of finite deformation, foundation of Fourier Optics, laser spectral analysis of deformation measurement, data processing of spectral image. In Appendix, an English introduction of laser spectral analysis of deformation measurement is given for the proposal of understanding this new technique worldwide.

This monograph basically comprises state of the art research results from the authors. It is addressed to the graduate students, researchers in the fields of mechanics, physics, geology, civil and mechanical engineering and others, who interest in finite deformation and non - linear mechanics. It is also dedicated as the special commemoration and memorial to the death anniversary of Professor Zhi-da Chen (1927 - 1998), who initially proposed the above academic ideas in early 80s.

前 言

近年来,作为现代力学中新兴的基础学科连续体力学得到迅速发展,但是物体在空间作任意形式的变形运动时,如何合理而准确地标定变形体中一点邻域的应变状态及局部转动仍是一个数学难题。传统小变形理论使用的 Cauchy 应变,在弹性理论的建立中发挥了重要作用,但这一应变定义并不适用变形体发生大位移大转动的情况。经典的大变形 Green 应变张量虽然消除了物体发生大位移大转动时采用 Cauchy 应变张量对形变度量的失真,但由于采用微分二次式来定义应变而在实际应用中受到实验力学家的异议;另一个缺陷是没有与之匹配对应的平均转动张量。变形的极分解定理由于分解的非惟一性而失去了理论上的合理性和严格性。

陈至达教授在有限变形力学研究中引入拖带坐标系来描述变形,通过对变形梯度进行和分解来精确定义有限变形的应变张量和转动张量,提出了以 S-R 和分解定理为核心的非线性有限变形新理论,引起了国内外力学界越来越多的重视。陈至达教授和他的学生们已将新的理论广泛应用于研究岩石力学大变形、采矿工程大变形、金属弹塑性大变形、断裂力学和生物力学等多个领域,在非线性有限变形理论研究和应用方面逐渐成为有影响的学派之一。

陈至达教授既是一位蜚声国内外的理论力学家,又是一位很有造诣的实验力学家,他在光弹实验、云纹实验方面均取得了丰硕的成果。本书向读者介绍的用激光频谱分析法测量变形的新技

术,也是陈至达教授在 80 年代初期根据现代傅立叶光学(Fourier Optics)理论首先在国内提出来的设想。由现代光学理论知道,在傅立叶频谱分析器中,当激光正射前焦面的图像时,其后焦面上形成一个个衍射斑,即傅立叶频谱;前焦面上的图像发生变形时后焦面上的频谱亦发生改变,通过分析频谱的这种改变量就可以获得图像变形的信息。本书作者在陈至达教授的指导下,通过对光栅的傅立叶频谱进行严格的数学推导,找到了光栅变形前后其变形与频谱之间的对应关系,在 1985 年成功地对圆环的大变形与大转动用激光频谱分析法进行了测量,近年来又实现了这一方法的计算机变形频谱图像的自动识别与处理,形成了 S-R 有限变形理论、变形激光频谱测量方法、实验过程自动处理的较为完整的理论技术体系。本专著是这一研究成果的总结。

尽管光的衍射现象很早以前就被人们所认识,并被用来进行精密测量,比如测量狭缝的宽度,但用它来测量应变却始于本世纪 50 年代,美国 Johns Hopkins 大学机械工程系教授 James F. Bell 首先使用这一方法测量大位移条件下的动态塑性应变。60 年代至 70 年代末 Pierre M. Boone、T. R. Pryor 和 W. P. T. North 等人开始了激光频谱应变测量法的光学理论基础研究。几乎和作者的研究工作同时,1986 年 Bremand 和 Lagarde 等人报告了用这一方法测量大变形的研究成果,但在变形理论上他们使用的都是极分解定义的应变张量。Moulder 和 Sevenhuijsen 在 90 年代设计了对试件的激光束自动扫描和记录装置,这些工作使得激光频谱应变测量法的自动化程度大大提高,实验操作的复杂程度进一步降低。在国内,陈至达教授领导的课题组最先开始了以新的变形几何场 S-R 分解理论为基础的激光频谱应变测量法的研究,1985 年成功地对圆环的大变形与大转动用激光频谱分析法进行了测量,1986 年姜耀东完成了“大变形的激光频谱分析法”的硕士论文,1987 年分别在南京的第五届全国实验力学学术会议和第二十届美国力学

进展会议上(20th US Midwestern Mechanics Conference, Development in Mechanics)报告了其研究成果。随后,天津大学秦玉文教授等在1989年的第六届全国实验力学学术会议上,清华大学戴福隆教授等在1992年的第七届全国实验力学学术会议上,也报告了对这一应变测量法的研究成果。

全书内容共有五章及一个附录。第一章介绍变形几何场理论,以S-R和分解定理为重点讨论定量描述变形的的方法;第二章介绍有限变形的测量方法及激光频谱法发展的历史进程;第三章介绍激光频谱测量法的光学基础理论,以Fourier变换为工具研究了光栅发生Fraunhofer衍射时,空间域和空间频率域之间的定量关系;第四章介绍激光频谱测量法的实验原理和实验数据处理的传统方法;第五章介绍使用计算机对频谱图像进行采集、存储、分割及分析的方法和相关的程序设计技术;附录用英文对本书的核心内容进行了介绍,以供国外读者参考。

陈至达教授几十年如一日,在教学科研上勤奋耕耘,积劳成疾,于1998年10月31日心脏病突发不幸逝世。作为他的学生,我们将激光频谱应变测量法的研究成果整理成书,在陈至达教授逝世周年之际出版,以缅怀和悼念这位受人尊敬的科学家。

激光频谱应变测量法作为一个新的交叉学科领域,还处于发展的初期,加之我们水平有限,书中若有错误和不当之处,恳请读者批评指正。

从激光频谱应变测量法的研究到本书的出版始终得到了中国矿业大学谢和平教授、安里千教授、赵国景教授和方萃长教授的支持,我们表示衷心的感谢!同时也感谢对本书提出许多宝贵意见的教授、专家和同事!

作者
1999.11

目 录

1	变形几何场理论	(1)
1.1	大变形与小变形	(2)
1.2	固定全局坐标系	(3)
1.3	自然拖带坐标系	(4)
1.4	变形的度量和应变张量	(8)
1.5	Cauchy 应变张量	(10)
1.6	Green 应变张量	(12)
1.7	极分解定理	(14)
1.8	S-R 和分解定理	(16)
1.9	和分解的几何意义	(19)
1.10	平面均匀变形	(21)
2	有限变形的测量方法	(26)
2.1	理论研究大变形的困难性	(26)
2.2	网格法	(27)
2.3	Moire 云纹法	(37)
2.4	激光频谱分析法	(47)
3	Fourier 光学理论基础	(54)
3.1	二维脉冲 δ -函数	(55)
3.2	卷积	(56)
3.3	二维 Fourier 变换	(57)
3.4	复振幅与波前	(60)
3.5	Huygens-Fresnel 原理	(62)
3.6	衍射系统与衍射屏函数	(64)
3.7	Fraunhofer 衍射	(65)

3.8 示例	(67)
3.9 一维黑白光栅	(73)
3.10 二维正交黑白光栅	(74)
3.11 二维斜交黑白光栅	(76)
4 变形测量的激光频谱分析法	(79)
4.1 实验原理	(80)
4.2 示例	(85)
4.3 适用范围	(92)
4.4 实验误差分析	(93)
4.5 和现有方法的比较	(96)
4.6 实例测量	(98)
5 频谱图像的计算机处理	(105)
5.1 频谱图像的采集与存储	(106)
5.2 频谱图像的显示	(110)
5.3 交互式图像分割	(117)
5.4 特征提取	(119)
5.5 频谱图像分析	(123)
5.6 计算实例	(127)
附录	(131)
参考文献	(149)

CONTENTS

1	The mathematical definition of deformation	(1)
1.1	Large deformation and small deformation	(2)
1.2	Fixed frame coordination system	(3)
1.3	Co-moving coordination system	(4)
1.4	Measure of deformation and strain tensor	(8)
1.5	Cauchy strain tensor	(10)
1.6	Green strain tensor	(12)
1.7	Theorem of Polar decomposition	(14)
1.8	Theorem of S-R decomposition	(16)
1.9	The geometrical meaning of S-R decomposition	(19)
1.10	Plane uniform deformation	(21)
2	Measuring methods of finite deformation	(26)
2.1	The difficulty of theory research on large deformation	(26)
2.2	Grid method	(27)
2.3	Moire method	(37)
2.4	Laser spectral method	(47)
3	Foundation of Fourier Optics	(54)
3.1	Two dimensional impulse δ -function	(55)
3.2	Convolution	(56)
3.3	Two dimensional Fourier transforms	(57)
3.4	Complex amplitude and wave front	(60)
3.5	Huygens-Fresnel principle	(62)
3.6	Diffraction system and diffraction screen function	(64)
3.7	Fraunhofer diffraction	(65)

3.8	Examples	(67)
3.9	One dimensional gratings	(73)
3.10	Two dimensional gratings	(74)
3.11	Two dimensional oblique crossed gratings	(76)
4	Laser spectral analysis of deformation measurement	(79)
4.1	Experimental principle	(80)
4.2	Examples	(85)
4.3	Applicability of Laser spectral analysis of deformation measurement	(92)
4.4	Experimental error analysis	(93)
4.5	Comparison with other methods	(96)
4.6	Applications	(98)
5	Data processing of spectral image	(105)
5.1	Collection and storage of spectral image	(106)
5.2	Segmentation of intercross image	(110)
5.3	Abstraction of image characteristic	(117)
5.4	Analysis of spectral image	(119)
5.5	Examples	(123)
Appendix - English introduction of the book		(131)
References		(149)

1 变形几何场理论

几何学研究最原始而朴素的动力源于人们在生产实践中对土地丈量的需求,力学理论的建立需要借助几何工具来描述力学量,由此也就确立了两大古老学科之间的密切关系。法国科学家 Rene Descartes 在几何学的研究中首先引入了直角坐标系的概念,使得用代数方法解决几何问题成为可能,建立了代数与几何的联系,推动了新的数学学科——解析几何的诞生,为数学分析的创立与发展奠定了基础。对力学而言,这一概念的引入则建立了标定任一运动点位置的几何方法,许多运动学量,如速度矢量、加速度矢量,借助于这一工具得到严格而简明的定义,前者是质点运动曲线的切矢量,后者则是质点位置矢量对时间的二阶导数。

如何正确地描述和度量变形在变形体力学的研究中具有十分重要的意义,在连续体力学的发展史上,这也是一个古老的、争论很多、困难极大的问题。许多著名力学家、数学家,如 Euler、Lagrange、Cauchy、Green、Kelvin、Truesdell、Reiner 等,都对这一问题进行过深入研究,并留下了大量的文献,但并未使这一问题获得圆满解决。著名实验力学家 A. J. Durelli 等专门从实验角度讨论这一问题,发表了许多论著,评价了一些应变定义的适应范围。发展几何工具以实现对变形的描述和度量是变形几何学研究的基本内容。陈至达教授在有限变形力学研究中引入拖带坐标系来描述变形,通过变形体内尺规场的变化来度量变形,成功地解决了这一历史难题,引起了国内外力学界越来越多的重视。

本章我们将在平面情况下介绍有关变形几何学理论,更一般的

情况如张量分析和三维情况下的数学推导可参阅文后有关文献。

1.1 大变形与小变形

大变形与小变形是相对的量级概念。例如,在横展 10 km 的地图上,局部隆起 10 m,在地质图上仍是小变形。但是对薄为 0.1 mm 的电话薄膜,如中心挠度为 0.1 mm,与厚度同量级,则可称为大变形(大挠度)。又如,人体中的红细胞通过血管壁孔洞,细胞由球形变为扁平哑铃形,变形很大,但如以整个人体为尺规来衡量,与肌肉运动变形相比,则又很小。上述例子说明变形大小的感觉度量和所选择的参考标架的尺规有关,是一个相对性的概念。

位移和变形是两个不同的概念。有位移的物体不一定有变形,如作刚性运动的物体。变形也不能单纯地定义为物体各点有相对位移发生的情形,因为当物体绕一点作刚性转动时,各点绕转动中心有大位移但无变形。

物体在运动过程中可以有各种位移变形形式:大位移,无变形;大位移,小变形;大位移,大变形;小位移,无变形;小位移,大变形;小位移,小变形。图 1.1 表示一个杆件大弯曲时,各截面运动存在的不同形式。

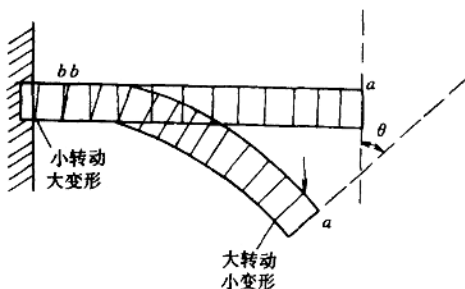


图 1.1 杆件弯曲大变形

当刚体作平时,物体中各点无相对位移。仅有转动与变形时,物体中各点才有相对位移发生,因此要知道真实变形的大小,必须将转动部分分离,这是大变形力学理论中的一个重要的基本问题,也是变形几何学所要解决的核心问题。事实上,在大变形问题中,转动是十分重要的因素,有时比变形具有更重要的地位。

1.2 固定全局坐标系

由于变形体在空间的位置、运动和变形都具有相对性,在进行任何力学研究时,必须明确指出所选定的参考系,这一参考系称为固定全局坐标系,或简称为固定坐标系。

在有限变形力学的研究中,固定全局坐标系有三个基本作用:

- (1) 标定物体的位置,因为物体的位置只能相对于参考系而确定;
- (2) 描述运动,运动具有相对性,同一物体相对于不同的参照物,表现出不同的运动;
- (3) 提供参考度量以便对几何量(如长度、角度、面积、体积等)及其变化进行定量描述,一般选用直线直角坐标系为固定全局坐标系,在此情形下因在坐标空间中每点的基标矢量都相同且单位正交,故称之为均匀尺规几何场,其度规张量为

$$g_{ij} = \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad (1.1)$$

如图 1.2 所示,设在空间的一个固定直线直角参考坐标系 x 、 y ,则对应于每一组实数值 (x, y) 就确定了空间中的一点;反之,空间中的一点也只对应一组实数值 (x, y) ,这样的点,称为度量空间的算术点。点的集合称为点集。所谓“度量空间”的点集,是指点集中的各点具有明确的度量性质,即:若指定一点 $A(x_1, y_1)$ 和另一点 $B(x_2, y_2)$,则一定可以求出这两点间的直线距离,即

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \quad (1.2)$$

除非 A 和 B 是同一点,否则 $d \neq 0$ 。换言之,在这种空间中的

各点可以应用某种尺度的度量来完全确定各点之间的相对位置,不论任意两点是如何接近或远离。沿 x 、 y 坐标轴分别有单位基标矢量 e_1 、 e_2 , 引入单位基标矢量为表示各种矢量场和张量场带来了方便。

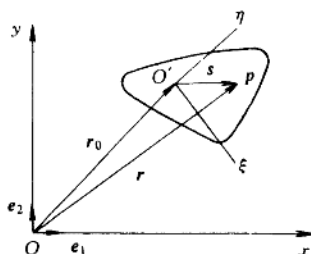


图 1.2 固定全局坐标系

任意形状的物体将占据空间的一区域 Ω , 物体中每一物质点占据区域 Ω 中一个算术点的位置, 该算术点的坐标 (x, y) 就标定了该物质点的位置。因物体中任意两点都有确定的距离, 如果在物体运动过程中, 其中任意两点的距离 d 保持不变, 则此种运动称为刚性运动。所谓刚体或刚体点集, 指的是物体中任意两点的距离 d 在运动过程中始终保持不变的物质点集合。刚体点集可以指连续介质体, 也可以指结构间断的不连续体。质点可以定义为一个具有质量的几何点, 几何点和算术点不同, 几何点是一个运动的点, 在空间描述一条运动轨迹, 它在每一时刻的位置由与它重合的算术点的坐标表示。凡是物体中任意两点的距离在运动过程中可变的物体, 称为可变形体, 有时也用名词可变形体点集来表示可变形体中所有点的集合。

1.3 自然拖带坐标系

在刚体运动学中, 通常采用 Euler 描述法来描述刚体的运动,

这种方法除了选定固定坐标系 $\{x, y\}$ 外,还在刚体中嵌含了局部直角坐标系 $\{\xi, \eta\}$ 。因刚体中任意两点的距离在运动过程中始终保持不变,如取一点为主点,此点以外各点除了和主点的平移外,将绕主点转动。如图 1.2 所示,取嵌含坐标系的原点为主点,它在固定坐标系下的矢径为 r_0 ,刚体内任一点 p 在嵌含坐标系内的矢径为 s ,则 p 点在固定坐标系下的矢径为

$$r = r_0 + s$$

p 点相对于固定坐标系的速度为

$$v = \frac{dr}{dt} = \frac{dr_0}{dt} + \frac{ds}{dt}$$

由于 s 的大小不变,它的改变仅仅是方向的变化,故

$$\frac{ds}{dt} = \omega \times s$$

ω 是刚体绕主点转动的角速度矢量,“ $\times$ ”表示矢量积,有

$$v = v_0 + \omega \times s \quad (1.3)$$

式(1.3)是 Euler 运动学公式。

变形体内任一点处的应变和局部转动都是相对的,由变形体几何位形的变化来确定。为了有效地描述变形,需对 Euler 动坐标法进行合理推广,在变形体中假想嵌入了坐标线,这些坐标线随变形体的变形运动而拖带伸展、压缩,并引起坐标线曲率的变化,但坐标线上的坐标不变。这种嵌含在可变形体中的坐标线组成的参考系便称为拖带坐标系,也称为嵌含坐标系。更形象地说,拖带坐标好比刻在钢尺上的标度数,当钢尺弯曲伸长时,每一点的刻度是不变的,然而实际尺规(长度标准)改变了。

如图 1.3 所示,初始时可变形体在固定坐标系中占有一定区域,称之为初始位形 B_0 ; 运动过程中任意时刻可变形体在固定系中所占有的区域,称之为瞬时位形 B 。如前所述,可以在初始位形中嵌含拖带坐标系,因而可变形体内的任一物质点可用拖带坐标

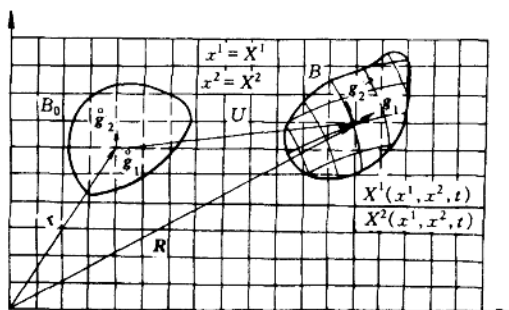


图 1.3 自然拖带坐标系

来标定,拖带坐标系的形状随可变形体的运动变形而发生变化,但可变形体内任一物质点的拖带坐标则保持不变。假设可变形体中任一点的拖带坐标为 x^i ,而该点在运动过程中的任一时刻必与固定坐标系中的某一算术点重合,该算术点在固定系中的坐标设为 X^i ,它们之间的关系由下述变换函数给出,即

$$X^i = X^i(x^1, x^2, t) \quad (1.4)$$

如果变换函数的 Jacobi 行列式不等于零,即

$$J = \det\left(\frac{\partial X^i}{\partial x^j}\right) \neq 0, \quad J' = \det\left(\frac{\partial x^i}{\partial X^j}\right) \neq 0$$

则有反变换

$$x^i = x^i(X^1, X^2, t) \quad (1.5)$$

式(1.4)、式(1.5)所描述的变换实质上是两个坐标系之间的变换,其中之一是拖带坐标系,另一个则是变形体在某一瞬时与固定坐标系同胚的坐标系。变形体内任一物质点的拖带坐标总是保持不变,但此物质点在固定坐标系的位置,即固定坐标系中与该物质点重合的算术点的坐标,将随变形体的运动而改变。拖带坐标系的选取完全是人为的,一般根据问题的性质选取认为方便的拖带坐标系,如果初始时,在变形体内选取与固定坐标系同胚的坐标

系为拖带坐标系,则在初始时有

$$x^i = X^i = x^i(X^1, X^2, 0) \quad (1.6)$$

在初始位形上,变形体内任一物质点在固定坐标系中的矢径为

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(x^1, x^2) \quad (1.7)$$

定义变形体内任一点的基标矢量为

$$\mathbf{g}_i = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial x^i} = \lim_{\Delta x^i \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta x^i} \quad (1.8)$$

如图 1.3 所示,基标矢量的几何意义是沿拖带坐标线的切矢量。

可变形体在外在因素(如力、热、电磁等)作用下发生运动变形, $\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{R}$, 基标矢量变换为

$$\mathbf{g}_i = \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial x^i} = \lim_{\Delta x^i \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{R}}{\Delta x^i} \quad (1.9)$$

变形体内任一物质点的位移矢量

$$\mathbf{u} = \mathbf{R} - \mathbf{r} \quad (1.10)$$

故有如下的微分变换

$$d\mathbf{R} = \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial x^i} dx^i = \frac{\partial}{\partial x^i} (\mathbf{r} + \mathbf{u}) dx^i \quad (1.11)$$

$\mathbf{u}$ 矢量既可以在 $\mathbf{g}_i$ 坐标系也可以在 $\mathbf{g}_i$ 坐标系下分解,但因变形后的 $\mathbf{g}_i$ 是待定的,而 $\mathbf{g}_i$ 系是基准系,故在 $\mathbf{g}_i$ 系中有

$$\mathbf{u} = u^i \mathbf{g}_i, \quad \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x^j} = u^i |_{,j} \mathbf{g}_i$$

称 $u^i |_{,j}$ 为分量 u^i 对 x^j 的协变导数。

因 dx^i 是任意量,有

$$\mathbf{g}_i = \mathbf{g}_i + u^j |_{,i} \mathbf{g}_j = (\delta_i^j + u^j |_{,i}) \mathbf{g}_j \quad (1.12)$$

令

$$F_i^j = \delta_i^j + u^j |_{,i}$$

得到变换关系