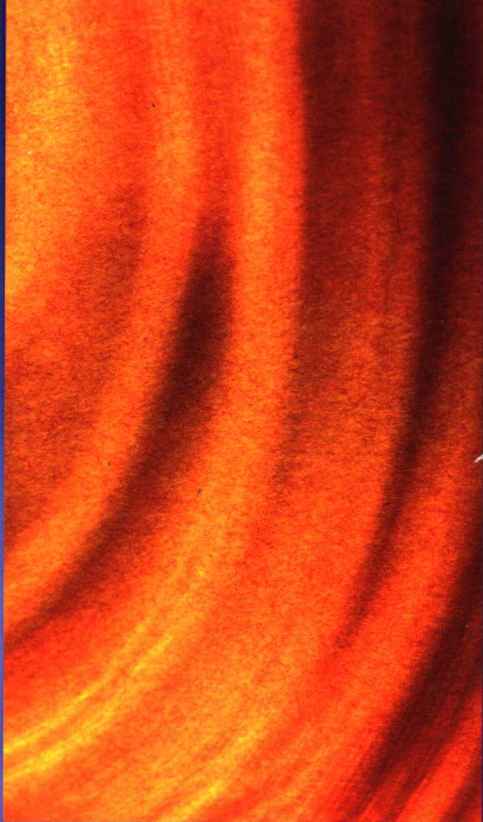




环境规划 方法与应用

郭怀成 主编



化学工业出版社
环境·能源出版中心

环境规划 方法与应用

郭怀成 主编



化学工业出版社
环境·能源出版中心

· 北京 ·

 图书在版编目 (CIP) 数据

环境规划方法与应用/郭怀成主编. —北京: 化学工业出版社, 2006. 3

ISBN 7-5025-8392-0

I. 环… II. 郭… III. 环境规划 IV. X32

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 022615 号

环境规划方法与应用

郭怀成 主编

责任编辑: 王 斌

责任校对: 洪雅姝

封面设计: 关 飞

*

化学工业出版社 出版发行
环境·能源出版中心

(北京市朝阳区惠新里 3 号 邮政编码 100029)

购书咨询: (010)64982530

(010)64918013

购书传真: (010)64982630

<http://www.cip.com.cn>

*

新华书店北京发行所经销
大厂聚鑫印刷有限责任公司印刷
三河市延风装订厂装订

开本 720mm×1000mm 1/16 印张 13 $\frac{3}{4}$ 字数 265 千字

2006 年 5 月第 1 版 2006 年 5 月北京第 1 次印刷

ISBN 7-5025-8392-0

定 价: 28.00 元

版权所有 违者必究

该书如有缺页、倒页、脱页者, 本社发行部负责退换

前 言

当今,环境规划作为环境污染控制和环境问题预防的有效手段,作为协调人类、环境与发展关系的重要工具,已在国内外环境科学与工程领域得到广泛的应用。

从系统理论的角度出发,环境是一个复杂的、由多层级子系统组成的整体,具有整体性、综合性、区域性和动态性的特征。由于环境系统的上述特征,使得在环境规划中采用系统分析的理论和方法成为必然,并需综合考虑环境系统的不确定性和动态性。而与此同时,环境规划的对象又呈现出多样化的特点,涵盖了城市、流域和区域等不同的层次和尺度,所提出的规划方案应达到整体优化的效果。因此,开发出能够融合系统分析和规划优化思想,并体现出不确定性和动态性特征的环境规划方法,就成为环境规划学相关研究的重要课题。

北京大学是国内最早从事环境规划学研究和实践的单位之一。近 10 年来,作者先后从事了多项有关环境规划方法研究方面的课题。主要课题包括:①洱海流域可持续发展综合环境规划(1995~1997);②厦门海沧投资区环境规划(1996~1997);③昆明市旅游圈旅游发展规划优化研究(1998~1999);④新疆和墨洛地区经济与生态环境可持续发展规划(1999~2000);⑤沈阳市浑南新区规划战略环境评价研究(2002~2003);⑥邛海流域环境规划(2003~2004);⑦贵阳市环境保护规划(2003~2005)。

上述课题涉及城市(区域)、流域和经济开发区等不同的研究对象,为环境规划优化方法的应用开辟了广阔的前景。如在课题①中,首次开发了一种基于不确定性和交互性的模糊多目标规划方法,它被应用于不同层次的环境规划中,从而增强了环境规划的实用性和可操作性。该研究率先将不确定性模糊多目标规划模型(IFMOP)和SD模型有机地集成在一起,构成一个完整的规划模型体系。该体系的突出特点是:IFMOP充分考虑了流域环境规划所面临的信息不完备问题,将不确定性信息直接引入优化过程,从而得到以区间数表示的不确定性优化解;在模型优化的解译过程中,将各个变量在区间内进行适当组合就能生成针对各种实际情况的规划方案;IFMOP的规划结果输入到SD模型可进行后模型分析,从而对规划方案实施后的环境、经济后果做出预测。应用该方法体系进行流域环境规划,不仅能够回答在不同的时空单元“应该做什么?”以及“应该怎样做?”而且还可回答“这样做的后果如何?”等问题,从而为决策者对规划方案的确定提供科学依据。在课题②中,最先将偏离目标容忍水平的概念引入交互式模糊多目标规划方法中,使得规划结果更加符合环境因素不确定性特征。在课题

③、课题⑦中，模糊多目标规划方法分别在昆明市旅游圈旅游环境规划优化项目和贵阳市环境保护规划项目中得到了成功开发和应用。

本书是北京大学环境学院环境规划与管理研究小组近 10 年来集体智慧的结晶。参加本书编写的人员有郭怀成、郁亚娟、王丽婧、刘永、邹锐、张振兴、胡治飞、郭长雷、刘磊、戴永立、陈冰、王吉华、王树通，全书由郭怀成主编并修改定稿。本书出版得到了国家重点基础研究发展计划（973）项目专项资助（编号：2005CB724205）。

编者

2006 年 2 月于燕园

目 录

方 法 篇

第一章 环境规划方法概述	1
第一节 环境规划概述	1
一、环境规划的类型和特点	1
二、我国环境规划概况	3
三、环境规划发展趋势及需求	4
第二节 环境规划方法分类	5
一、按属性划分	6
二、按规划目标划分	19
参考文献	24
第二章 多目标规划方法	26
第一节 灰色多目标规划	26
一、GMOP 模型及算法	26
二、辅助模型构造与交互式求解	27
第二节 层次分析法	28
一、AHP 基本原理	28
二、AHP 模型及计算过程	28
三、层次分析法的优点	32
四、层次分析法的应用	32
参考文献	33
第三章 不确定性多目标规划方法	34
第一节 不确定性概念及分类	34
第二节 不确定性模糊多目标规划	36
一、不确定性多目标规划	36
二、不确定性模糊多目标规划	37
三、不确定性多目标混合整数规划 (IMOMIP)	39
第三节 不确定性模糊多目标规划算法及算例	39
一、不确定性模糊多目标规划算法	39
二、不确定性模糊多目标规划算例	49
参考文献	51
第四章 动态规划方法	54

第一节 动态规划模型	54
一、动态规划的特征	54
二、动态规划的表达和求解	57
三、动态规划的特点和应用	59
四、实例	60
第二节 系统动力学方法	63
一、系统动力学的基本概念	64
二、系统动力学的基本观点	65
三、系统动力学建模原理和流程	67
四、系统动力学模型	68
五、系统动力学的软件	69
参考文献	70

应 用 篇

第五章 流域环境经济系统规划	72
第一节 研究区概况	72
一、研究区背景	72
二、研究对象及范围	73
第二节 系统描述与分析	73
一、系统特征	73
二、子系统划分及分析	74
第三节 邛海流域环境经济系统规划模型	76
一、模型构建	76
二、参数获取与模型求解	80
第四节 规划方案	82
一、农业结构优化分析	82
二、种植业结构优化分析	84
三、旅游服务业结构优化分析	85
四、污染排放目标优化分配	86
五、水资源配置优化分析	87
六、污水处理厂扩展方案分析	89
七、森林扩展方案及水土流失分析	90
八、综合分析	91
参考文献	92
第六章 城市环境经济系统规划	94
第一节 研究区域概况	94
一、自然环境与资源	94

二、社会经济发展	95
第二节 贵阳市环境经济系统特征分析	95
一、经济系统	95
二、环境系统	96
三、技术系统	96
第三节 贵阳市环境经济系统 SD 模型构建	97
一、模型边界及规划期限	97
二、主要状态变量集及子系统划分	97
三、系统流图设计	98
四、灵敏度分析	103
第四节 系统规划情景设计 & 分析	104
一、模型的原始运行	104
二、情景分析	104
三、协调度分析	109
参考文献	111
第七章 开发区环境经济系统规划	113
第一节 研究区概况	113
一、研究背景	113
二、研究目标	114
第二节 厦门海沧开发区环境经济系统规划模型	114
一、IMOMIP 模型结构	114
二、参数获取与模型求解	118
第三节 厦门海沧开发区环境经济系统规划方案	121
一、行业结构优化	121
二、COD 排放的行业分配	128
三、SO ₂ 排放的行业分配	131
四、水资源的行业分配	133
五、污水处理厂扩展方案	136
六、森林扩展方案	137
七、综合情景分析	138
八、发展瓶颈问题与潜势分析	141
参考文献	146
第八章 区域土地可持续利用规划	148
第一节 研究区域概况	148
第二节 土地利用系统特征分析	149
一、系统的一般特点	149
二、系统特征分析	150

第三节 密云土地可持续利用规划模型	155
一、模型结构	155
二、规划流程	159
三、模型参数及求解	160
第四节 规划方案	162
一、情景一	162
二、情景二	167
三、情景综合比较	171
四、对策	172
参考文献	173
第九章 城市固体废物管理规划	175
第一节 城市固体废物及处理处置	175
一、固体废物的来源与分类	175
二、城市生活垃圾	175
三、城市生活垃圾的处理方法	176
第二节 城市生活垃圾管理规划系统分析	177
一、生活垃圾处理方式子系统	177
二、社会环境子系统	178
三、环境卫生子系统	179
四、经济投入子系统	179
五、生态环境子系统	179
第三节 城市生活垃圾管理规划模型框架	180
一、模型结构	180
二、城市生活垃圾管理规划模型	181
三、算例	185
第四节 深圳市特区内生活垃圾规划	186
一、研究区概况	186
二、深圳城市生活垃圾管理规划系统分析	186
三、规划模型及求解	188
四、规划阶段情景分析	195
参考文献	210

方 法 篇

第一章 环境规划方法概述

环境规划是指人类为使环境与经济社会协调发展而对自身活动和环境所做的在时间、空间上的合理安排。作为协调环境与经济社会和资源之间关系的有效工具，环境规划越来越受到广泛关注。我国的环境规划工作始于 20 世纪 70 年代，目前已经初步形成了一套从宏观到微观，从理论到实际，从规划编制到实施的环境规划体系、程序和方法。未来环境规划的发展趋势和需求显示，规划技术方法在实现综合、科学决策中的作用将更为突出，积极开展有关环境规划方法的探索、研究和实践对环境规划具有十分重要的意义。

第一节 环境规划概述

《中国大百科全书·环境卷》中，环境规划的定义是“人类为使环境与经济社会协调发展而对自身活动和环境所做的在时间、空间上的合理安排”。

环境规划的目的可以理解为保护人类生存和发展所依赖的基础——环境，促进环境、经济和社会持续稳定发展。环境规划的基本任务应是依据有限的环境资源及其承载能力，对人们的经济和社会活动进行约束，根据社会经济发展和居民生活的需求，对环境保护和建设活动进行安排和部署，以调控人类自身行为，协调人与自然的关系。据此，环境规划实质上是一种克服人类社会经济活动和环境保护活动出现的盲目性和主观随意性的科学决策活动。

环境是人类生存的基本要素，是人类社会和经济发展的必要条件。随着环境问题的愈见突出，环境规划越来越受到关注。环境规划确定的环境目标、控制指标、规划方案和各种措施则给人们提供了环境保护工作的方向和要求，可以指导环境建设和环境活动的开展。同时，环境规划的制定亦有助于环境保护计划纳入国民经济和社会发展规划，促进环境保护工作的顺利进行。对于当前社会经济迅速发展的中国而言，环境规划在促进环境、经济与社会协调发展中所起的作用不容忽视。

一、环境规划的类型和特点

（一）环境规划类型

因研究问题角度、划分方法的不同，环境规划可进行不同的分类。一般以规

划期、规划范围和规划内容为依据划分环境规划的类型。

按规划期划分,即从规划跨越的时间长度来划分,环境规划可分为短期环境规划(如年度保护计划)、中期环境规划(5~10年)、长期环境规划(一般10年以上)。

按规划范围划分,环境规划可分为国家环境规划、区域环境规划、部门环境规划。区域在此的含义是指地域的某个范围,不仅指我国习惯上认为的省或相当于(大于)省的经济协作区,或指某个流域。区域环境规划包括:省(区)市环境规划、县(区)环境规划、农村环境规划、自然保护区环境规划、江河流域环境规划、近岸海域环境规划。

按规划内容划分,环境规划可分为综合环境规划和专项环境规划。综合环境规划是一种综合性的、偏战略层次的环境规划,包括经济发展与环境保护趋势分析、环境保护目标、环境功能区划、环境-经济协调发展战略、环境保护规划方案等。专项环境规划一般按环境要素划分为:大气污染控制规划、水污染控制规划、固体废物污染控制规划、噪声污染控制规划。如果考虑大环境的概念,也包括生态建设及生态保护规划、生物资源利用与保护规划、自然保护区生态规划等。

(二) 环境规划特点

环境规划因以环境为主要研究对象,而具有整体性、综合性、区域性、动态性、信息密集、政策性强的特点。

(1) 整体性 环境是一个整体、系统的概念,环境规划具有的整体性首先反映在环境的要素和各个组成部分之间构成一个整体。同时,亦反映在规划各环节之间关系紧密、关联度高,各环节相互影响和制约。单一从某一环境着手并进行的串联叠加难以获得有价值的系统结果。

(2) 综合性 环境规划的综合性反映在它涉及的领域广泛、影响因素众多、对策措施综合和部门协调负责。同时,也反映在其学科知识和方法学需求方面。环境规划涉及环境调查、环境评价、功能区划、环境趋势预测、环境影响的技术经济模拟、方案对策制定、多目标方案的优化选择等多种工作,要用到水文学、地理学、数学、污染气象学、环境物理学、环境经济学、环境管理学等多学科知识,亦需要各类学科相关技术方法,包括数学模型、计算机软件技术等来处理大量定量和定性信息。

(3) 区域性 环境问题的地域性特征十分明显,主要表现在区域的环境系统结构、变化规律不同,社会经济背景条件不同。环境规划必须注重因地制宜,规划的原则、规律、程序、方法融入地方特征才是有效的。

(4) 动态性 环境规划具有较强的时效性。环境规划的影响因素在不断变化,无论是环境问题(包括现存的和潜在的)还是社会经济条件等都在随时间发生着难以预料的变动,势必要求环境规划工作具有快速响应和更新的能力,其方

法、工作程序、支撑工具和手段都应能适应环境规划更新调整、修订的需求。

(5) 信息密集 环境规划过程中,自始至终需要收集、消化、吸收、参考和处理各类相关的综合信息。规划的成功在很大程度上取决于搜集的信息是否完全、准确和可靠,是否能够被有效地组织和利用。

(6) 政策性强 环境规划从最初立题、课题总体设计至最后的决策分析,制定实施计划的每一技术环节中,经常面临从各种可能性中进行选择的问题。完成选择的重要依据和准绳,是我国现行的有关环境政策、法规、制度、条例和标准。环境规划的过程也是环境政策分析和应用的过程。

二、我国环境规划概况

我国一贯重视计划和规划工作。1973 年第一次全国环境保护会议上提出的环保工作 32 字方针中,明确指出“全面规划、合理布局”的思想,是我国重视环境规划工作的开始。

1973~1982 年间,一些地区开始在环境保护计划(规划)方面开展切实的探索实践,例如,北京东南郊、沈阳市及图们江流域环境质量评价和污染防治途径研究,为环境规划做了有益的探索。20 世纪 80 年代初,济南市环境规划和山西能源重化工基地综合经济规划中的环境专项规划是我国最早的区域环境规划。其中,1982 年制定的“山西能源重化工基地综合规划”第一次实现了经济建设、城乡建设、社会发展与环境保护的同步规划、综合平衡。这些环境保护规划在当时起到了一定效果,但由于其是单纯的污染治理规划,与经济社会发展脱节,是静态单一的规划,同时,方法论上还停留在以定性为主的阶段,因此存在着明显缺陷。

1983~1988 年是环境规划的重要研究阶段。1983 年 12 月,第二次全国环境保护工作会议在南京召开,提出了“经济建设、城乡建设与环境建设同步规划,同步实施,同步发展”、实现“经济效益、社会效益与环境效益”统一的方针,进一步为环境规划指明了方向,使环境规划思想发生重要转折。“七五”期间开展了国家科技攻关项目——大气和水环境容量研究,建立了我国自己的大气和水容量模型,并在丹东鸭绿江、内江、湘江、深圳河,太原市和沈阳市环境规划中得到应用,为环境规划从定性分析向定量为主的跨越创造了条件。国家环境管理信息系统的研究在应用计算机建立数据库、模型库、模拟污染过程等方面取得了经验,推动了环境规划中的计算机应用。此外,开展了企业和区域环境经济投入产出线性规划方法的研究,并在东方红炼油厂和内江市应用,在经济与环境综合规划方法方面做了有益的探索。在科研工作的带动下,水利部和国家环境保护局联合开展了七大流域水污染防治规划。1984 年,全国首次“城市环境规划学术交流会”在太原召开,对以往城市环境规划工作做了总结,并认为城市环境规划应真正纳入城市经济与社会发展规划,会议对环境规划工作的开展也起了有效推动作用。1985 年 10 月,城市环境保护工作会议在洛阳召开,确定以吉林市、洛

阳市、杭州市为试点城市开展城市环境综合整治规划研究,自此,城市环境规划从污染防治阶段转向环境综合整治阶段。值得提到的是,这一时期环境经济计量经济模型、环境经济投入产出模型、环境容量模型、系统动力学模型等技术方法得到普遍的开发和运用,环境规划的方法论研究取得了显著进展。

1989年4月,第三次全国环境保护会议在北京召开,确立了五项环境保护制度,这五项制度与环境规划紧密相连,为环境规划的实施提供了支持和保障。1992年联合国环境与发展大会积极倡导可持续发展战略,会后我国率先编制并颁布了《中国21世纪议程》,明确宣布“走可持续发展之路是我国未来和下一世纪发展的自身需要和必然选择”。环境规划的指导思想上升到可持续发展的高度,技术路线从末端控制转向优化产业结构,生产合理布局,发展清洁生产和污染治理的全过程。1993年,国家环保局发文要求各城市编制城市环境综合整治规划,此外,亦开展了污染物排放总量控制试点。在这样的大环境下,我国广泛开展了环境规划的编制工作,涌现出一批优秀的环境规划,如湄州湾环境规划研究、秦皇岛市环境规划、广州市环境规划、南昌市环境规划、马鞍山市环境规划、济南市环境规划、通化市环境综合整治规划、桂林市大气环境规划和澜沧江流域生态环境规划等。

1996年,国务院召开了第四次全国环境保护会议并颁发了《关于环境保护若干问题的决定》,批准了《国家环境保护“九五”计划和2010年远景目标》。国家实施污染物排放总量控制和跨世纪绿色工程规划两大举措,确定“三河”、“三湖”、“两区”为治理重点。各级政府对环境规划都十分重视,并大力推进规划的实施,要求规划要落实到项目,大大提高了规划的可操作性,使环境规划的编制和实施名副其实地成为环境决策和管理的重要环节,成为环境保护工作的主线。其中,最具有代表性的规划是“三河三湖”的水环境规划。

21世纪以来,随着“可持续发展”、“循环经济”、“生态经济”概念的兴起,我国环境规划工作不断进步,一些新的概念和方法不断涌现,应用计算机、数学模型、遥感和地理信息技术、系统工程技术越来越多地运用于环境规划中。我国的环境规划从探索到逐渐成熟,已经初步形成了一套从宏观到微观,从理论到实际,从规划编制到实施的环境规划体系、程序和方法。

三、环境规划发展趋势及需求

透过国内外环境规划的发展历程,未来的城市环境规划发展趋势应包括以下几点。

(1) 环境规划不仅仅是单个角度的思维 当代环境的含义已经超过了自我的界限,其本质特征是社会-经济-自然复合系统综合作用的结果。环境规划的研究背景从环境单方面扩展到环境-经济-社会的综合层面。环境规划的功能不局限于环境状况的改善,而是推动“发展”和“可持续”的规划。

(2) 综合性城市环境规划需求显著上升 我国目前环境规划仍以污染防治、

环境整治规划为重点,综合性规划仍不多。而 21 世纪的环境规划将涉及更多领域、影响因素,综合性极强。社会经济的协调发展、环境的有效管理均需要科学的、综合性的环境规划。

(3) 技术方法在实现科学决策中的作用更加突出 环境规划不是一种决策艺术或技巧,而是一种科学的决策行为。传统的决策是以领导者的艺术、洞察力、理智和经验为基础的方法,被认为是一门艺术。而心理学家表明决策者同时考虑 10 个以上的变动因素就将十分困难。由此,随着社会经济的发展、规划对象的愈见复杂化,规划需要借助一定手段,如采用数学模型方法来考虑众多互相关联的因素,实现科学决策。环境规划方法论的研究发展、各种技术方法的合理有效利用在环境规划科学决策中的作用愈见突出。

(4) 规划信息更密集、规划手段更先进 环境规划涉及城市环境、经济方面的大量信息,需借助先进手段完成信息处理、分析、模拟及方案优化等各项工作。正如前面所述,一些新的方法技术已不断应用于环境规划,而在未来发展中,规划方法、手段亦将不断进步。

正如上文所述,未来的环境规划应是以社会-经济-环境系统协调发展为目标,以人类行为与环境系统行为为调控对象的规划。其理论方法体系应是如何实现环境规划综合化、科学化,如何促进环境规划综合目标和功能的实现为主要研究内容。

值得一提的是,随着技术方法在实现规划决策中的作用更为突出,环境规划的技术方法,尤其是综合决策规划方法,在未来合理有效制定环境规划中起着重要的作用。环境规划综合决策方法一般认为包括定性、定量分析法,其中,定性方法较适用于一些战略性的初步研究,指导性和实际操作性较弱,定量分析法是研究者的关注重点所在。随着应用数学、系统论、系统工程学、计算机技术等理论方法的日渐完善和在规划领域的发展,多种定量规划、优化法得以出现,例如,结构分析法——投入产出模型、动态预测决策法——系统动力学模型、数学规划优化法、人工神经网络和遗传算法等。这些方法和一些新技术方法的积极探索、深入研究和广泛实践对环境规划的发展具有十分重要的意义。

第二节 环境规划方法分类

在实际应用中,环境规划方法具有多种类型。按照规划的属性划分,可以分为线性规划、非线性规划、动态规划等;若按规划的目标划分,又可分为单目标规划、多目标规划等。如果一个最优化问题的决策变量不是时间的函数,则属于静态优化 (static optimization) 或有限维优化 (finite dimensional optimization) 的范畴。按照静态优化问题的结构是否线性分为线性规划和非线性规划。

为了表述一个规划的最优化问题 (即建立数学模型),应明确三个基本要素。

决策变量 (decision variables): 是决策者所控制的那些数量, 其取值需要决策者来判定。对于最优化问题的求解, 即是寻求决策变量的最优取值。

约束条件 (constraints): 是决策变量在现实世界中所受到的限制, 或者说决策变量在这些限制范围之内取值才有实际意义。

目标函数 (objective function): 代表决策者希望对其进行优化的那个指标。目标函数是决策变量的函数。

一、按属性划分

(一) 线性规划 (linear programming, LP)

1. LP 的定义

线性规划 (LP) 用于研究一定数量的人力、物力和财力等资源条件下, 如何恰当地运用这些资源以达到最有效目的的统筹规划问题。在环境经济系统规划中, 有些实际问题可归结或简化为 LP 问题的规划模型, 其目标函数和约束条件都是决策变量的一次函数。LP 的一般数学模型具有如下的特点: ①通过一组未知量 (又称为决策变量) 表示规划的待定方案, 这组未知量的确定值代表了一个具体方案, 通常, 要求这组未知量取值为非负, 即 ≥ 0 ; ②表示约束条件的数学表达式都是决策变量 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的线性等式或线性不等式; ③表示问题最优化的目标函数都是变量 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的线性函数。因为目标函数和约束条件都是线性的, 所以这一类规划方法被称为线性规划方法。

2. LP 的一般形式

求一组决策变量 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的值, 使其满足约束条件:

$$(I) \quad \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, i = 1, 2, \dots, l$$

$$(II) \quad \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i, i = l+1, \dots, t$$

$$(III) \quad \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i, i = t+1, \dots, m$$

并使目标函数 $y = \sum_{j=1}^n c_j x_j$ 取得最大 (或最小) 值, 其中 a_{ij}, b_i, c_j 为已知量。

为了方便求解, 一般把上述 LP 问题转化为如下的标准形式, 即在约束条件

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i, i = 1, 2, \dots, m$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n$$

之下, 求一组变量 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的值, 使目标函数

$$z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n$$

取得最大(小)值, 其中 a_{ij} , b_i , c_j 为已知量, 且 $b_i \geq 0$, $i=1, 2, \dots, n$, 或者简写为

$$\begin{cases} \max z = CX \\ \text{s. t. } Ax = b \\ X \geq 0 \end{cases} \quad (1-1)$$

其中 $A = (a_{ij})_{m \times n}$, A 是由线性规划问题的 m 个约束条件中关于决策变量的系数组成的矩阵; 一般 $m < n$, 且 $m, n > 0$;

令 $P_j = (a_{1j}, a_{2j}, \dots, a_{mj})^T$, 有

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} = (P_1, P_2, \dots, P_n)$$

$X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$, X 称为决策变量向量, 是由 n 个决策变量 x_i 构成的向量, 即规划问题的备选方案;

$C = (c_1, c_2, \dots, c_n)^T$, C 称为价值向量, 是目标函数中决策变量的系数构成的向量;

$b = (b_1, b_2, \dots, b_m)^T$, b 称为资源向量, 且满足 $b \geq 0$;

$0 = (0, 0, \dots, 0)^T$ 。

s. t. 是 subject to 的缩写, 意为“约束条件是”。

3. 线性规划的标准形式

各种形式的线性规划都可经一定的变换转化为标准形。

(1) 如目标函数为求最小值, 即 $z = \min f(x)$, 那么可以令 $f = -z$, 把原问题转化为相同条件下求 $\max f$, 显然, 新问题和原问题在求解时本质上相同, 最后目标函数相差一个正负号。

(2) 如果约束条件是不等式约束, $\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i$, 则引入新的变量 x'_i , 并用

下面两个约束条件取代这个不等式: $\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j + x'_i = b_i$, $x'_i \geq 0$, 称变量 x'_i 为松弛变量 (slack)。

(3) 如果约束条件是不等式约束, $\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i$, 则引入新的变量 x''_i , 并用

下面两个约束条件取代这个不等式 $\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j - x''_i = b_i$, $x''_i \geq 0$, 称变量 x''_i 为剩余变量 (surplus)。

(4) 如果约束条件中有 $x_j \geq h_j$ ($h_j \neq 0$), 则引入新的变量 $r_j = x_j - h_j$ 替代

原问题中的变量 x_j , 问题原有的约束 $x_j \geq h_j$ 转化为 $r_j \geq 0$ 。

(5) 如果变量 x_j 的符号没有 $x_j \geq 0$ 的限制, 则引入两个新变量 r'_j 和 r''_j , 并以 $x_j = r'_j - r''_j$ 代入问题的目标函数和约束条件消去 x_j , 同时在约束条件中增加 $r'_j \geq 0$ 和 $r''_j \geq 0$ 两个约束。

经过以上转化过程, 所有的线性规划都可化为形如式 (1-1) 的标准形式。

4. 线性规划的基本性质

线性规划的基本性质: ①若存在可行域, 则其必是凸集 (凸多面体); ②基可行解对应于可行域的顶点; ③若有最优解, 则必在可行域的顶点取得。

在 LP 问题式 (1-1) 中, 决策变量的个数 n 称为 LP 的维数, 等式约束方程的数目 m 称为 LP 的阶数。满足问题式 (1-1) 的约束条件的点 x 称为可行点或可行解, 也叫容许解。式 (1-1) 的可行点 x 的全体集合 $R = \{X | Ax = b, x \geq 0\}$ 称为可行集或约束集, 满足所有的约束条件, 又使目标函数取得最大 (小) 值的点 x^* , 称为式 (1-1) 的最优解。而 $z^* = Cx^*$ 称为最优值。

线性规划解的几种可能: ①可行域为空集, 无可行解, 更没有最优解; ②最优值为无穷 (无最优解), 可行域无界 [当只是可行域无界时, 也可能仍有 (有限) 最优解]; ③最优解存在唯一, 在凸多边形的顶点达到; ④最优解存在但不唯一, 在一条边 (或面、体等) 上取得 (无穷多最优解)。

线性规划中的目标函数, 代表规划方案选择的评价标准, 它集中体现了决策分析中最主要的要求。而对线性规划的求解过程, 实际上就是对某一个规划对象, 通过建立线性规划模型, 在各种相互关联的多个决策变量的约束条件下, 选择实现线性目标函数最优的规划方案的过程。求解线性规划的方法有图解法和单纯形法等, 其中最常见的方法是单纯形法, 对此已有大量的标准计算机程序可供采用。在一定条件下, 也可以采用对偶单纯形法、两阶段法等。此外, 还可以采用某些专门的有效算法, 如网络模型法等解决一些具有特殊结构的 LP 模型。

5. 线性规划的图解法

线性规划的图解法只能用于求解两个决策变量 (2 维) 的情形。由于线性规划的约束条件和目标函数均为线性函数, 所以对于 2 维情形, 可以在平面坐标系下画出可行域和目标函数的等值线。可行域为直线组成的凸多边形, 目标函数的等值线为直线, 这样, 最优解一定在凸多边形的某个顶点取得。

6. 单纯形法

丹墾克 (G. B. Dantzig) 于 1947 年提出单纯形法 (SM)。单纯形法的基本思路是: 根据问题的标准, 用迭代法从一个顶点转换到另一个顶点, 每一步转换只将一个非基变量 (指一个分量) 变为基变量, 称为进基, 同时将一个基变量变为非基变量, 称为离基。进基和离基的确定应使目标函数达到最优值。实现这一思路的算法要解决以下问题: 选取初始基可行解 (顶点); 判断当前顶点是否最优; 确定进基和离基变量。