小学数学活动课程研究丛书

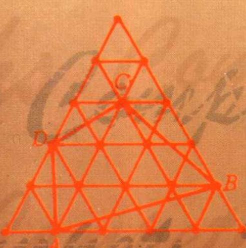
XIAO XUE SHU XUE JING SAI FU DAO

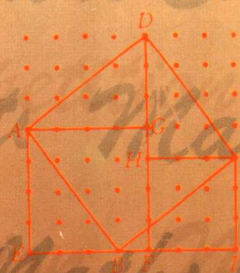
2

小学数学竞赛辅导

(四年级分册)

孙瑞清 主编





北京大学出版社

小学数学活动课程研究丛书

小学数学竞赛辅导

第二册（四年级分册）

孙瑞清　主编
宋宝如　孙瑞清　编撰

北京大学出版社
·北　　京·

图书在版编目(CIP)数据

小学数学竞赛辅导·第二册/孙瑞清主编. —北京:北京大学出版社,2000.12

(小学数学活动课程研究丛书)

ISBN 7-301-04814-9

Ⅰ.小… Ⅱ.孙… Ⅲ.数学课-竞赛题-小学-解题
Ⅳ.G624.505

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 78507 号

书　　名:小学数学竞赛辅导·第二册(四年级分册)
著作责任者:孙瑞清　主编
责 任 编 辑:王　艳
标 准 书 号:ISBN 7-301-04814-9/G·625
出　版　者:北京大学出版社
地　　址:北京市海淀区中关村北京大学校内　100871
电　　话:出版部 62752015　发行部 62559712　编辑部 62752032
排　印　者:北京飞达印刷厂
发　行　者:北京大学出版社
经　销　者:新华书店
850mm×1168mm　32 开本　6.5 印张　167 千字
2000 年 12 月第 1 版　　**2001 年 2 月第 2 次印刷**
定　　价:8.00 元(本册)
32.00 元(全套 4 册)

前　言

为迎接信息时代的挑战，培养跨世纪的人才，加强素质教育现已成为全民的共识.这就要求数学基础教育从小学开始就要在普及的基础上，逐步提高水平，特别在提高学生的创造才能和应用意识上，进行研究.为此，我们以现行小学数学教学大纲为基础，编写了这套《小学数学竞赛辅导》丛书.

本丛书编写的目的是：

1. 为学有余力的同学，提供一套水平较高的小学数学课外读物，以利于开展小学数学活动，加强数学实践与应用；

2. 激发学生学习数学的兴趣，提高学生学习数学的主动精神和数学能力，发展学生的创造才能；

3. 为扩展小学数学知识的视野，适当提供小学数学的背景材料，以利于教者、学者加深对小学数学教材的理解；

4. 为小学生参加各类小学数学竞赛，提供实用、有效的辅导材料.

为此，本丛书在编写中注意：

1. 精选例题、习题，重视激发学生的学习兴趣；

2. 在夯实基础知识与基本技能的基础上，重视渗透数学思想方法；

3. 重视练习，从数学实践中，启迪学生的数学思维，重视数学应用；

4. 精选课题，重视循序渐进地培养学生的创造才能.

本丛书具体内容共分四册，每册 20 讲，供小学三、四、五、六年级试用.在每讲中既有知识要点，又有例题精讲，并配有适当的习题，每 5 讲后配备一套自测题，每册书末有 40 个复习题，并附有习

题、自测题、复习题的答案，方便读者查阅.

读者在阅读本丛书时，最好从第一册开始，循序渐进地学习，对书中的例题要仔细体会其解题的思想和方法，并注意有些例题后的简要说明，然后再做习题和自测题.这样可以在实践的基础上，逐渐提高自己的数学才能和创造性.

参加本丛书编写工作的有：数学教育专家、数学教育博士、数学高级教师.我国著名数学教育家和数学家钟善基和王梓坤先生为本丛书的顾问，这对我们是极大的鼓舞，在此深表谢意.

在本丛书编写过程中，我们参阅了不少国内外有关资料，收益匪浅.此外，北京大学出版社的王明舟先生和王艳女士对本丛书的出版给予了很多帮助，在此，一并表示感谢.

由于我们的水平有限，尽管我们尽了努力，但其中缺点，甚至错误，在所难免，恳请读者批评指正.

编　者

2000年8月

目　　录

第一讲　用字母表示数

在日常生活中，我们数东西时，是用“1，2，3，4，…”所谓的自然数来数东西的个数. 例如，1 个苹果、2 个苹果、3 个苹果、…，一般地，n 个苹果，这里的字母 n 表示的是任意一个自然数.

用字母表示数，是数学的一大进步，它能使我们更好地理解数学问题的规律性.

例 1　买一条金鱼 2 元，买一个养鱼的鱼缸 10 元，那么买 n 条金鱼放入鱼缸共需要多少元钱？

分析与解　买 1 条金鱼放入鱼缸，共需要：

$$2 \times 1 + 10(元),$$

买 2 条金鱼放入鱼缸，共需要：$2\times2+10$(元)，

买 3 条金鱼放入鱼缸，共需要：$2\times3+10$(元)，

⋮

买 n 条金鱼放入鱼缸，共需要：$2\times n+10$(元).

在这个例子中，使我们了解到：买 n 条金鱼放入鱼缸，所需钱数的表示式为 $2n+10$，它具有一般的代表性，其中的字母 n 可代表任意一个自然数.

例 2　自然数 $1,2,3,4,\cdots,n,\cdots$ 中的偶数和奇数怎样写成一般的表示式？

分析与解　(1) 我们先来用字母表示偶数.

什么是偶数呢？“偶数是 2 的倍数”. 例如，

$$2 = 2 \times 1,$$
$$4 = 2 \times 2,$$
$$6 = 2 \times 3,$$
$$8 = 2 \times 4,$$
$$\cdots\cdots$$

如果我们用字母 n 表示上面各式中的 1,2,3,4,…,那么

$$2,4,6,8,10,\cdots$$

这些所有的偶数,就可表示为 $2\times n$.

(2) 我们再来用字母表示奇数.

什么是奇数呢?"奇数就是比偶数小 1 的数".例如,

$$1=2\times1-1,$$
$$3=2\times2-1,$$
$$5=2\times3-1,$$
$$7=2\times4-1,$$
$$\cdots\cdots$$

如果我们用字母 n 表示上列诸式中的 1,2,3,4,…,那么

$$1,3,5,7,9,\cdots$$

这些所有的奇数,就可表示为 $2\times n-1$.

因此偶数的一般表示式为 $2n$;奇数的一般表示式为 $2n-1$.

问题 1 用含有字母 n 的式子表示"3 的倍数".

用字母表示数写出的式子,有以下要求,同学们务必注意:

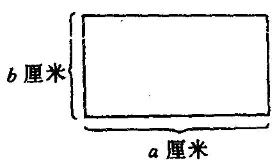


图 1-1

(1) 两个字母表示的乘积,或一个数字和一个字母的乘积中,可以省去乘号.

例如,长方形的长为 a 厘米,宽为 b 厘米,如图 1-1 所示,那么

$$长方形的面积=a\times b=ab(平方厘米),$$
$$长方形的周长=2\times a+2\times b=2a+2b(厘米).$$

(2) 在字母和数字表示的积中,把数字写在字母的前面.

例如,一支铅笔 a 角钱,买了 8 支,应付

$$a\times8=8a(角).$$

问题 2 略去下列各式中的乘号:

(1) $9\times a$; (2) $b\times x$;

(3) $a\times4\times y$; (4) $7\times x\times y\times z$;

(5) $2\times\pi\times r$.

例 3 写出学过的加法和乘法的运算律.

解 设 a,b,c 表示数.

(1) 加法交换律：$a+b=b+a$；

(2) 加法结合律：$(a+b)+c=a+(b+c)$；

(3) 乘法交换律：$ab=ba$；

(4) 乘法结合律：$(ab)c=a(bc)$；

(5) 分配律： $a(b+c)=ab+ac$， 或 $(b+c)a=ba+ca$.

例 4 验证学过的分配律

$$(b+c)a=ba+ca$$

的正确性.

分析与解 我们可以分别给 a,b,c 任意取一些数值，分别代入上式的左右两边，看看它们是否相等.

如果设 $a=2$，$b=3$，$c=4$，那么

$$\text{左边}=(b+c)a=(3+4)\times 2=7\times 2=14,$$

$$\text{右边}=ba+ca=3\times 2+4\times 2=6+8=14.$$

又如果设 $a=1$，$b=2$，$c=3$，那么

$$\text{左边}=(b+c)a=(2+3)\times 1=5\times 1=5,$$

$$\text{右边}=ba+ca=2\times 1+3\times 1=2+3=5.$$

上面分别用两组数代入式子的两边，都有左边＝右边. 因此，$(b+c)a=ba+ca$ 经验证是成立的.

像例 4 那样，用数值代替式子里的字母叫做代入，代入以后求出来的结果叫做式子的值(或代数式的值).

问题 3 试用 $a=2$，$b=5$，$c=6$ 来验证乘法结合律

$$(ab)c=a(bc).$$

例 5 王师傅每小时生产 x 个零件，第一天工作了 6 小时，第二天工作了 8 小时，求两天中，王师傅共生产了多少个零件？

分析与解 (1) 先分别求出这两天中，每天生产的零件个数，

再相加，得 $6x+8x$；

(2) 先求出两天中一共工作了多少小时，再乘以每小时生产的零件个数，得 $(6+8)x$，即 $14x$.

两种方法的结果应该相等，即

$$6x+8x=(6+8)x=14x.$$

上例实际上是应用分配律对式子进行了化简，这启发我们可以利用运算律化简代数式求值.

例 6 化简下列各式：

(1) $3a+4a$；　　(2) $5b+3b-2b$；

(3) $9x-7x+2x$；　　(4) $6x+3y-2x-y$；

(5) $2(x+1)+3x$；　　(6) $3(2y-1)-4y$；

(7) $5x-(2x+3)$；　　(8) $6y-(3+5y)$.

解 (1) $3a+4a=(3+4)a=7a$；

(2) $5b+3b-2b=(5+3-2)b=6b$；

(3) $9x-7x+2x=(9-7+2)x=4x$；

(4) $6x+3y-2x-y=(6x-2x)+(3y-y)$

$=(6-2)x+(3-1)y=4x+2y$；

(5) $2(x+1)+3x=2x+2+3x=(2x+3x)+2$

$=(2+3)x+2=5x+2$；

(6) $3(2y-1)-4y=6y-3-4y=(6y-4y)-3$

$=(6-4)y-3=2y-3$；

(7) $5x-(2x+3)=5x-2x-3=(5x-2x)-3$

$=(5-2)x-3=3x-3$；

(8) $6y-(3+5y)=6y-3-5y=(6y-5y)-3$

$=(6-5)y-3=y-3$.

例 7 如图 1-2，长方形的长为 b 米，宽为 a 米，剪去边宽为 2 米的四框，里边还是一个长方形，设里面长方形的面积为 S，试求 S.

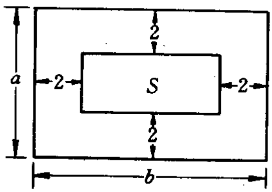


图 1-2

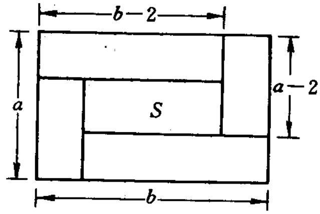


图 1-3

分析与解 采用不同的分割方法,将有不同的解法.

(1) 如图 1-3 所示,

$$
\begin{aligned}
S &= ab - 2\times 2(a-2) - 2\times 2(b-2)\\
&= ab - 4(a-2) - 4(b-2)\\
&= ab - 4a + 8 - 4b + 8\\
&= (ab - 4a - 4b + 16)\ (\text{平方米});
\end{aligned}
$$

(2) 如图 1-4,

$$
\begin{aligned}
S &= ab - 2\times 2(a-4) - 2\times 2b\\
&= ab - 4(a-4) - 4b\\
&= ab - 4a + 16 - 4b\\
&= (ab - 4a - 4b + 16)\ (\text{平方米});
\end{aligned}
$$

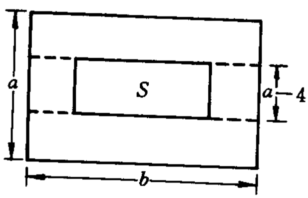


图 1-4

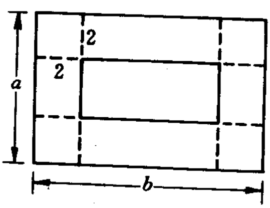


图 1-5

(3) 如图 1-5,

$$
\begin{aligned}
S &= ab - 2\times 2(b-4) - 2\times 2(a-4) - 4\times 2\times 2\\
&= ab - 4(b-4) - 4(a-4) - 16\\
&= ab - 4b + 16 - 4a + 16 - 16\\
&= (ab - 4a - 4b + 16)\ (\text{平方米}).
\end{aligned}
$$

三种分割方法求出的结果都是一样的.

问题 4 在例 7 中,如果 a,b 分别取下表中第一、二行的不同数值,对于每一列分别求出第三行对应的 S 值.

a	5	6	7	9	10
b	7	8	8	11	12
S					

问题答案

问题 1 $3n$.

问题 2 (1) $9a$; (2) bx; (3) $4ay$; (4) $7xyz$; (5) $2\pi r$.

问题 3 $(2\times5)\times6=10\times6=60$, $2\times(5\times6)=2\times30=60$.

问题 4

a	5	6	7	9	10
b	7	8	8	11	12
S	3	8	12	35	48

习 题 一

1. 回答下列各题:

(1) 每件上衣 a 元,用 100 元买了 3 件,还剩多少元?

(2) 每小时步行 4 公里,t 小时走了多少公里?

(3) 今有 5 个人,每人出 x 元,买 y 元的物品,还剩多少元?

2. 用含有字母的式子表示下列各题的结果:

(1) a 与 b 的和;

(2) a 与 b 的差;

(3) a 的 2 倍与 b 的 3 倍的和;

(4) x 与 y 的和减去 x 与 y 的差.

3. 化简下列各式:

(1) $3x+2x$;

(2) $5x-6x+2x$;

(3) $3y-y+12y$;

(4) $9x-2(x-1)$;

(5) $5x-3(x+1)$.

4. 当 $a=2, b=3, c=4$ 时，求下列各式中 x, y 的值：

(1) $x=a+b+c$;

(2) $x=abc$;

(3) $y=a+2b-c$;

(4) $y=a+2ab+b$.

5. 三个数 A, B, C，已知 $A-B=5, A+C=14, B-C=1$，求 A, B, C 各是多少？

第二讲　观察与计算

数字似乎是枯燥无味的，但用数字组合起来的某些思考题却是引人入胜的. 如果你善于观察，识破其中的奥妙，不仅会提高你的思考能力，还会增加学习数学的兴趣. 下面举几个例题试试看.

例 1　试用观察和心算，用最快速度作出下面三题，看看你用了多少秒？

(1)	2	(2)	24	(3)	451
	6		36		332
	4		82		276
	8		51		815
	1		48		184
	5		17		723
	3		63		667
	+ 7		+ 75		+ 548

分析与解　由观察可知：每个题都是八个数相加，并且个位、十位、百位上都是相同的 8 个数字(1，2，3，4，5，6，7，8)相加，只是次序不同，但对求和没有影响. 若设 $a_1, a_2, a_3, a_4, \cdots, a_8$ 表示个位、十位或百位上的数字，则有

$$
\begin{array}{r}
a_1 \\
a_2 \\
a_3 \\
9 \quad 9 \quad a_4 \quad 9 \quad 9 \\
a_5 \\
a_6 \\
a_7 \\
+\ a_8 \\
\hline
36
\end{array}
$$

即 $$a_1+a_8=a_2+a_7=a_3+a_6=a_4+a_5=9,$$

所以

(1)的和为：$4\times9=36$；

(2)的和为：$4\times9\times10+4\times9=360+36=396$；

(3)的和为：$4\times9\times100+4\times9\times10+4\times9$

$=3600+360+36=3996.$

例 2 不用竖式计算，只用观察法看下面左、右两式的特点，说出哪个算式的和较大.

$$\begin{array}{lr} & 8.7654321 \\ & 0.7654321 \\ & 0.0654321 \\ & 0.0054321 \\ & 0.0004321 \\ & 0.0000321 \\ & 0.0000021 \\ + & 0.0000001 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{lr} & 1.2345678 \\ & 1.2345670 \\ & 1.2345600 \\ & 1.2345000 \\ & 1.2340000 \\ & 1.2300000 \\ & 1.2000000 \\ + & 1.0000000 \\ \hline \end{array}$$

分析与解 通过观察发现：左、右两题都是由 8 位小数组成的 8 个数的相加式，比较左、右两题各位上的数字，可得：

个位上的数字：$8=1+1+1+1+1+1+1+1$；

十分位上的数字：$7+7=2+2+2+2+2+2+2$；

百分位上的数字：$6+6+6=3+3+3+3+3+3$；

千分位上的数字：$5+5+5+5=4+4+4+4+4$；

万分位上的数字：$4+4+4+4+4=5+5+5+5$；

十万分位上的数字：

$$3+3+3+3+3+3=6+6+6;$$

百万分位上的数字：

$$2+2+2+2+2+2+2=7+7;$$

千万分位上的数字：

$$1+1+1+1+1+1+1+1=8.$$

这就是说，左、右两个算式中，个位、十分位、百分位、…上的数字之和对应相等，所以左、右两式的和必定相等.

例 3 下面的算式是用字母代替 0～9 中的数字组成的数字谜，请观察各式的特点，运用算术运算法则，把它们解出来.

(1)
$$\begin{array}{r} ABC \\ \times\quad DEED \\ \hline ABC \\ ABC \\ \hline ABC345 \end{array}$$

(2)
$$\begin{array}{r} DE \\ 76\overline{)1xyC} \\ \underline{1xD} \\ FC \\ \underline{FC} \\ 0 \end{array}$$

(3)
$$\begin{array}{r} xxxx \\ yyyy \\ +\quad zzzz \\ \hline yxxxz \end{array}$$

分析与解 （1）由观察，$ABC\times D=ABC$，可知 $D=1$，$A=3$，$B=4$，$C=5$，$E=0$，所以，原式为

$$\begin{array}{r} 345 \\ \times\quad 1001 \\ \hline 345 \\ 345 \\ \hline 345345 \end{array}$$

（2）由于 $D\times 76=1xD$，所以 $D=2$，而 $2\times 76=152$，所以 $x=5$. 这样，原式变为

$$\begin{array}{r} 2E \\ 76\overline{)15yC} \\ \underline{152} \\ FC \\ \underline{FC} \\ 0 \end{array}$$

由于，$E\times 76=FC$，所以 $E=1$，$F=7$，$C=6$. 因此，原式变为

$$\begin{array}{r} 21 \\ 76\overline{)15y6} \\ \underline{152} \\ 76 \\ \underline{76} \\ 0 \end{array}$$