配合普通高中课程标准实验教科书

新课程导学

数学选修 2−1

A 版

人民教育出版社中学数学室
广东省教育厅教研室
策划组编

人民教育出版社

配合普通高中课程标准实验教科书

新课程导学

数学 2-1 选修

A 版

人民教育出版社中学数学室
广 东 省 教 育 厅 教 研 室　　策划组编

人民教育出版社

配合普通高中课程标准实验教科书
新课程导学
数学 2-1 选修
A 版
人民教育出版社中学数学室
广 东 省 教 育 厅 教 研 室 策划组编
*
人民教育出版社出版发行
网址：http：//www.pep.com.cn
北京汇林印务有限公司印装 全国新华书店经销
*
开本：787 毫米×1 092 毫米 1/16 印张：8.5 字数：176 000
2005 年 6 月第 1 版 2006 年 8 月第 1 次印刷
ISBN 7－107－18805－4
G·11895(课) 定价：9.90 元
如发现印、装质量问题，影响阅读，请与出版科联系调换。
（联系地址：北京市海淀区中关村南大街 17 号院 1 号楼 邮编：100081）

《新课程导学·数学》编委会

丛 书 主 编　吕伟泉　徐　勇

丛书编委会　陈利群　戴立波　黄文毓　黄玉平　黄开明
梁　山　廖树钊　郭志勇　杨俊瑜　杨加林
徐山洪　曾令鹏　李义仁

本 册 主 编　黄开明

编 写 人 员　房梅生　蔡建辉　方葵旋　刘学武　彭文献
谢伟业　杨燕亮　许丹敏　刘　荣　张　颖
熊淑芹　吴洁芳　陈奕珊

责 任 编 辑　章建跃

说　明

本书依据《普通高中数学课程标准（实验）》和人民教育出版社《普通高中课程标准实验教科书·数学 A 版》编写，作为学生学习的辅助用书.

本书努力做到面向全体学生，注重不同学生不同的学习需求，将“知识与能力”“学习与自学”“课内与课外”“达标与拓展”“应用与探究”有机结合，使每一个使用本书的学生都能学有所成，学有所得. 本书力求在以下几个方面有所突破.

面向全体：充分考虑学生的不同需要，设置了基础、能力、提高等栏目，使每一个学生都能通过努力，从本书学到知识，取得进步，从而体会学习的乐趣.

注重自学：将提高学生的自学能力作为主要目标之一. 通过阅读思考、课外阅读、背景知识等培养学生的自学兴趣，引导学生掌握自学方法，学会提出问题，思考问题，寻找解决问题的途径和方法，使学生通过自学取得成功.

题目设置：根据教科书的章节结构编选习题，做到与教科书紧密配合. 例题和习题体现新、精及开放、应用、分层等特点. 新主要是指题型新、背景材料新；精主要是指题量少而不影响知识的覆盖，另外还设置了一些开放性、应用性习题. 习题按照基础、能力、提高划分层次.

由于时间仓促，而且本书编写中作了一些新的尝试，编选了大量新题，因此本书可能存在疏漏之处，恳切地期待读者的批评和建议.

编　者

2005 年 7 月

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

目　　录

第一章 常用逻辑用语

1.1 命题及其关系

一、问题导入

在日常生活中，为了使表达更加准确、清楚、简捷，我们常常要用一些逻辑用语．因此正确地使用逻辑用语是现代社会公民应具备的基本素质．无论是进行思考、交流，还是从事各项工作，都需要正确地运用逻辑用语表达自己的思维，使得思维清晰明了，说理有据．要实现上述目标，掌握命题的有关知识是很重要的.

二、学习目标

1. 理解命题的概念，掌握命题的表示形式.
2. 能判断一个命题的真假.
3. 理解一个命题的真假与其它三个命题真假间的关系.
4. 理解四种命题之间的相互关系.

三、阅读思考

问题 1 命题的含义

用语言、符号或式子表达的，可以判断真假的陈述句叫做命题. 其中判断为真的语句叫做真命题，判断为假的语句叫做假命题.

问题 2 如何判断一个语句是不是命题

判断一个语句是不是命题必须符合两个条件：

(1) 是陈述句；

(2) 可以判断真假.

问题 3 命题的一般表示形式

命题的一般表示形式是“若 p，则 q”的形式；或“如果 p，那么 q”的形式.

问题4 四种命题的含义

对于两个命题，如果一个命题的条件和结论分别是另一个命题的结论和条件，那么我们把这样的两个命题叫做互逆命题，其中一个叫原命题，另一个命题叫做原命题的逆命题.

如果原命题为“若 p，则 q”，则它的逆命题为“若 q，则 p”.

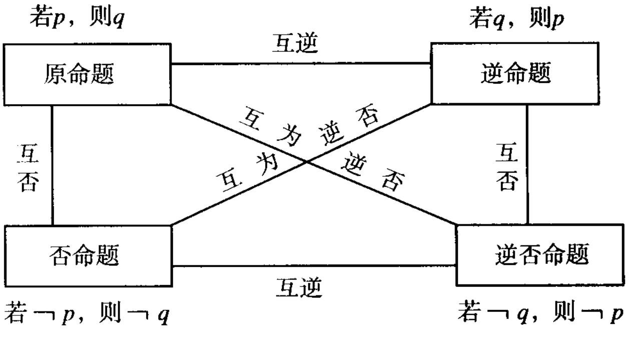
对于两个命题，如果一个命题的条件和结论恰好是另一个命题的条件的否定和结论的否定，那么我们把这样的两个命题叫做互否命题．其中一个叫原命题，另一个命题叫做原命题的否命题.

如果原命题为“若 p，则 q”，则它的否命题为“若 $\neg p$，则 $\neg q$”.

对于两个命题，如果一个命题的条件和结论恰好是另一个命题的结论的否定和条件的否定，那么我们把这样的两个命题叫做互为逆否命题，其中一个叫原命题，另一个命题叫做原命题的逆否命题.

如果原命题为“若 p，则 q”中它的逆否命题为“若 $\neg q$，则 $\neg p$”.

问题5 四种命题的关系



问题6 四种命题的真假有且仅有下面四种情况

原命题	逆命题	否命题	逆否命题
真	真	真	真
真	假	假	真
假	真	真	假
假	假	假	假

问题7 四种命题的真假关系如下：

（1）两个命题互为逆否命题，它们有相同的真假性；

（2）两个命题为互逆命题或互否命题，它们的真假性没有关系.

① 原命题为真，它的逆命题不一定为真.

② 原命题为真，它的否命题不一定为真.

③ 原命题为真，它的逆否命题一定为真．

四、基础·能力·提高

基 础

例 1 判断下列语句是不是命题.

(1) 昨天下雨;

(2) $x>3$;

(3) $2x+3=5$;

(4) 你去学校吗?

(5) 对顶角相等.

解:(1) 是命题,因为是陈述句且能判断真假;

(2) 不是命题,虽然是陈述句,但不能判断真假;

(3) 不是命题,虽然是陈述句,但不能判断真假;

(4) 不是命题,不是陈述句;

(5) 是命题,因为是陈述句且能判断真假.

例 2 写出命题"若 $xy=0$ 则 $x=0$ 或 $y=0$"的逆命题、否命题、逆否命题.

解:逆命题:若 $x=0$ 或 $y=0$,则 $xy=0$;

否命题:若 $xy\neq0$,则 $x\neq0$ 且 $y\neq0$;

逆否命题:若 $x\neq0$ 且 $y\neq0$,则 $xy\neq0$.

能 力

例 3 把命题"正方形的四条边相等"改写成"若 p 则 q"的形式,写出它们的逆命题,否命题与逆否命题,并判断真假.

注:关键是找出所给原命题的条件 p 与结论 q.

分析:命题的条件 p:"一个四边形是正方形";结论 q:"这个四边形的四条边相等".

解:把原命题改写成"若 p 则 q"的形式为:

若一个四边形是正方形,则它的四条边相等.

逆命题是:若一个四边形的四条边相等,则它是正方形. 该命题是假命题.

否命题:若一个四边形不是正方形,则它的四条边不相等. 该命题是假命题.

逆否命题:若一个四边形的四条边不相等,则它不是正方形. 该命题是真命题.

例 4 写出 (1) 命题"若 $a\neq0$ 且 $b\neq0$,则 $ab\neq0$"的否命题;

(2) 命题"若 $a\neq0$ 或 $b\neq0$,则 $a^2+b^2>0$"的否命题.

解：(1) 若 $a=0$ 或 $b=0$，则 $ab=0$；

(2) 若 $a=0$ 且 $b=0$，则 $a^2+b^2\leqslant 0$.

点评："p 或 q" 的否定形式是 "(非 p) 且 (非 q)"；

"p 且 q" 的否定形式是 "(非 p) 或 (非 q)".

例 5 判断下列命题的真假：

(1) 若函数 $f(x)$，为奇函数，则 $f(0)=0$；

(2) 垂直于同一平面的两直线互相平行；

(3) 函数 $f(x)=\sin^2 x-2\sin x\cos x$ 是以 π 为周期的周期函数；

(4) 若 $\cos\alpha\cos\beta=1$，则 $\sin(\alpha+\beta)=0$.

解：(1) 当 $f(x)$的定义域不取 0 时，$f(0)$无意义，故该命题为假命题；

(2) 显然该命题为真命题；

(3) $f(x)=2\sin^2 x-2\sin x\cos x=1-\cos 2x-\sin 2x=1-\sqrt{2}\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$，

它是以 π 为周期的周期函数，故该命题为真命题.

(4) 因 $|\cos\alpha|\leqslant 1$，$|\cos\beta|\leqslant 1$，由 $\cos\alpha\cos\beta=1$ 得

$\cos\alpha=\cos\beta=1$ 或 $\cos\alpha=\cos\beta=-1$，

故 $\sin\alpha=\sin\beta=0$. 故 $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta=0$. 原命题为真.

提 高

例 6 写出命题"若 $m>0$，则 $x^2+x-m=0$ 有实数根"的逆命题，并判断原命题与它的逆命题的真假.

解：逆命题：若 $x^2+x-m=0$ 有实数根，则 $m>0$.

因为 $m>0$ 时，$\Delta=1+4m>0$，所以方程 $x^2+x-m=0$ 有实数根.

所以原命题为真.

当 $m=0$ 时，显然方程 $x^2+x-m=0$ 有实数根，所以逆命题为假.

例 7 设原命题是："当 $c>0$ 时，若 $a>b$，则 $ac>bc$"，写出它的逆命题、否命题与逆否命题，并判断它门的真假.

分析："当 $c>0$ 时" 是大前提，写其它命题时应该保留. 原命题的条件是 $a>b$，结论是 $ac>bc$.

解：逆命题：当 $c>0$ 时，若 $ac>bc$，则 $a>b$ (真)；

否命题：当 $c>0$ 时，若 $a\leqslant b$，则 $ac\leqslant bc$ (真)；

逆否命题：当 $c>0$ 时，若 $ac\leqslant bc$，则 $a\leqslant b$ (真).

例 8 写出"若 $x^2+y^2=0$，则 x，y 全为 0"的逆命题、否命题与逆否命题.

分析：原命题的条件是 $x^2+y^2=0$，结论是 x，y 全为 0.

解：逆命题：若 x，y 全为 0，则 $x^2+y^2=0$；

否命题：若 $x^2+y^2\neq0$，则 x，y 不全为 0；

逆否命题：若 x，y 不全为 0，则 $x^2+y^2\neq0$.

说明：该题中"x，y 全为 0"的否定形式包括 $x\neq0$，$y=0$ 或 $x=0$，$y\neq0$.

例 9 判断下列命题的真假：

(1) 命题"当 $m<1$ 时抛物线 $y=x^2+2x+m$ 与 x 轴有交点"的逆否命题；

(2) 命题"若 $x\neq y$ 或 $x\neq-y$ 则 $x^2\neq y^2$".

解：(1) 原命题的逆否命题是

"若抛物线 $y=x^2+2x+m$ 与 x 轴没有交点，则 $m\geqslant1$".

因为抛物线 $y=x^2+2x+m$ 与 x 轴没有交点，

所以 $\Delta=4-4m<0$，即 $m>1$，因此，必有 $m\geqslant1$.

所以原命题为真命题.

(或：因为 $m<1$，$\Delta=4-4m$，所以 $\Delta>0$，即原命题为真，故逆否命题为真命题).

(2) 因为原命题的逆否命题为"若 $x^2=y^2$，则 $x=y$ 且 $x=-y$"，其实质是"若 $x^2=y^2$，则 $x=y=0$"，显然它是假命题.

所以原命题为假命题.

例 10 写出命题"若 $x+y=5$，则 $x=3$ 且 $y=2$"的逆命题、否命题和逆否命题，并判断它们的真假.

解：逆命题：若 $x=3$ 且 $y=2$，则 $x+y=5$. 真命题.

否命题：若 $x+y\neq5$，则 $x\neq3$ 或 $y\neq2$. 真命题.

逆否命题：若 $x\neq3$ 或 $y\neq2$，则 $x+y\neq5$. 假命题.

五、挑战自我

基 础

1. 下列语句不是命题的是（　　）.

A. 2 是奇数.　　　　B. 他是学生.

C. 你学过高等数学吗？　　　　D. 明天不会下雨.

2. 下列语句中是命题的是（　　）.

A. 语文和数学　　　　B. $\sin 45^\circ=1$

C. x^2+2x-1　　　　D. 集合与元素

3. 命题"若 $a\in M$，则 $b\notin M$"的等价的命题是（　　）.

A. $a\in M$，或 $b\notin M$　　　　B. 若 $b\notin M$，则 $a\in M$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

C. 若 $a\notin M$，则 $b\in M$　　D. 若 $b\in M$，则 $a\notin M$

4. 有下列四个命题：

(1)“若 $xy=1$，则 x，y 互为倒数”的逆命题；

(2)“面积相等的三角形全等”的否命题；

(3)“若 $m\leqslant 1$，则 $x^2-2x+m=0$ 有实根”的逆否命题；

(4)“若 $A\cap B=B$，则 $A\subseteq B$”的逆否命题.

其中真命题是

A. (1)(2)　　B. (2)(3)

C. (1)(2)(3)　　D. (3)(4)

5. 下列各组中的两个命题互为等价的是

A. $A\cap B=A$ 与 $A\cup B=B$　　B. $a\in A$ 与 $a\in A\cup B$

C. $a\in A$ 与 $a\in A\cap B$　　D. $a\in A\cap B$ 与 $a\in A\cup B$

6. 下列四个命题：

① $f(x)=\sqrt{x-2}+\sqrt{1-x}$是一个函数；

② 函数是其定义域到值域的映射；

③ 函数 $y=2x(x\in \mathbf{N})$的图象是一条直线；

④ 函数 $f(x)=\begin{cases}x^2(x\geqslant 0),\\ -x(x<0)\end{cases}$ 的图象是一条抛物线.

其中正确的有（　　）.

A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

7. 填写下列命题的否定形式：

(1) $a>0$，或 $b\leqslant 0$ ________；(2) 集合 $A.B$，$A\subseteq B$ ________.

8. 设命题甲：$x+y\neq 3$，若命题乙是命题甲的逆否命题，则命题乙为________.

能　力

9. 下列语句

① 你是一名中学生吗？

② 斜率相等的两条直线难道不平行吗？

③ 没有为偶数的质数.

④ $x<3$，或 $x>5$.

⑤ $5\geqslant 5$ 或 $3+1=5$.

其中不是命题的是（　　）.

A. ①④　　B. ①④⑤　　C. ①②④　　D. ①②④⑤

10. 已知下列三个命题：

① 方程 $x^2-x+2=0$ 的判别式小于或等于零；② 矩形的对角线互相垂直且平分；③ 2 是质数.

其中真命题是（　　）.

A. ①和②　　B. ①和③　　C. ②和③　　D. 只有①

11. 下列四个命题：

(1) 面积相等的两个三角形全等；

(2) 在实数集内，负数不能开平方；

(3) 如果 $m^2+n^2\neq0$（$m\in\mathbf{R}$，$n\in\mathbf{R}$），那么 $m\cdot n\neq0$；

(4) 一元二次不等式都可化为一元一次不等式组求解.

其中正确命题的个数是（　　）.

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

12. 在命题"若抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的开口向下，则 $\{x\mid ax^2+bx+c<0\}\neq\varnothing$"的逆命题、否命题、逆否命题中结论成立的是（　　）.

A. 都真　　B. 都假　　C. 否命题真　　D. 逆否命题真

13. 一个命题与它的逆命题、否命题、逆否命题这四个命题中（　　）.

A. 真命题的个数一定是奇数

B. 真命题的个数一定是偶数

C. 真命题的个数可能是奇数也可能是偶数

D. 上述判断都不正确

14. 原命题"在空间没有公共点的两条直线是异面直线"，则下列说法正确的是（　　）.

A. 原命题是真命题　　B. 逆命题是假命题

C. 否命题是假命题　　D. 逆命题是真命题

15. 判断下列语句是否是命题，若是，判断其真假并说明理由.

(1) 矩形难道不是平行四边形吗？

(2) 垂直于同一条直线的两条直线必平行吗？

(3) $x+y$ 是有理数，则 x、y 也都是有理数.

(4) 求证 $x\in\mathbf{R}$，方程 $x^2+x+1=0$ 无实根.

(5) 一个数不是合数就是质数.

(6) 在同一个三角形中，大角所对的边大于小角所对的边.

提　高

16. 判断命题"若二次函数 $y=ax^2-cx+b$ 中，$c=a+b$，则该二次函数的图象与 x 轴有公共点"的逆否命题的真假.

17. 已知：p：方程 $x^2+mx+1=0$ 有两个不等的实根；q：方程 $4x^2+4(m-2)x+1=0$

无实根. 若 p 或 q 为真，p 且 q 为假，求 m 的取值范围.

六、挑战自我答案

1. C.　2. B.　3. D.　4. C.　5. A.　6. A.

7. (1) $a\leqslant 0$ 且 $b>0$；(2) 集合 A，B，$A\not\subset B$.

8. $x+y=3$.

9. C.　10. B.　11. A.　12. D.　13. B.　14. D.

15. (1) 不是命题；(2) 不是命题；(3) 是命题，且是假命题；(4) 不是命题；(5) 是命题，且是真命题；(6) 是真命题.

16. 解：因为 $\Delta=c^2-4ab$，而 $c=a+b$，所以 $\Delta=(a+b)^2-4ab=(a-b)^2\geqslant 0$，所以该二次函数的图象与 x 轴有公共点．所以原命题为真命题.

由原命题和它的逆否命题同真假，原命题的逆否命题为真.

17. 解：因 p 或 q 为真，p 且 q 为假，故 p、q 一真一假；

当 p 为真时，$m<-2$，或 $m>2$；当 q 为真时，$1\leqslant m\leqslant 3$. 故当 p 为真 q 为假时，$m<-2$，或 $m>3$.

故当 p 为假 q 为真时，$1\leqslant m\leqslant 2$.

故 m 的取值范围为 $m<-2$，或 $1\leqslant m\leqslant 2$ 或 $m>3$.

1.2 充分条件与必要条件

一、问题导入

前面我们已学习了命题及命题真假的判断．我们发现有的命题可以由条件推得结论，有的不能. 另外，有的命题只要结论成立，就一定不能少了命题给出的条件，但仅有这个条件，结论还不能成立，如“若两三角形对应的角相等，则两三角形全等”. 那么，命题中的条件与结论到底有怎样的关系呢？这就是我们本节要学习的内容.

二、学习目标

1. 理解充分条件与必要条件的概念.
2. 能判断命题的条件与结论间的充分关系、必要关系.
3. 理解充要条件的概念.

4. 掌握判断命题的条件的充要性的方法.

5. 培养学生的逻辑推理能力.

三、阅读思考

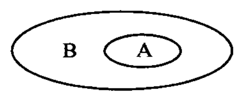
问题 1　充分条件与必要条件的概念

一般地，“若 p，则 q” 为真命题，即指由 p 通过正确的推理可得出 q，即 $p\Rightarrow q$，这时，称 p 是 q 的充分条件，q 是 p 的必要条件.

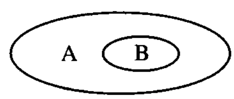
要理解充分条件与必要条件的定义实质：若 $p\Rightarrow q$，则 p 是 q 的充分条件，所谓“充分”即指要使 q 成立，有 p 成立就足够了，但 p 不一定唯一. 而 q 是 p 的必要条件，所谓“必要”是指 q 是 p 成立的必不可少条件. 如“某人是中学生”是“某人是学生”的充分条件，而“某人是学生”是“某人是中学生”的必要条件.

问题 2　从集合关系理解充分条件、必要条件

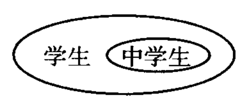
① 若 $A\subseteq B$，则 A 是 B 的充分条件.



② 若 $A\supseteq B$，则 A 是 B 的必要条件.



从集合的观点来判断充分条件、必要条件，借助直观的图象，可进一步加深对概念的理解. 如问题 1 中可记 $A=\{$中学生$\}$，$B=\{$学生$\}$，显然，A 是 B 充分条件，B 是 A 必要条件.

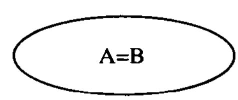


问题 3　充要条件的概念

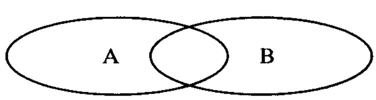
一般的，如果既有 $p\Rightarrow q$，又有 $q\Rightarrow p$，则称 p 是 q 的充分必要条件，简称充要条件，记为 $p\Leftrightarrow q$. 由定义可知，若 p 是 q 的充要条件，则 q 也是 p 充要条件，即 p 与 q 互为充要条件.

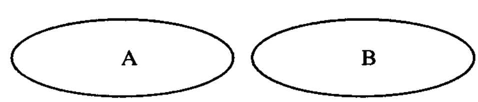
问题 4　从集合观点理解充要条件、不充分也不必要条件

(1) 若 $A=B$，则 A，B 互为充要条件；



(2) 若 $A\not\subset B$，且 $B\not\subset A$，则 A 既不是 B 的充分条件，也不是必要条件.





问题 5　理解充要条件的同义词语

在数学术语中，与充要条件具有相同意义的词语还有“当且仅当”、“必须且只须”、“等价于”等.

问题 6 判断命题与命题间的关系步骤

一般有以下步骤：

（1）确定条件是什么，结论是什么；

（2）尝试从条件推出结论，结论推出条件；

（3）确定条件是结论的什么条件.

四、基础·能力·提高

基 础

例 1 判断下列命题的真假，并说明理由.

（1）“$(x-2)(y+3)=0$”是“$(x-2)^2+(y+3)^2=0$”的必要条件；

（2）“内错角相等”是“两直线平行”的充分条件；

（3）“两三角形全等”是“两三角形面积相等”的必要条件；

（4）“$\frac{1}{x}<1$”是“$x>1$”的充分条件.

分析：运用充分条件、必要条件的定义进行判断.

解：（1）由$(x-2)^2+(y+3)^2=0$得 $x=2$且 $y=-3$.

$x=2$且 $y=-3\Rightarrow(x-2)(y+3)=0$.

所以，“$(x-2)(y+3)=0$”是“$(x-2)^2+(y+3)^2=0$”的必要条件. 命题为真.

（2）因为“内错角相等”$\Rightarrow$“两直线平行”，故命题为真.

（3）因为面积相等的两个三角形不一定全等，故命题为假.

（4）由$\frac{1}{x}<1$ 得 $x<0$ 或 $x>1$，故 $\frac{1}{x}<1$，不一定“$x>1$”，故命题为假命题.

例 2 从“充分不必要”“必要不充分”“充要”“不充分也不必要”中选出适当的一种填空.

（1）“$ac=bc$”是“$a=b$”的________条件；

（2）“$x<-4$”是“$x<-1$”的________条件；

（3）“同旁内角互补”是“两直线平行”的________条件；

（4）“$b=0$”是“函数 $y=kx+b(k\neq0)$的图象过原点”的________条件；

（5）“$a>b$”是“$a^2>b^2$”的________条件；

（6）“$ab\neq0$”是“$a\neq0$”的________条件.

分析：由各题的条件和结论，根据定义来判断是哪种关系.

解：（1）因为 $a=b\Rightarrow ac=bc$，而 $ac=bc\nRightarrow a=b$，所以应填“必要不充分”；

(2) 因为 $x<-4 \Rightarrow x<-1$，而 $x<-1 \nRightarrow x<-4$，所以应填“充分不必要”；

(3) 因为同旁内角互补 $\Leftrightarrow$ 两直线平行，所以应填“充要”；

(4) 因为 $b=0 \Leftrightarrow y=kx+b$ 的图象过原点，所以应填“充要”；

(5) 因为 $a>b \nRightarrow a^2>b^2$，而 $a^2>b^2 \nRightarrow a>b$，所以应填“不充分也不必要”；

(6) 因为 $ab\neq 0 \Rightarrow a\neq 0$，而 $a\neq 0 \nRightarrow ab\neq 0$，所以应填“充分不必要”.

例 3　下列判断正确的个数是（　　）.

(1) $x^2=y^2$ 是 $x=-y$ 的必要不充分条件；

(2) 方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 有实根的充要条件是 $b^2-4ac\geqslant 0$；

(3) $\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$ 当且仅当 $a^2+b^2=c^2$；

(4) $\triangle ABC$ 中 $AB=AC$ 是 $\angle B=\angle C$ 的充要条件.

A. 1　　　　B. 2　　　　C. 3　　　　D. 4

解：(1) $x^2=y^2 \nRightarrow x=-y$，而 $x=-y \Rightarrow x^2=y^2$；

(2) $b^2-4ac\geqslant 0 \Leftrightarrow$ 方程 $ax^2+bx+c=0$ 有实根；

(3) $\triangle ABC$ 中 $\angle C=90° \Leftrightarrow a^2+b^2=c^2$；

(4) $\triangle ABC$ 中 $AB=AC \Leftrightarrow \angle B=\angle C$.

故选 D.

例 4　指出下列命题中，p 是 q 的什么条件？

(1) p：$a>b$，q：$a^3>b^3$ (a，$b\in\mathbf{R}$)；

(2) p：$\triangle ABC$ 是锐角三角形，q：$\triangle ABC$ 是等腰三角形.

分析：考虑 p 能否推出 q，q 能否推出 p，再确定关系.

解：(1) 因为 $a>b \Leftrightarrow a^3>b^3$，故 p 是 q 的充要条件；

(2) 因为锐角三角形 $\nRightarrow$ 等腰三角形，而等腰三角形 $\nRightarrow$ 锐角三角形，所以 p 是 q 的不充分也不必要条件.

能　力

例 5　若已知 A 是 B 的充分条件，C 是 D 的必要条件，而 B 是 C 充分的条件，同时也是 D 的充分条件，则 D 是 A 的________条件，A 是 C 的________条件.

分析：由充分、必要条件定义可知，A，B，C，D 有如下关系：

$$\begin{tikzcd} A \arrow[r, Rightarrow] & B \arrow[r, Rightarrow] \arrow[d, Rightarrow] & D \arrow[dl, Rightarrow] \\ & C & \end{tikzcd}$$

解：由上关系可知，D 是 A 的必要条件，A 是 C 的充分条件.

例 6　已知数列 $\{a_n\}$，那么“对任意 $n\in\mathbf{N}^*$，点 $P_n(n, a_n)$ 都在直线 $y=2x+1$ 上”是“$\{a_n\}$ 为等差数列”的（　　）条件.

A. 必要不充分　　B. 充分不必要　　C. 充要　　D. 既不充分也不必要

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com