志鸿优化系列丛书

丛书主编 任志鸿

YOUHUAKETANG

优化 ZUOYEBEN

课堂作业本

数学

高二上册

南方出版社

志鸿优化系列丛书

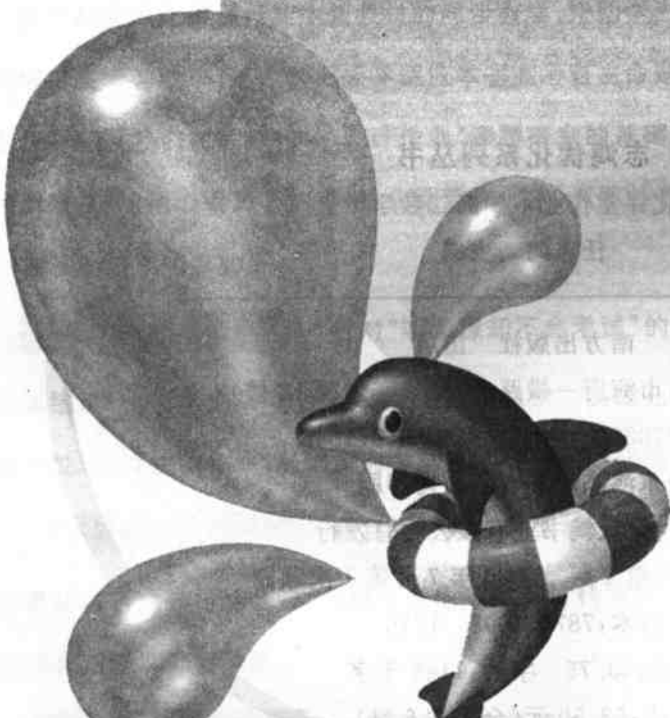
丛书主编　任志鸿
本册主编　康　平　吴远伦

优化课堂作业本

年级 ____________

班级 ____________

姓名 ____________



数学

高二上册

南方出版社

图书在版编目(CIP)数据

优化课堂作业本.高二数学.上册/任志鸿主编.-海口:
南方出版社,2005.7
(志鸿优化系列丛书)
ISBN 7-80701-593-4

Ⅰ.优… Ⅱ.任… Ⅲ.数学课-高中-习题
Ⅳ.G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第073066号

装帧设计:邢 丽
责任编辑:欧阳红
首席策划:欧阳红
执行策划:熊 铭 周 全

志鸿优化系列丛书
优化课堂作业本·高二数学·上
任志鸿 主编

南方出版社 出版
(海南省海口市海府一横路19号华宇大厦12楼)
邮编:570203 电话:0898—65371546
山东鸿杰印务有限公司印刷
山东世纪天鸿书业有限公司总发行
2005年7月第1版 2005年7月第1次印刷
开本:787×1092 1/16
印张:43.75 字数:1148千字
定价:53.50元(全套共6册)

前 言 Qian Yan

做作业是学生不断认识、理解、巩固直至掌握知识和技能不可缺少的重要环节。但是，做什么样的作业、怎样做作业才能更有效地让学生“学有长进，练有收获”，却是教学实践中值得探讨的问题。

我们常常听到这样的反映：“不少学生一到高中，就感觉课上得太快，跟不上”；“上课听得懂，作业也会做，但一到考试就不会”。究其原因不难发现，高中课程的深度及其相应的教学方法较初中都有了很大的变化，而教材上的课后练习数量偏少，题型单一，以至训练不足；其次课后练习多以基础为主，即学即练的简单仿做题目居多，解题思路显而易见，而考试所覆盖的知识点多，综合程度高，如果学生缺乏由基础作业到应用考试这种过渡性训练的话，产生上述现象就不难理解了。

为了配合湖北省现行高中新教材的同步教学，帮助学生系统、扎实地巩固新课知识，科学、高效地提高学习效率，迅速地把握并适应本省高考自主命题的考试要求，实现对课本知识的再巩固、再提升，我们在进行“科学设计作业”课题研究的基础上，组织本省一批富有教学经验和资深教研人员，精心编写了这套《优化课堂作业本》训练丛书。

本丛书主要特点如下：

准确恰当的功能定位 针对“听懂课却不会考试”的普遍问题，进行全面系统并高一层级的训练设计，使学生从“学会知识”到“应用知识”，实现在课本作业基础上的再巩固、再提高，是应用性、拓展性的作业，是逐步向考试要求靠近的强化性作业。

精练新颖的原创试题 题目设计力求典型、新颖、精练，努力将课本知识与生产、生活实际和最新科研成果相结合，选用湖北学生熟悉的材料背景，编出全新的湖北教学专家的经验，体现湖北教学实际的需求。

切合教学实际 按照湖北实际授课要求细化作业单元，做到“有课必有练”，后节作业涉及前节内容，以致“学后不忘前”，层叠式推进，防止产生“替代性学习”现象。

本丛书主要栏目设置如下:

【研习导入】坚持问题立意,带动学生思考。通过研究性学习的形式,引导学生进行课前预习。

【自主演练】立足教材,将课内知识技能系统化,多角度、多侧面、多题型地进行训练。从基础做起,提高技能,练好基本功。避免难题、怪题、偏题。

【反馈总结】针对作业中的重难点、易错点以及学习规律与方法进行总结,解决疑惑,理清脉络。

除课时作业外,还设有单元测试、期中测试、期末测试,全面体现大作业的要求。

我们热切地期待本丛书能成为学生学习新知识、掌握新教材、应对新高考的铺路基石和进步阶梯,同时也真诚希望广大使用者能对书中的不当之处提出意见和建议。

编　者

2005 年 6 月

目录 Mu Lu

第六章　不等式

6.1　不等式的性质(一)

研习导入

实数的大小顺序和运算性质之间的关系：$a>b\Leftrightarrow$__________；$a=b\Leftrightarrow$__________；$a<b\Leftrightarrow$__________.

自主演练

一、选择题

1. 若 $f(x)=3x^2+1$，$g(x)=2x^2+x-1$，则 $f(x)$与 $g(x)$的大小关系是 ……… (　　)
   A. $f(x)>g(x)$
   B. $f(x)<g(x)$
   C. $f(x)=g(x)$
   D. $f(x)$与 $g(x)$的大小与 x 的取值有关
2. 如果 $a\in\mathbf{R}$，且 $a^2+a<0$，那么 a、a^2、$-a$、$-a^2$的大小关系是 …………………… (　　)
   A. $a^2>a>-a^2>-a$
   B. $-a>a^2>-a^2>a$
   C. $-a>a^2>a>-a^2$
   D. $a^2>-a>a>-a^2$
3. 设 $a>1$，$-1<b<0$，将 a、b、$-b$、$-ab$ 按从小到大的顺序排列为 …………………… (　　)
   A. $b<-b<-ab<a$
   B. $b<-b<a<-ab$
   C. $b<-ab<-b<a$
   D. $-ab<-b<b<a$
4. $a+b>2c$ 的一个充分条件是 ……… (　　)
   A. $a>c$ 或 $b>c$
   B. $a>c$ 且 $b<c$
   C. $a>c$ 且 $b>c$
   D. $a>c$ 或 $b>c$
5. 已知 a、b、c 是三角形的三边，则下列各式中正确的是 ………………………… (　　)
   A. $(a-b-1)^2<(c+1)^2$
   B. $(a-b-1)^2=(c+1)^2$
   C. $(a-b-1)^2>(c+1)^2$
   D. 以上答案都有可能

二、填空题

6. 已知 $a<b<0$，$ac>bc>0$，则 c 的取值范围是__________.
7. 若 $a\neq b$，则 a^2+3b^2 与 $2b(a+b)$的大小关系是__________.
8. $\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{3}$与 $\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{2}$的大小关系是__________.
9. 以下四个不等式：①$a<0<b$；②$b<a<0$；③$b<0<a$；④$0<b<a$. 其中使$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$成立的充分条件有__________.
10. 若 $a<b$，则 a^2b 与 ab^2 的大小关系是__________.

三、解答题

11. 设 a、$b\in\mathbf{R}$，试比较 $5b^2-2b+2$ 与 $4ab-a^2$ 的大小.

12. 实数 a、b、c、d 满足下列三个条件：
(1)$d>c$；(2)$a+b=c+d$；(3)$a+d<b+c$.
请将 a、b、c、d 按照从小到大的顺序排列，并证明你的结论.

13. 已知 $x>y$，比较 $(x-1)^3$ 与 $(y-1)^3$ 的大小.

14. 若 $a<b$，$c<d$，且 $(c-a)(c-b)>0$，$(d-a)(d-b)<0$，试判断 a、b、c、d 的大小关系.

15. 已知 $x\in\mathbf{R}$，比较 $\frac{1}{1+x}$ 与 $1-x$ 的大小.

反馈总结

对任意两实数 a、b 有 $a-b>0\Leftrightarrow a>b$；$a-b=0\Leftrightarrow a=b$；$a-b<0\Leftrightarrow a<b$. 等价符号的右边是实数的运算性质，左边是两实数的大小顺序，比较两实数的大小归结为判定它们的差的符号，如第 11 题.

6.1 不等式的性质(二)

不等式的性质有：

(1)$a>b\Leftrightarrow$ ________；

(2)$a>b,b>c\Rightarrow$ ________；

(3)$a>b,c>d\Rightarrow a+c$ ________ $b+d$；

(4)$a>b,c>0\Rightarrow ac$ ________ bc；$a>b,c<0\Rightarrow ac$ ________ bc；

(5)$a>b>0,c>d>0\Rightarrow ab$ ________ cd；

(6)$a>b>0\Rightarrow a^n$ ________ b^n($n\in\mathbf{N}^*$ 且 $n>1$)；

(7)$a>b>0\Rightarrow\sqrt[n]{a}$ ________ $\sqrt[n]{b}$($n\in\mathbf{N}^*$ 且 $n>1$).

一、选择题

1. 已知 $a+b>0,b<0$,那么 $a,b,-a,-b$ 的大小关系是 ……………………………… (　　)

A. $a>b>-b>-a$　　B. $a>-b>-a>b$

C. $a>-b>b>-a$　　D. $a>b>-a>-b$

2. 已知 a、b 都是不为零的实数,且 $a>b$,则下列不等式中恒成立的是 …………… (　　)

A. $\frac{a}{b}>1$　　B. $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$

C. $a^2>b^2$　　D. $a^3>b^3$

3. 如果 $a>b$ 且 $c>d$,则 ………………… (　　)

A. $a-c>b-d$　　B. $ac>bd$

C. $\frac{a}{c}>\frac{b}{d}$　　D. $a+c>b+d$

4. 已知三个不等式：$ab>0,-\frac{c}{a}<-\frac{d}{b},bc>ad$. 以其中两个作条件,余下一个作结论,可以组成正确命题的个数是 ………… (　　)

A. 0　　B. 1

C. 2　　D. 3

5. 若 a、b 为实数,则 $a>b>0$ 是 $a^2>b^2$ 的………………………………………… (　　)

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

二、填空题

6. “$a>1$”是“$\frac{1}{a}<1$”的________条件.

7. 若 $a<b<0$,则 $\frac{1}{a-b}$ 与 $\frac{1}{a}$ 的大小关系为________.

8. 若 $-1<a<b<0$,则 $\frac{1}{a},\frac{1}{b},a^2,b^2$ 的大小关系是________.

9. 已知 $a\in(1,2),b\in(1,2)$,则 $\frac{a}{b}$ 的取值范围是________.

10. 下列命题：①若 $a>b$,且 a、b 同号,则 $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$；②若 $\frac{1}{a}>1$,则 a 的取值范围是 $(-\infty,1)$；③$a\geqslant b,ac\geqslant bc\Rightarrow c\geqslant 0$；④$a>b,n\in\mathbf{N}^*\Rightarrow a^{2n+1}>b^{2n+1}$.

其中正确命题的序号是________.

三、解答题

11. 已知 $a>b>0,c<d<0$,求证：$ac<bd$.

12. 若 $a>b>0$，$c<d<0$，求证：$\frac{c}{a-c}>\frac{c}{b-d}$.

13. 设不相等的两个正数 a、b 满足 $a^2-b^2=a^3-b^3$，求证：$a+b>1$.

14. 设 $a>2$，$b>2$，求证：$ab>a+b$.

15. 已知 $a>b>c$，求证：$\frac{1}{a-b}+\frac{1}{b-c}+\frac{1}{c-a}>0$.

反馈总结

对于不等式的性质，注意条件的放宽和加强及条件和结论之间的相互关系. 如乘法法则：$a>b>0$，$c>d>0 \Rightarrow ac>bd$ 的条件不能减弱为 $a>b$，$c>d$，如第 3 题.

6.1 不等式的性质(三)

研习导

不等式的性质于证明不等式,往往是从__________推出__________的变换关系,而解不等式则要求__________变形.

自主演练

一、选择题

1. 设 $ac>bd>0$,$a>b>0$,则 …………(　　)

A. $c>d>0$　　B. $c=d>0$

C. $d>c>0$　　D. 以上都有可能

2. 若 $a>b$,则正确的结论是 …………(　　)

A. $a^4>b^4$　　B. $4^a>4^b$

C. $\log_{\frac{1}{4}}a>\log_{\frac{1}{4}}b$　　D. $\sqrt{a}>\sqrt{b}$

3. 已知 a、b、c、$d\in\mathbf{R}$,且 $ab>0$,$-\frac{c}{a}<-\frac{d}{b}$,则下列不等式中恒成立的是 …………(　　)

A. $bc<ad$　　B. $bc>ad$

C. $\frac{a}{c}<\frac{b}{d}$　　D. $\frac{a}{c}>\frac{b}{d}$

4. 给出如下四个命题,其中正确命题的个数是 ……………………………………(　　)

①若 $a>b$,则 $ac^2>bc^2$　②若 $\frac{a}{c^2}>\frac{b}{c^2}$,则 $a>b$

③若 $a\geqslant b$,且 $ac\geqslant bc$,则 $c\geqslant 0$　④若 $a>b$,则 $\lg(a^2+1)>\lg(b^2+1)$

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

5. 若 $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}<0$,则下列不等式:① $a+b<ab$;② $|a|>|b|$;③ $a<b$;④ $\frac{b}{a}+\frac{a}{b}>2$ 中正确的有 ……………………………………(　　)

A. 1 个　　B. 2 个

C. 3 个　　D. 4 个

二、填空题

6. 当 $0<a<b<1$ 时,$(1-a)^a$ 与 $(1-b)^b$ 的大小关系是__________.

7. 若 a、$b\in\mathbf{R}$,且 $a>|b|$,则 a^n 与 $b^n(n\in\mathbf{N}^*)$ 的大小关系是__________.

8. 已知 $a<b<c$,$x<y<z$,则 $ax+by+cz$,$ax+cy+bz$,$bx+ay+cz$,$az+by+cx$ 中最大的一个是__________.

9. 若 $-1<\alpha<\beta<1$,则 $\alpha-\beta$ 的取值范围是__________.

10. 设 $x>y>z>1$,则 $\sqrt{xyz}$,$\sqrt{xy}$,$\sqrt{yz}$,$\sqrt{xz}$ 从小到大依次排列为__________.

三、解答题

11. 已知 $-\frac{\pi}{2}<\alpha<\beta<\frac{\pi}{2}$,求 $\alpha+\beta$、$\alpha-\beta$ 的范围.

12. 若 $a<x<b$，试比较 x^2+ab 与 $(a+b)x$ 的大小.

13. 已知 $-1\leqslant a+b\leqslant 1$，$1\leqslant a-b\leqslant 3$，求 $3a-b$ 的取值范围.

14. 已知实数 x、y、z 满足 $x+y+z=0$，$xyz>0$，设 $T=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}$，试判断 T 的符号.

15. 已知 $f(x)=ax^2-c$，且 $-4\leqslant f(1)\leqslant -1$，$-1\leqslant f(2)\leqslant 5$，求 $f(3)$ 的取值范围.

反馈总结

不等式的性质应用于证明不等式时，只要求题设是论断的充分条件，而不要求题设是论断的必要条件，因此推出变换“$\Rightarrow$”与等价变换“$\Leftrightarrow$”在证明不等式时均可用，如第 8 题. 解不等式或求范围的问题是对不等式施行一系列的等价变换，要求题设与论断之间互为充要条件. 若施行不等价变换就可能导致错误，如第 11、13、15 题.

6.2 算术平均数与几何平均数(一)

研习导

1. 公式 $a^2+b^2\geqslant 2ab$，要求条件________，当且仅当________时取等号.

2. 如果 a、b 为________，那么 $\frac{a+b}{2}\geqslant\sqrt{ab}$(当且仅当 $a=b$ 时取等号)，$\frac{a+b}{2}$ 称为 a、b 的________；$\sqrt{ab}$ 称为 a、b 的________. 这一定理用文字叙述为________.

自主演练

一、选择题

1. "$a>0,b>0$"是"$a+b>2\sqrt{ab}$"的…（　　）
   A. 充分而不必要条件
   B. 必要而不充分条件
   C. 充要条件
   D. 既不充分也不必要条件

2. 设 $a>b>0$，则下列不等式成立的是（　　）
   A. $a>b>\frac{a+b}{2}>\sqrt{ab}$
   B. $a>\frac{a+b}{2}>\sqrt{ab}>b$
   C. $a>\frac{a+b}{2}>b>\sqrt{ab}$
   D. $a>\sqrt{ab}>\frac{a+b}{2}>b$

3. 若 $x^2+y^2=1$，则恒有 ……………（　　）
   A. $xy\leqslant\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{xy}\geqslant 4$
   C. $x^2y^2\leqslant\frac{1}{16}$　　D. 以上均不正确

4. 若 $a>b>0$，则下列不等式正确的是（　　）
   A. $\frac{2ab}{a+b}<\frac{a+b}{2}<\sqrt{ab}$
   B. $\sqrt{ab}\leqslant\frac{2ab}{a+b}\leqslant\frac{a+b}{2}$
   C. $\frac{2ab}{a+b}<\sqrt{ab}<\frac{a+b}{2}$
   D. $\sqrt{ab}<\frac{2ab}{a+b}<\frac{a+b}{2}$

5. 已知 a、$b\in\mathbf{R}_+$，且 $ab(a+b)=16$，则 a^2+b^2 的最小值为 ……………………（　　）
   A. 4　　B. 6
   C. 8　　D. 10

二、填空题

6. 若 $a>b>0$，则 $\frac{(a+b)^2}{4}$，$\frac{a^2+b^2}{2}$，ab 的大小关系是________.

7. 若 a、$b\in\mathbf{R}_+$，那么 $\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{2}}$ 与 $\sqrt{a+b}$ 的大小关系是________.

8. 设 $0<a<b$，$a+b=1$，则 $\frac{1}{2}$，b，$2ab$，a^2+b^2 中最大的是________.

9. 不等式 $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}>2$ 成立的充要条件是________.

10. 已知 $0<x<1$，则 $a=\sqrt{2x}$，$b=1-x$，$c=\frac{1}{1-x}$ 中，最大的一个是________.

三、解答题

11. 已知 a、$b\in\mathbf{R}$，且 $a\neq b$，$a+b=2$，求证：$ab<1<\frac{a^2+b^2}{2}$.

12. 已知全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $M=(b,\frac{a+b}{2})$，$N=(\sqrt{ab},a)$，其中 $a>b>0$，求 $M\cap \complement_U N$.

13. 已知 $(a+b)(x+y)>2(ay+bx)$，

求证：$\frac{x-y}{a-b}+\frac{a-b}{x-y}\geqslant 2$.

14. 设 $x>y>z$，$n\in \mathbf{N}^*$，且 $\frac{1}{x-y}+\frac{1}{y-z}\geqslant \frac{n}{x-z}$ 恒成立，求 n 的最大值.

15. 已知 $x>2$，求证：$\log_x(x+1)<\log_{(x-1)}x$.

反馈总结

对于均值不等式 $a^2+b^2\geqslant 2ab$ 及公式 $\frac{a+b}{2}\geqslant \sqrt{ab}$ 的理解：(1)它们是"和式"与"积式"互化的依据；(2)两个公式成立的条件不同，前者只要求 a、b 是实数，后者要求 a、b 必须是正数，如第 9 题，只有 a、b 同号时，才有 $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geqslant 2\sqrt{\frac{b}{a}\cdot\frac{a}{b}}=2$.

6.2 算术平均数与几何平均数(二)

研习导

(1)如果 $x、y\in(0,+\infty)$，$x+y=S$(定值)，当 $x=y$ 时，xy 有最________值；

(2)如果 $x、y\in(0,+\infty)$，$xy=P$(定值)，当 $x=y$ 时，$x+y$ 有最________值；

(3)函数 $y=x+\frac{a}{x}(x>0)$ 在区间________上为增函数，在区间________上为减函数.

自主演练

一、选择题

1. 在下列函数中，最小值是 2 的是……（　　）

A. $y=\frac{x}{5}+\frac{5}{x}(x\in\mathbf{R},x\neq 0)$

B. $y=\lg x+\frac{1}{\lg x}(1<x<10)$

C. $y=3^x+3^{-x}(x\in\mathbf{R})$

D. $y=\sin x+\frac{1}{\sin x}(0<x<\frac{\pi}{2})$

2. 若 $x>0$，$y>0$，且 $x+y=5$，则 $\lg x+\lg y$ 的最大值是 ……………………………（　　）

A. $\lg 5$　　B. $2-4\lg 2$

C. $\lg\frac{5}{2}$　　D. 不存在

3. 若 $x、y\in\mathbf{R}$，且 $x+y=5$，则 3^x+3^y 的最小值为 ……………………………（　　）

A. $18\sqrt{3}$　　B. $9\sqrt{3}$

C. $6\sqrt{3}$　　D. 10

4. 已知 $0<x<1$，则 $x(1-3x)$ 取最大值时，x 的值是 ……………………………（　　）

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{6}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{2}{3}$

5. 函数 $f(x)=x+\frac{1}{x+1}$，$x\in(-1,+\infty)$ 的值域是 ……………………………（　　）

A. $(2,+\infty)$　　B. $[2,+\infty)$

C. $(1,+\infty)$　　D. $[1,+\infty)$

二、填空题

6. 已知 $x>0$，$y>0$，且 $x^2+y^2=1$，则 $x+y$ 的最大值为________，此时 $x=$________，$y=$________.

7. 已知 $a>0$，$b>0$ 且 $a+b=1$，则 $(\frac{1}{a^2}-1)(\frac{1}{b^2}-1)$ 的最小值是________.

8. 若正数 $a、b$ 满足 $ab=a+b+3$，则 ab 的取值范围为________.

9. 已知 $x<0$，$f(x)=18-6x-\frac{24}{x}$ 的最小值是________，此时 x 的取值为________.

10. 当 $x>0$ 时，$f(x)=\frac{2x}{x^2+1}$ 的值域是________.

三、解答题

11. 已知 $\lg x-\lg(y+1)=2$，求 $2x+\frac{3y+5}{y+1}$ 的最小值.

12. 已知数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n=1+2+3+\cdots+n$，求$f(n)=\dfrac{S_n}{(n+32)S_{n+1}}$的最大值.

13. 已知$a>2b>0$，求$a^2+\dfrac{8}{b(b-2a)}$的最小值.

14. 已知两个正数x、y满足$x+y=4$，要使不等式$\dfrac{1}{x}+\dfrac{4}{y}\geqslant m$恒成立，求实数$m$的取值范围.

15. 甲、乙两地相距s千米，汽车从甲地匀速行驶到乙地，速度不得超过每小时c千米. 已知汽车每小时的运输成本(以元为单位)由可变部分和固定部分组成，可变部分与速度v(千米/时)的平方成正比，比例系数为b，固定部分为a元.

(1)将全程运输成本y(元)表示为速度v(千米/时)的函数，并指出该函数的定义域.

(2)为使全程运输成本最小，汽车应以多大速度行驶？

在利用平均值不等式求最值时，一定要紧扣“一正、二定、三相等”这三个条件，即每项都是正值、和或积是定值、所有的项能同时相等；而“二定”这个条件是对不等式进行巧妙组合、添加系数等使之能变成可用均值不等式的形式的关键，如第14题. 倘若要多次用均值不等式求最值，必须保持每次取“=”的一致性. 如第13题.