



中等职业教育国家规划教材
全国中等职业教育教材审定委员会审定

数 学

提高版

第一册

人民教育出版社职业教育中心 编著

人民教育出版社

修订

中等职业教育国家规划教材
全国中等职业教育教材审定委员会审定

数 学

(提高版)

第 一 册

人民教育出版社职业教育中心 编著

责任主审 李文林
审 稿 刘永平

人民教育出版社

中等职业教育国家规划教材

数 学

(提高版)

第一册

人民教育出版社职业教育中心 编著

*

人民教育出版社出版发行

网址: <http://www.pep.com.cn>

唐山市润丰印务有限公司印装 全国新华书店经销

*

开本: 787 毫米 × 1 092 毫米 1/16 印张: 20.75 字数: 345 000

2001 年 5 月第 1 版 2006 年 5 月第 18 次印刷

ISBN 7-107-14528-2 定价: 20.80 元
G·7618 (课)

如发现印、装质量问题, 影响阅读, 请与出版科联系调换。

(联系地址: 北京市海淀区中关村南大街 17 号院 1 号楼 邮编: 100081)

中等职业教育国家规划教材出版说明

为了贯彻《中共中央国务院关于深化教育改革全面推进素质教育的决定》精神，落实《面向 21 世纪教育振兴行动计划》中提出的职业教育课程改革和教材建设规划，根据《中等职业教育国家规划教材申报、立项及管理意见》（教职成〔2001〕1 号）的精神，教育部组织力量对实现中等职业教育培养目标和保证基本教学规格起保障作用的德育课程、文化基础课程、专业技术基础课程和 80 个重点建设专业主干课程的教材进行了规划和编写，从 2001 年秋季开学起，国家规划教材将陆续提供给各类中等职业学校选用。

国家规划教材是根据教育部最新颁布的德育课程、文化基础课程、专业技术基础课程和 80 个重点建设专业主干课程的教学大纲编写而成的，并经全国中等职业教育教材审定委员会审定通过。新教材全面贯彻素质教育思想，从社会发展对高素质劳动者和中初级专门人才需要的实际出发，注重对学生的创新精神和实践能力的培养。新教材在理论体系、组织结构和阐述方法等方面均作了一些新的尝试。新教材实行一纲多本，努力为教材选用提供比较和选择，满足不同学制、不同专业和不同办学条件的教学需要。

希望各地、各部门积极推广和选用国家规划教材，并在使用过程中，注意总结经验，及时提出修改意见和建议，使之不断完善和提高。

教育部职业教育与成人教育司

二〇〇一年五月

前 言

根据国家教育部职业教育与成人教育司的规划,人民教育出版社组织中等职业学校的数学教学研究人员和数学教师组成编写组,在原有职业高中数学教材的基础上,依据国家教育部新制定的《中等职业学校数学教学大纲(试行)》(以下简称“大纲”),重新编写了两套中等职业学校数学课本,一套为基础版,一套为提高版.两套教材经全国中等职业教育教材审定委员会审定通过,列为中等职业教育国家规划教材.这套教材为提高版,本册为第一册,主要供给文化基础课要求较高专业使用.这套教材从2001年秋季起供全国三、四年制各中等职业学校选用.

在教材编写过程中,我们认真落实《中共中央国务院关于深化教育改革全面推进素质教育的决定》,认真贯彻教育部职业教育与成人教育司关于中等职业学校文化课建设的各项精神.

一 教材编写的指导思想

1. 履行“以学生发展为本”的教育思想,突出培养学生的创新精神和实践能力,有利于培养学生的科学素质.
2. 以近代数学思想、方法作指导,对基本内容进行再创造,努力使学生掌握“大纲”中新引入的教学内容和方法.
3. 教材内容尽量做到具有时代气息,并注意与日常生活、工农业生产相联系.
4. 努力做好与九年义务教育相衔接,温故知新、深入浅出.
5. 每章内容分清主次,加强基础、增加弹性.

二 编写原则

1. 以教育部颁布的“大纲”为依据进行编写.
2. 处理好知识与能力的关系,加强“过程分析”,以培养学生的分析问题和解决问题的能力.
3. 突出基本数学思想和基本数学方法的教育.重要的数学思想和方法要在不同的知识层面上反复循环,使学生真正掌握.
4. 注意并加强与其他文化课和专业课的配合,为其他课程的学习打好数学基础.
5. 注意引入现代计算技术来改进教学.
6. 严格执行国家有关的技术标准和规定.

三 教材的主要特点

1. 注重基础

“大纲”对传统的初等数学教育内容进行了精选，把在理论上、方法上以及现代生产与生活中得到广泛应用的知识作为各专业必学的基本内容。根据“大纲”安排，我们把函数与几何，以及研究函数与几何的方法作为教材的核心内容。

数学是一门基础学科，它的基础知识是普遍有用的，是学习各门技术科学的基础。中学数学基础知识主要指的是，初等代数中的方程、函数，几何中的平面向量和空间图形的基本性质和度量。所以我们在编写中，紧紧抓住这些内容，在不同的知识层面上反复循环，使学生熟练掌握。

2. 降低知识起点

多数中职学生对学过的数学知识需要复习与提高，才能顺利进入中职阶段的数学学习。针对这个情况，首先在编写中，尽量做到深入浅出、温故知新。这套数学教材编写从学生的实际基础出发，提高中职学生的数学素质，使多数学生能完成“大纲”中规定的教学要求，以保证中职学生能达到高中阶段的基本数学水准。

3. 增加较大的使用弹性

考虑中等职业学校专业的多样性，各专业对数学能力的要求也不尽相同，教学要求给出了较大的选择范围，增加了教学的弹性。教材中给出了三个层次。一是必学的内容分两种教学要求，相应配备两套习题；二是教材中配备一些难度较大的习题，供学有余力的学生去做，培养这些学生的解题能力；三是编写了选学内容，选学内容主要是深化基本内容所学知识和应用基本内容解决实际问题的能力。

4. 注重数学应用意识的培养

每章专设应用一节，列举数学在生活实际、近代科学和生产中应用的例子，培养学生用数学解决实际问题的意识和能力。

5. 注重培养学生使用计算工具的能力

“大纲”中要求培养学生使用基本计算工具的能力。这就要求学生掌握使用计算器的技能，有条件的学校要培养学生使用计算机技术。所以在新教材中增加了用计算器和计算机做的练习。每章末习题中设计一些要求使用计算器或计算机做的探究性数学试验课题。要求学生根据收集到的数据，进行试验、探索、归纳、提出解题方案和计算方法。

四 内容编排的体系

这套教材采用几何、代数和函数混合编写，以加强知识之间的联系。

基本知识和工具首先编排，内容有：基础数学语言（集合、数理逻辑用语、函数）、方程和不等式、一元二次函数、指数函数和对数函数、数列（极限）、平面向量和三角。这包含了“大纲”中第一、第二模块中的基本内容。在学习这些内容的基础上，再学习平面解析几何、空间图形的性质、概率统计初步等内容。

在这套教材中,我们加强了向量知识的作用.向量是沟通代数、几何和分析的桥梁.学习向量为数形结合、学习三角函数、解析几何和立体几何打下基础,并提供了“数形结合”解决问题的重要方法,同时也为学习专业课提供了方便实用的数学工具.几何学习的代数化是现代中学数学内容改革的重要方面.“形到形的推理”是中学生学习几何的拦路虎,学生学习困难.用向量代数方法学习几何容易而又普遍有用,所以我们在新编教材中,向量不仅作为知识学习,而且用向量作为工具学习三角、解析几何和立体几何.

教学内容的安排,基本上是以“大纲”中规定的四个基本模块(函数、向量和复数、几何方案Ⅱ、概率与统计初步)和三个选学模块(微积分初步、统计、拓宽和提高)进行编写.

为了便于编写与教学,我们把“大纲”中的四个基本模块规定为这套教材的必学内容,并分为二册,十二章编写,并适当增加选学内容,适当增加个别例习题的难度,练习、习题分A、B组,以满足学有余力的学生进一步学习.教学顺序基本与大纲保持一致,个别内容作了适当调整.三个选学模块集中在第三册中编写.

各册内容安排如下:

第一册:集合与数理逻辑用语、不等式、函数、指数函数和对数函数、数列与极限(极限为选学)、平面向量、三角、复数(选学).

第二册:平面解析几何、立体几何、排列组合与二项式定理、概率与统计初步.

第三册:行列式与矩阵、微积分初步、统计.

每章编写结构:引言、正文(大节、小节、练习、习题)、复习问题和复习参考题、阅读材料(数学文化)等.

在第一册、第二册中,除个别标注星号的选学内容外,都是必学内容.教学计划和教学要求分A、B两种(在教参中给出).达到A种教学要求,教学时数约为200课时;达到B种教学要求,教学时数约为256课时.第三册为选修教材.

这套教材是集体智慧的结晶,它凝结了全国职业数学教育战线上的广大数学教研员和教师的努力.这套教材是在原职高数学教材基础上编写的.在编写职高数学教材和使用过程中,广大数学教研员和教师的广泛参与,其中王永深、舒鸿斌、方绮采、李庆华、王爱恕、魏家提、康树堂、翟世福、向忠祥、孙旭峰、龚学谦、李强、王国义、檀书勤、上官守初、刘世学、谢笑微、李凤英、刘盼祥、何伯成、顾海润等都为这套数学教材建设作出了贡献.在此向他们表示衷心的感谢.

从职业高中数学教材编写、实验与研究到这套中等职业学校数学教材的编写,都得到了我国著名数学教育专家北京师范大学丁尔陞教授的指导与鼓励.许伯济教授、徐望根先生、张润琦教授审读了全书.我们向他们表示衷心的感谢.

国家教育部特邀了中科院数学所研究员李文林先生为这套教材的责任主审,李文林先生、刘永平教授对第一册教材进行了认真的审读和审查,作出了积极的评价,认为这册教材“符合大纲要求,很有特色”,同时又对教材提出了很多中肯的意见,在此我们向他们

表示深深的谢意。

人民教育出版社职教中心和河南省职教教学研究室共同召开了新编中等职业学校数学教材第一册审稿会。参加审稿会除第一册作者外，还有宁卫平、陈积忠、陈学礼、陆泽贵、俞佩华、顾平声、刘德荣等。

顾 问：丁尔陞

主 编：高存明 张安禄

审 定：陈宏伯 吴之季

责任编辑：王旭刚

编写组成员：

王小军、王旭刚、宁卫平、白兰婷、刘德荣、吴文武、张安禄、张帆、李宪民、李洪举、陆泽贵、陈学礼、陈积忠、陈继泽、郑家义、徐伟元、顾平声、高存明、梁锡焜、戴昇华。

参加第一册教材编写工作的有：徐一冰、黄宁生、李洪举、梁锡焜、吴文武、张帆、郑家义、张安禄、陈继泽、徐伟元、鲍珑、王旭刚、高存明等。

本册书中的计算机实验课题题目由庄学政、孟吉亮、徐光联、徐刚、高建红等老师帮助提供。

这套教材在调查研究与编写过程中，还得到了山东省教研室、四川省教科所、河南省职教教研室、广东省教育厅职成处、安徽省教研室、天津市职教中心、广州市教委教研室、济南市教研室、宁波市教委职成教教研室、温州市职教教研室、南京市职教教研室、深圳市职教教研室、武汉市教研室、苏州市教委教研室、合肥市职教中心、深圳电子技术学校、合肥市旅游学校、武汉市第二职业教育中心学校、成都财贸职业高级中学、宜宾市工业职高、重庆市白市驿职业中学、郑州金融学校等单位的大力支持与协助，在此一并表示感谢。

由于编者水平限制，本书难免存在不少缺点和错误，诚恳希望教师 and 同学们以及数学教学研究人員批评指正，以便进一步修改与完善这套教材。

联系地址：北京市海淀区中关村南大街17号院1号楼人民教育出版社职教中心。邮编：100081。电子邮件地址：Wangxg@pep.com.cn。

职业教育中心

2006年3月

目 录

第一章 集合与数理逻辑用语 1

- 一 集合及其运算 2
- 二 数理逻辑用语 15

第二章 不等式 39

- 一 不等式的性质与证明 40
- 二 不等式的解法 49
- 三 不等式的应用 62

第三章 函数 69

- 一 函数 70
- 二 一元二次函数 87
- 三 函数的应用 94

第四章 指数函数与对数函数 103

- 一 指数与指数函数 104
- 二 对数与对数函数 113
- 三 指数函数与对数函数的应用 124

第五章 数列 133

- 一 数列 134
- 二 数列的应用 147
- 三 数列的极限 (选学) 150

第六章 平面向量 163

- 一 向量的加法与减法运算 164
- 二 数乘向量 173

三 向量的直角坐标运算·····	184
四 向量的应用·····	195

第七章 三角 ····· 203

一 角的概念推广及其度量·····	204
二 任意角的三角函数·····	211
三 三角函数的图象与性质·····	229
四 向量内积·····	250
五 和角公式·····	258
六 余弦定理、正弦定理及其应用·····	269
七 三角函数的应用·····	276

第八章 复数 (选学) ····· 287

一 复数的概念·····	288
二 复数的运算·····	294
三 复数运算的几何意义·····	302
四 复数的应用·····	315

附录 本书部分数学符号 ·····	321
-------------------	-----

第一章

集合与数理逻辑用语



本章主要学习集合的初步知识和常用的数理逻辑用语. 集合和逻辑用语是数学中的通用语言, 学好这一章就可为今后进一步学好数学打下基础, 并将提高同学们运用数学语言去理解和处理问题的能力.

集合及其运算

1.1 集合

在初中，我们用过“集合”这个词，例如有理数集合、整数集合等。一般地，把一些能够确定的对象看成一个整体，我们就说，这个整体是由这些对象的全体构成的集合。构成集合的每个对象都叫做集合的元素。例如：

- (1) 某中等职业学校学生的全体构成一个集合，其中每个学生都是这个集合的元素；
- (2) 太阳系的所有行星构成一个集合，每个行星都是这个集合的元素；
- (3) 正实数全体构成一个集合，每个正实数都是这个集合的元素；
- (4) 平行四边形全体构成一个集合，其中任一个平行四边形都是这个集合的一个元素；
- (5) 平面上与两定点距离相等的点的全体构成一个集合，这个集合是连结两点的线段的垂直平分线，该垂直平分线上的每个点都是这个集合的元素。

一个集合，通常用大写英文字母 $A, B, C, \dots$ 表示，它的元素通常用小写英文字母 $a, b, c, \dots$ 表示。

如果 a 是集合 A 的元素，就说 a 属于 A ，记作

$$a \in A,$$

读作“ a 属于 A ”。如果 a 不是 A 的元素，就说 a 不属于 A ，记作

$$a \notin A,$$

读作“ a 不属于 A ”。

关于集合概念，再作如下说明：

(1) 作为集合的元素，必须是能够确定的。这就是说，不能确定的对象，就不能构成集合。例如，高一(1)班高个子同学的全体，就不能构成集合。这是由于没有规定多高才算是高个子，因而“高个子同学”不能确定。

(2) 对于一个给定的集合，集合中的元素是互异的。这就是说，集合中的任何两个元素都是不同的对象，相同的对象归入同一个集合时只能算作集合的一个元素。

集合有时也简称为集。

我们约定用一些大写英文字母，表示常用到的一些数集。

非负整数全体构成的集合，叫做自然数集，记作 N ；

在自然数集内排除 0 的集合, 记作 N_+ 或 N^* ;

整数全体构成的集合, 叫做**整数集**, 记作 Z ;

有理数全体构成的集合, 叫做**有理数集**, 记作 Q ;

实数全体构成的集合, 叫做**实数集**, 记作 R .

含有有限个元素的集合叫做**有限集**, 含有无限个元素的集合叫做**无限集**.

练习 A

1. 下列语句是否能确定一个集合?

(1) 中华人民共和国在某个时刻注册公民的全体;

(2) 大于 10 的自然数的全体;

(3) 某学校高一(2)班性格开朗的男生全体;

(4) 质数的全体;

(5) 与 1 接近的实数的全体.

2. 自然数集、整数集、有理数集、实数集分别用哪几个大写英文字母表示? 它们是有限集还是无限集?

3. 下列关系是否正确?

(1) $0 \in N_+$; (2) $-\frac{3}{2} \in Q$; (3) $\pi \in Q$;

(4) $\sqrt{2} \in R$; (5) $-3 \in Z$; (6) $0 \in N$.

练习 B

1. 用符号 $\in$ 或 $\notin$ 填空:

(1) -3 _____ N ; (2) 3.14 _____ Q ; (3) $\frac{1}{3}$ _____ Z ;

(4) $\sqrt{3}$ _____ R ; (5) $-\frac{1}{2}$ _____ R ; (6) 0 _____ Z .

2. 判断下列语句是否正确:

(1) 由 2, 2, 3, 3 构成一个集合, 这个集合共有 4 个元素;

(2) 2000 年末世界上的人构成一个无限集合;

(3) 某一时刻, 地球的所有卫星构成的集合是无限集合;

(4) 所有三角形构成的集合是无限集合;

(5) 周长为 20 cm 的三角形构成的集合是有限集合.

1.2 集合的表示方法

1.2.1 列举法

当集合元素不多时, 我们常常把集合的元素列举出来, 写在大括号内表示这个集合, 这种表示集合的方法叫做**列举法**.

例如, 由 1, 2, 3, 4, 5, 6 这 6 数组成的集合, 可表示为

$$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}.$$

又如, 中国古代的四大发明构成的集合, 可以表示为

$$\{\text{指南针, 造纸, 活字印刷, 火药}\}.$$

有些集合的元素较多, 在不发生误解的情况下, 也可列出几个元素作为代表, 其他元素用省略号表示. 例如, 小于 100 的自然数的全体构成的集合, 可表示为

$$\{0, 1, 2, 3, \dots, 99\}.$$

由一个元素构成的集合, 例如 $\{a\}$, 要与它的元素 a 加以区别. a 与 $\{a\}$ 是完全不同的, a 是集合 $\{a\}$ 的一个元素, 而 $\{a\}$ 表示一个集合. 例如, 某个代表团只有一人, 这个人本身和由这个人构成的代表团完全不是一回事.

用列举法表示集合时, 不必考虑元素的前后顺序. 例如, 集合 $\{1, 2\}$ 与 $\{2, 1\}$ 表示同一个集合.

1.2.2 性质描述法

我们来看正偶数 2, 4, 6, 8, $\dots$ 全体构成的集合, 它的每一个元素都具有性质

“能被 2 整除, 且大于 0”,

而这个集合外的元素都不具有这种性质. 我们常用上述性质把正偶数集合表示为

$$\{x \in \mathbf{Z} \mid x \text{ 能被 } 2 \text{ 整除, 且大于 } 0\} \text{ 或 } \{x \in \mathbf{Z} \mid x=2n, n \in \mathbf{N}_+\},$$

花括号内竖线左边的 x 表示该集合的任一个元素, 并标出元素的取值范围, 在竖线右边写出只有集合内的元素 x 才具有的性质.

给定 x 的取值集合 I , 如果属于集合 A 的任一元素 x 都具有性质 $p(x)$, 而不属于集合 A 的元素都不具有性质 $p(x)$, 则性质 $p(x)$ 叫做集合 A 的**特征性质**. 于是, 集合 A 可用它的特征性质 $p(x)$ 描述为

$$A = \{x \in I \mid p(x)\},$$

它表示集合 A 是由集合 I 中具有性质 $p(x)$ 的所有元素构成的. 这种用特征性质表示集合的方法叫做**性质描述法**.

例如, 集合 $A = \{x \in \mathbf{R} \mid x^2 - 1 = 0\}$ 的特征性质是

$$x^2 - 1 = 0.$$

它表示在实数范围内, 集合 A 的所有元素都满足方程 $x^2 - 1 = 0$, 满足方程 $x^2 - 1 = 0$ 的所有元素也都在集合 A 内.

集合 A 通常也用来表示方程 $x^2 - 1 = 0$ 的解集. 如果方程根的个数是有限的, 我们也可用列举法表示方程的解集. 例如方程 $x^2 - 1 = 0$ 的解集, 也可表示为 $\{-1, 1\}$.

在某种约定下, x 的取值集合可省略不写. 例如在实数集 $\mathbf{R}$ 中取值, $x \in \mathbf{R}$ 常常省略不写. 上述集合 A 可写作 $\{x \mid x^2 - 1 = 0\}$.

有时为了方便, 像正偶数集这样的集合也可以描述为 $\{x \mid x \text{ 是正偶数}\}$ 或 $\{\text{正偶数}\}$.

例 1 用列举法表示下列集合:

(1) $\{x \mid x \text{ 是大于 3 且小于 10 的奇数}\}$;

(2) $\{x \mid x^2 - 5x + 6 = 0\}$.

解: (1) $\{5, 7, 9\}$; (2) $\{2, 3\}$.

例 2 用性质描述法表示下列集合:

(1) $\{\text{北京市}\}$;

(2) 大于 3 的实数的全体构成的集合;

(3) 平面 α 内到两定点 A 、 B 距离相等的点的全体构成的集合.

解: (1) $\{x \mid x \text{ 是中华人民共和国首都}\}$;

(2) $\{x \mid x > 3\}$;

(3) $l = \{X \in \text{平面 } \alpha \mid XA = XB, A, B \text{ 为 } \alpha \text{ 内的两定点}\}$.

注 (1) 一个集合的特征性质不一定是唯一的. 例如, “中华人民共和国的首都”是 $\{\text{北京市}\}$ 的特征性质, 同样, “中国具有明、清两代故宫的城市”也是 $\{\text{北京市}\}$ 的特征性质, 因此 $\{\text{北京市}\}$ 也可描述为

$\{x \mid x \text{ 是中国具有明、清两代故宫的城市}\}$.

(2) 在几何中, 通常用大写字母表示点(元素), 用小写字母表示点的集合.

练习



1. 用列举法表示下列集合:

(1) 大于 3 小于 11 的偶数全体;

(2) 平方等于 1 的实数全体;

(3) 比 2 大 3 的实数全体;

(4) 一年中有 31 天的月份的全体;

(5) 大于 3.5 小于 12.8 的整数的全体;

(6) 方程 $x^2 = 4$ 的解集;

(7) 方程 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 的解集;

(8) 你当前所学习的课程全体.

2. 用性质描述法表示下列集合:

- (1) 由南京一个城市构成的集合;
- (2) 你所在班级所有同学构成的集合;
- (3) 正奇数的全体;
- (4) 不大于 3 的全体实数;
- (5) 绝对值等于 3 的实数的全体;
- (6) 平面 α 内与一定点 O 距离等于 3 cm 的点的集合;
- (7) 矩形的全体构成的集合;
- (8) 正方形全体构成的集合.

练习



1. 用适当的方法表示下列集合:

- (1) 构成英语单词 mathematics(数学)字母的全体;
- (2) 方程 $x^2+5x+6=0$ 的解集;
- (3) 10 以内的质数;
- (4) 在自然数集内, 小于 1 000 的奇数构成的集合;
- (5) 方程 $x^3+2x^2-3x=0$ 的解集;
- (6) 绝对值小于 3 的整数的全体.

2. 用性质描述法表示下列集合:

- (1) 香港一个城市构成的集合;
- (2) 偶数全体构成的集合;
- (3) 奇数全体构成的集合;
- (4) 被 3 除余 2 的自然数的全体构成的集合;
- (5) 梯形全体构成的集合;
- (6) 菱形全体构成的集合.

1.3 集合之间的关系

1.3.1 集合之间的关系

观察集合

$$\begin{aligned} A &= \{2, 3\}, & B &= \{2, 3, 5, 7\}, \\ P &= \{a, b, c\}, & Q &= \{x | (x-a)(x-b)(x-c)=0\}. \end{aligned}$$

容易看出, 集合 A 的任一个元素都是集合 B 的元素, 集合 P 的任一个元素都是集合 Q 的元素. 一般地, 如果集合 A 的任一个元素都是集合 B 的元素, 那么集合 A 叫做集合 B 的**子集**, 记作

$$A \subseteq B \text{ 或 } B \supseteq A,$$

读作“ A 包含于 B ”, 或“ B 包含 A ”.

依上述定义, 任何一个集合 A 都是它本身的子集, 即

$$A \subseteq A.$$

当集合 A 不是集合 B 的子集时, 记作

$$A \not\subseteq B \text{ 或 } B \not\supseteq A,$$

读作“ A 不包含于 B ”, 或“ B 不包含 A ”.

我们把不含任何元素的集合叫做**空集**, 记作 $\emptyset$. 例如,

$$\{x \mid x+1=x+2\}=\emptyset; \quad \{x \mid x^2<0\}=\emptyset.$$

我们规定空集是任一集合的子集, 也就是说, 对于任何集合 A , 都有 $\emptyset \subseteq A$. 如果集合 A 是集合 B 的子集, 并且 B 中至少有一个元素不属于 A , 那么集合 A 叫做集合 B 的**真子集**, 记作

$$A \subsetneq B \text{ 或 } B \supsetneq A.$$

读作“ A 真包含于 B ”或“ B 真包含 A ”.

例如, 观察

$$A=\{1, 2\}, \quad B=\{1, 2, 3, 4\},$$

可知, A 是 B 的子集, 并且 $3 \in B, 3 \notin A$, 所以 A 是 B 的真子集. 即 $A \subsetneq B$.

我们常用平面上一个封闭曲线的内部表示一个集合(图 1-1(1)). 如果集合 A 是集合 B 的真子集, 那么把表示 A 的区域画在表示 B 的区域的内部(图 1-1(2)).

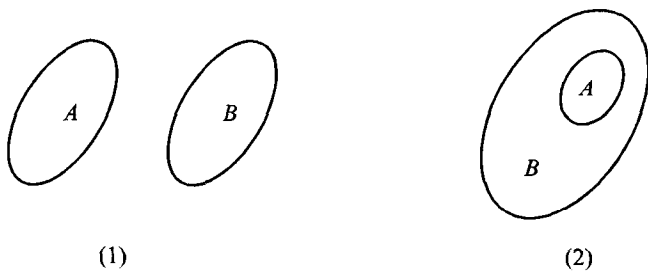


图 1-1

根据子集、真子集的定义可推知:

对于集合 A, B, C , 如果 $A \subseteq B, B \subseteq C$, 则 $A \subseteq C$;

对于集合 A, B, C , 如果 $A \subsetneq B, B \subsetneq C$, 则 $A \subsetneq C$.