教育部职业教育与成人教育司推荐教材
五年制高等职业教育文化基础课教学用书

高等数学（微积分初步）

主　　编 张 波
本册主编 张 波

中国财政经济出版社

教育部职业教育与成人教育司推荐教材
五年制高等职业教育文化基础课教学用书

高 等 数 学

（微积分初步）

主 编 张 波
本册主编 张 波
审 稿 牛健人 曹 晋

中国财政经济出版社

图书在版编目（CIP）数据

高等数学．微积分初步/张波主编．—北京：中国财政经济出版社，2005.7
教育部职业教育与成人教育司推荐教材．五年制高等职业教育文化基础课教学用书
ISBN 7-5005-8316-8

Ⅰ．高…　Ⅱ．刘…　Ⅲ．①高等数学—高等学校：技术学校—教材②微积分—高等学校：技术学校—教材　Ⅳ．013

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2005）第 062590 号

中国财政经济出版社出版
URL：http：//www.cfeph.cn
E-mail：cfeph@cfeph.cn

社址：北京市海淀区阜成路甲 28 号　邮政编码：100036
发行电话：88190616　88190655（传真）
慧美印刷厂印刷　各地新华书店经销
787×1092 毫米　16 开　10.75 印张　255 000 字
2005 年 9 月第 1 版　2005 年 9 月北京第 1 次印刷
定价：13.00 元
ISBN　7-5005-8316-8/O·0038
（图书出现印装问题，本社负责调换）

出版说明

为了进一步贯彻落实《国务院关于大力推进职业教育改革与发展的决定》和全国职业教育工作会议的精神，适应五年制高等职业教育发展的趋势，满足各类职业技术院校专业教学的实际需要，我们组织编写了五年制高等职业教育教学用书。该系列教材涵盖了五年制高等职业教育教学中所需的公共课（包括文化基础课、思想政治课）、财务会计、市场营销、电子商务、金融与证券、国际贸易、旅游饭店与管理等专业主干课程，从2005年秋季开学起，这些教材将陆续提供给各类职业技术院校使用。

该系列教材是根据教育部提出的“以综合素质培养为基础，以能力培养为主线”为指导思想，结合五年制高等职业教育的教学培养目标而编写的，经教育部职业教育与成人教育司批准立项，并由专家审定，作为教育部职业教育与成人教育司推荐教材出版。新教材全面贯彻素质教育思想，从社会发展对高技术应用性人才的需求出发，在内容的构建上结合专业岗位（群）对职业能力的需要来确定教材的知识点、技能点和素质要求点，并注重新知识、新技术、新工艺、新方法的应用，注重对学生的创新精神和实践能力的培养。新教材在理论体系、组织结构和阐述方法等方面均作了一些新的尝试，以适应高等职业教育教学改革，满足各类高等职业技术院校教学需要。在此，我们真诚的希望各类职业技术院校在教材的使用过程中，能够总结经验，及时提出修改意见和建议，使之不断完善和提高。

2005年4月

前　言

本套教材是五年制高等职业教育规划教材，是依据教育部“2004—2007 年职业教育教材开发编写计划”有关精神，参照教育部职业教育数学大纲编写的.适用于五年制高等职业教育各专业（尤其是经济管理类专业），其中《高等数学》分册也可作为高职高专院校和成人高等学校的数学教材.《初等数学》也可作为中职学校的教材.

本套教材共分三册：《初等数学（上）》、《初等数学（下）》、《高等数学（微积分初步）》.

一、教材的编写原则

1. 贯彻教育部“2004—2007 年职业教育教材开发编写计划”的精神，体现以提高学生的综合素质为目的，以培养学生的创新精神和实践能力为重点的现代职业教育理念.坚持“以学生发展为本”的教育思想，通过对学生数学思维方式的训练，培养学生发现问题、分析问题和解决问题的能力，使其具有适应技术创新和终身学习的综合素质与潜能.

2. 以五年制高职学生必备的素养为中心，既遵循数学教学的一般规律，又考虑到五年制高职学生的思维、认知能力；既照顾了高职数学与初中数学的有机衔接，又考虑到学生的后续发展和深造.

3. 体现五年制高等职业教育数学课程改革的特色，将数学与专业相融，让数学为专业服务、为经济应用服务.在内容“必需、够用”的基础上，构建五年制高职数学教材的新体系.

二、教材的主要特点

1. 实用性.本套教材是在认真领会教育部有关职业教育课程改革的精神，深入研究部颁大纲和国内外同类教材的基础上，广泛征求意见，充分考虑五年制高职学生的现状以及高职院校的数学教学时数，由从事五年制高职数学教学且教学经验丰富、科研成果显著的教师编写.编写时，我们对传统教材内容削枝强干，进行大胆调整，以现实生活及专业学习中广泛应用的知识作为必学内容，使教材贴近生活、贴近专业.

2. 可读性.本套教材大量采用了以实例引入基本概念、以直观的几何说明代替理论证明的方法，减少了系统的理论推导，加强了重要法则和公式的运用，突出了有关理论方法的应用和对经济数学模型的介绍.为了激发学生的学习兴

趣，解决学生在阅读课本时遇到的困难，教材中使用了多种图标，形式新颖．力求做到既便于教师教学，又利于学生学习．

3．衔接性．本套教材注重与五年制高职学生的实际基础相衔接，降低了知识起点；注重与专业课及学生就业需要相衔接，增加了经济应用模型；注重与学生进一步深造相衔接，在《高等数学》及相关的学习指导书中，增加了部分与“专升本”有关的内容，为学生持续发展奠定基础．同时，注重教材内部结构之间的衔接，由浅入深、温故知新，重要的知识点、重要的数学思想和方法在不同的知识层面上逐步体现．

4．实践性．本套教材根据学生的认知能力、思维特点，将“具有解决数学问题的能力”作为“数学素养”的一个重要标志，突出了解决数学问题的实践过程．依据学生的认知规律，在初等数学中，主要的知识点后都设有“试一试”(练习)，每一节后设有“课外作业”（巩固）和由学生自己完成的“小看板”(复习小结)．在高等数学中，每一节后都设有“试一试”．本套教材每章后还设有复习思考题．形成了由点及面、从局部到整体的实践体系，让学生积极参与到教学活动中来，巩固旧知识、获得新知识．

5．灵活性．针对高职院校专业的多样性与灵活性以及不同专业对数学能力的要求不尽相同的情况，本套教材在教学内容上分为必学和选学（带 * 号内容）两个部分，给出了较宽的选择范围，增加了教学的弹性．同时，考虑到数学课程面对的学生的个体差异，适应学生的发展需要，在教学的要求上也分为多种层次．在教材中冠 * 号部分（包括复习思考 B 组题）供对数学有较高要求的专业选用，有兴趣进一步扩大知识面的学生也可自学．

本套教材由张波任总主编．在编写过程中，我们自始至终得到了教育主管部门和有关学校的热情关怀和大力支持．伦敦大学教育学院数学教育博士研究生许国蓉为本套教材编写给予了有益的指导，并提供了大量国外职业教育的最新信息．许多专家教授和教学一线的数学教师对教材的编写提出了有益的建议，华正歧、郭晓英也参加了本书的编写工作．在编写过程中，我们借鉴了许多专家、学者的科研成果，在此一并表示感谢．衷心希望同行和读者继续对本套教材予以关心和支持．

限于编者的水平和编写时间，不妥之处在所难免，恳请专家、同行和读者批评指正．

本册为《高等数学（微积分初步）》．

本册主编　张　波

参加编写人员（按章节先后顺序）

张志强（第一章）、毛大会（第二章）、夏成生（第三章）、钟用（第四章）、张波（第五、六章）、贾闽惠（第七章）．

编　者

2005 年 4 月

目 录

第一章

函　数

微积分是一门以函数为研究对象，运用极限方法分析、研究与处理问题的数学课程.

函数揭示的是现实世界中各种变量之间的相互依赖关系. 它在生产、生活和科学研究中都有着极其广泛的应用. 由于函数是微积分学研究的主要对象，因此，它也是高等数学中十分重要的基本概念和基础知识. 本章我们将在复习函数的概念、性质和几个常用函数的基础上，介绍“复合函数”、“初等函数”等概念，最后介绍几个简单的函数应用问题.

§1－1

函数的概念

一、函数的定义

人们在观察、分析问题时，常会遇到许多不同的量，其中有的量在研究过程中始终保持不变，这种量称为**常量**，常量一般用 a、b、c 等表示；也有的量在研究过程中可以取不同的值，这样的量称为**变量**，变量通常用 x、y、z 等表示. 例如，火车在相邻两车站之间的行驶过程中，乘客的座位数是一个常量；而火车离两站的距离、燃料的储存量等都是变量.

在研究同一个问题时，往往会遇到两个或多个变量，它们在变化过程中，相互联系并遵循一定的变化规律. 我们把变量之间按一定规律相互依赖的关系称为函数. 现定义如下：

勿忘我

设 D、Z 是两个非空的实数集，如果存在一个对应法则 f，使得对集合 D 中的任何一个数 x，在集合 Z 中都有惟一确定的数 y 与之对应，则称**对应法则 f 为定义在 D 上的一个函数，或称变量 y 是变量 x 的函数**. 记作

$$y=f(x),\ x\in D$$

其中，x 为**自变量**，y 为**因变量**．x 的取值范围 D 称为**函数的定义域**，记作 D 或 $D(f)$；与 x 的值相对应的 y 的值称为**函数值**，函数值的集合 $\{f(x) \mid x \in D\}$ 称为**函数的值域**，记作 Z 或 $Z(f)$．

下面我们对函数定义中所涉及的对应法则 f、定义域 D 与值域 Z 等作一个简要的回顾．

1．函数的对应法则

函数 $y=f(x)$ 实质上就是“y 等于 x 在法则 f 下的对应值”，而 f 是“对应”得以实现的方法和途径，是联系 x 与 y 的纽带，所以 f 是函数的核心．

如果同时研究几个不同的函数，即不同的对应规律，就必须用几个不同的记号来表示它们之间的区别．对应法则还可以用 φ，g，F 等表示，相应的函数也就记作 $y=\varphi(x)$、$y=g(x)$、$y=F(x)$ 等．有时为简化符号，函数关系也可记作 $y=y(x)$，此时等号左边的 y 表示函数值，右边的 y 表示对应规则．

2．函数的定义域

在实际应用问题中，函数的定义域应根据实际问题的意义来确定．本书中我们约定：对于一般用数学式子来表示的函数，在没有注明定义域的情况下，**函数的定义域就是指使这个函数有意义的所有自变量的集合**．自变量通常用字母 x、t、u、v 等表示，至于用哪个字母来表示自变量，是无关紧要的．

例 1 试确定函数 $y=\sqrt{1-x^2}+\dfrac{6}{\lg(1-x)}$ 的定义域．

解：要使函数 y 有意义，则有 $\begin{cases}1-x^2 \geqslant 0\\ 1-x>0\\ \lg(1-x)\neq 0\end{cases}$ 即 $\begin{cases}-1\leqslant x\leqslant 1\\ x<1\\ x\neq 0\end{cases}$

$1-x\neq 1$

于是所求函数的定义域：$D=[-1,0)\cup(0,1)$．

一般地，根据函数的解析式 $y=f(x)$ 求函数的定义域时，应注意以下几点：

寻规律

(1) 若函数式中含有分式 $\dfrac{f(x)}{g(x)}$，则分母 $g(x)\neq 0$；

(2) 若函数式中含有偶次根式 $\sqrt[2n]{f(x)}$ $(n\in \mathrm{N}_+)$，则被开方式 $f(x)\geqslant 0$；

(3) 函数式中含有对数 $y=\log_a x$，真数 $x>0$，底数 $a>0$ 且 $a\neq 1$；零指数、负整数指数幂的底数都不为零；

(4) 若函数式中含有 $y=\tan x$，则 $x\neq k\pi+\dfrac{\pi}{2}$；有 $y=\cot x$，则 $x\neq k\pi$ $(k\in Z)$；

(5) 若函数式中含有 $y=\arcsin x$ 或 $y=\arccos x$，则 $|x|\leqslant 1$；

(6) 分段函数的定义域是各段定义域的并集；

(7) 若一个函数 $f(x)$ 是由几个数学式子的和、差、积、商的形式构成的，那么这个函数的定义域应是各部分式子定义域的交集．

3．函数值

在函数 $y=f(x)$ 中，对于 $x_0\in D(f)$ 所对应的 y 值，记作 y_0 或 $f(x_0)$ 或 $y|_{x=x_0}$，称为当 $x=x_0$ 时，函数 $y=f(x)$ 的函数值．

例 2 已知 $f(x-1)=x(x-1)$，求函数 $f(x)$ 的解析式，并计算 $f(2)$ 与 $f(a)$.

解：设 $t=x-1$，则 $x=t+1$，代入得

$$f(t)=(t+1)t=t^2+t$$

于是

$$f(x)=x^2+x$$

$$\therefore \quad f(2)=2^2+2=6$$

$$f(a)=a^2+a.$$

4. 相同的函数

函数定义中涉及到了定义域、对应法则和值域三个要素，而值域可由定义域和对应法则惟一确定. 因此，要判断函数是否相同（或相等），只要定义域和对应法则分别都相同，函数就称为**相同（或相等）**.

例 3 判断下列各组函数是否相同：

(1) $f(x)=\dfrac{x}{x}$，$p(x)=1$；

(2) $f(x)=x$，$p(x)=\sqrt{x^2}$；

(3) $f(x)=|x|$，$p(x)=\sqrt{x^2}$.

解：(1) $\because f(x)$ 的定义域为 $(-\infty, 0)\cup(0, +\infty)$，而 $p(x)$ 的定义域为 $(-\infty, +\infty)$，

$\therefore$ $f(x)$ 与 $p(x)$ 不相同.

(2) $\because$ 当 $x=-1$ 时，$f(-1)=-1$，$p(-1)=1$，即对应法则不同，

$\therefore$ $f(x)$ 与 $p(x)$ 不相同.

(3) $\because f(x)$ 和 $p(x)$ 对应法则相同，定义域均为 $(-\infty, +\infty)$，

$\therefore$ 它们是相同的函数.

二、函数的表示法

函数的表示方法，常用的有**解析法**、**列表法**、**图像法**三种.

在研究函数时，可根据实际情况选用不同的表示方法，也可以三种方法并用，其中**“数形结合”是研究函数的重要方法**，我们在学习中要养成使用函数的图像来理解各种数学表达式的习惯.

由于微积分研究的函数主要是用解析法表示的，所以下面我们重点回顾解析法的有关知识.

勿忘我

解析法也称公式法就是把两个变量的函数关系，用一个等式来表示的方法，这个等式称为函数的解析表达式，简称解析式.

例如 $S=\pi r^2$，$y=ax^2+bx+c$，$y=6\sin 8x$ 等等都是用解析式表示函数关系的.

有些函数不能用一个统一的数学表达式来表示，而是在其定义域的不同部分采用不同的数学表达式来表示，即要用两个或两个以上的式子表示，我们将这类函数称为**分段函数**.

例如，某批发部在一新品牌的促销活动中规定：购买该商品不超过20kg的，单价为90元/kg，购买20kg以上，超出部分单价为80元/kg，则购买该商品应付款 y(元)与购买数量 $x$kg之间的函数关系为：

$$y=\begin{cases}90x & 0\leqslant x\leqslant 20\\ 1800+80(x-20) & x>20\end{cases}$$

注意：分段函数不是表示几个函数，而是用几个式子合起来表示一个函数. 分段函数的定义域是各段定义域的并集.

例如，函数 $f(x)=\begin{cases}x-1 & x>0\\ x+1 & x\leqslant 0\end{cases}$ 是一个分段函数，它的定义域为 $D(f)=\{x\mid x>0\}\cup\{x\mid x\leqslant 0\}=(-\infty,+\infty)$，它的图像如图1-1.

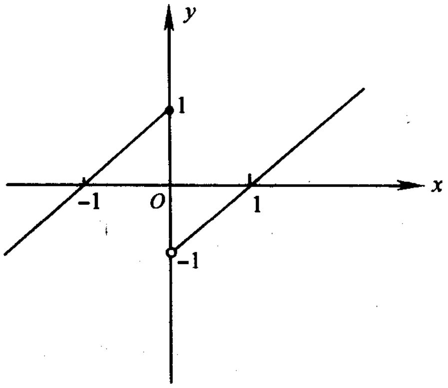


图 1-1

三、反函数

函数的自变量和因变量是人为选定的，根据需要也可以将两者互换. 为此我们引入反函数的概念.

勿忘我

设 $y=f(x)$ 是定义在 D 上的一个函数，值域为 Z. 如果对每一个 $y\in Z$ 都有一个确定的且满足 $y=f(x)$ 的 $x\in D$ 与之对应，其对应法则记作 f^{-1}，这个定义在 Z 上的函数 $x=f^{-1}(y)$ 称为 $y=f(x)$ 的反函数，或称它们互为反函数.

习惯上，用 x 表示自变量，用 y 表示因变量. 因此，我们将 $x=f^{-1}(y)$ 改写成以 x 为自变量、以 y 为因变量的函数关系式 $y=f^{-1}(x)$. 这时，我们说函数 $y=f^{-1}(x)$ 是函数 $y=f(x)$ 的反函数.

由反函数的定义可知，互为反函数的两个函数之间有如下一些关系：

	函数 $y=f(x)$	反函数 $y=f^{-1}(x)$
定义域	D	Z
值　域	Z	D
图　象	关于直线 $y=x$ 对称	

例 4 求函数 $y=2^x-1$ 的反函数.

解：∵ $y=2^x-1$

∴ $2^x=y+1$

于是 $x=\log_2(y+1)\quad(y>-1)$

将上式中的 x 与 y 互换，就得到 $y=\log_2(x+1)\quad(x>-1)$

故 $y=2^x-1$ 的反函数为 $y=\log_2(x+1)\quad(x>-1)$.

本节关键术语 微积分 函数 定义域 D 函数表示方法 分段函数 反函数

试一试

1. 判断题：

( ) a. 设函数 $f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{-x}$，则它的定义域为 0，值域为 0；

( ) b. $f(x)=2\log_2 x$ 与 $g(x)=\log_2 x^2$ 表示同一函数；

( ) c. $y=2^x$ 与 $y=\log_2 x$ 互为反函数；

( ) d. $y=x^2$ 与 $y=\sqrt{x}$ 的图像关于直线 $y=x$ 对称.

2. 填空题：

(1) $y=\log_5(1-x)$ 的定义域为______；

(2) 函数 $y=|x|$ 的定义域是______，值域是______；

(3) 函数的表示方法，常用的有______，______，______三种.

习 题 1-1

1. 求函数的定义域：

(1) $f(x)=\sin\dfrac{1}{x}$；　　(2) $f(x)=\ln(2x+6)+7e^x$；

(3) $y=\tan x+a^x(a>0)$；　　(4) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2-9}}{x-4}$.

2. 函数 $f(x+1)=x^2+4x+3$，求 $f(x)$，并计算 $f(9)$.

3. 下列四组函数中，表示同一个函数的是哪一组？并说明理由：

A. $f(x)=x-1$，$g(x)=\dfrac{x^2}{x}-1$；　　B. $f(x)=1$，$g(x)=x^0$；

C. $f(x)=x$，$g(x)=(\sqrt{x})^2$；　　D. $f(x)=x$，$g(x)=\sqrt[3]{x^3}$

4. 画出下列函数的图像：

(1) $f(x)=2x-5$，$x\in\{1,3,5\}$；　　(2) $y=|x|=\begin{cases}x & x\geqslant 0\\ -x & x<0\end{cases}$.

5. 求下列函数的反函数

(1) $y=3^x+1$；　　(2) $y=\log_3(7x+1)$.

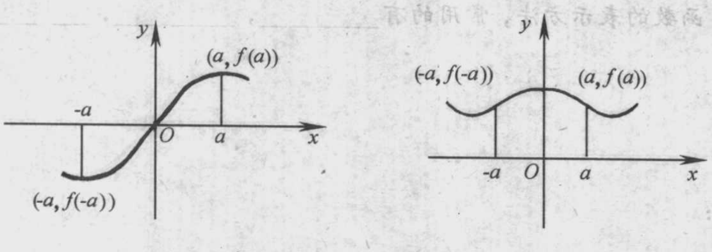
§ 1－2

函数的简单性质

一、函数的奇偶性

定义 设函数 $y=f(x)$ 的定义域 D 为一个关于原点对称的数集，如果对任意的 $x \in D$，都有 $f(-x)=-f(x)$，则称 $f(x)$ 为**奇函数**；如果对任意的 $x \in D$，都有 $f(-x)=f(x)$，则称 $f(x)$ 为**偶函数**；既不是奇函数，也不是偶函数的函数称为**非奇非偶函数**.

我们还知道**奇函数的图像关于原点对称；偶函数的图像关于 y 轴对称**（如图 1－2）；非奇非偶函数的图像既不关于原点对称，也不关于 y 轴对称.



(1) (2)

图 1－2

例 1 判断下列函数的奇偶性：

(1) $f(x)=x^2+3x^4$；　　(2) $f(x)=-x^3$.

解：(1) 函数 $f(x)=x^2+3x^4$ 的定义域为 R，它是关于 y 轴对称的.

$\because \quad f(-x)=(-x)^2+3(-x)^4=x^2+3x^4=f(x)$

$\therefore \quad f(x)=x^2+3x^4$ 是偶函数.

(2) 函数 $f(x)=-x^3$ 的定义域为 R，它是关于原点对称的

$\because \quad f(-x)=-(-x)^3=x^3=-f(x)$

$\therefore \quad f(x)=-x^3$ 是奇函数.

二、函数的单调性

在前面学过的函数中，有些函数随着自变量的增大，函数值也随着增大；而有些函数随着自变量的增大，函数值反而减小. 这种在某个区间上，函数值随自变量的增大而增大或减

小的性质，称为**函数的单调性**. 其一般定义如下：

勿忘我

设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D，如果在定义域 D 内的某个区间上任取两点 x_1 和 x_2，当 $x_1<x_2$ 时，(1) 若有 $f(x_1)<f(x_2)$，则称函数 $f(x)$ 在该区间上是**单调增加的**(或称**单调递增**)(如图 1-3(1))；(2) 若有 $f(x_1)>f(x_2)$，那么就称 $f(x)$ 在该区间上是**单调减少的**(或称**单调递减**)(如图 1-3(2)).

若函数在某一区间上具有单调性，则称此函数为该区间上的**单调函数**，该区间为函数的**单调区间**.

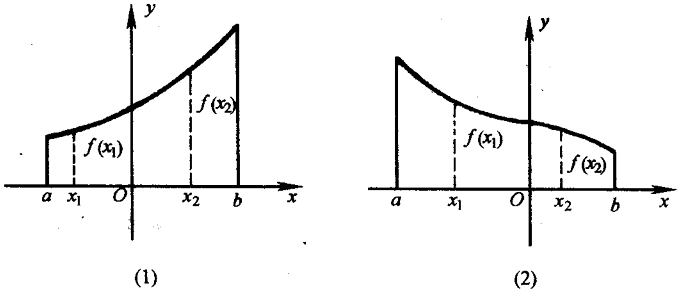


图 1-3

函数单调递增，则图像从左到右是上升的；函数单调递减，则图像从左到右是下降的. 在以后的学习中，我们常用符号"↗"表示单调递增，用"↘"表示单调递减.

函数的单调性，是对定义域内某个区间而言的，有的函数在一些区间上是单调递增的，而在另一些区间上是单调递减的. 例如函数 $y=x^2$，当 $x\in(-\infty,0)$ 时，函数是单调递减的，当 $x\in[0,+\infty)$ 时，函数是单调递增的，而当 $x\in(-\infty,+\infty)$ 时，$y=x^2$ 不是单调函数. 函数在某个区间是否具有单调性，我们可以根据单调性的定义进行证明，也可以借助函数的图像来判断.

三、函数的周期性

勿忘我

定义 设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D，如果存在一个正的常数 T，使得对于任一 $x\in D$，$x+T\in D$，都有

$$f(x+T)=f(x)$$

成立，则称 $f(x)$ 为**周期函数**，满足这个等式的最小正数 T，称为 $f(x)$ **的周期**.

周期函数图形的特点是自变量每增加或减少一个周期后，图形会重复出现(如图 1-4).

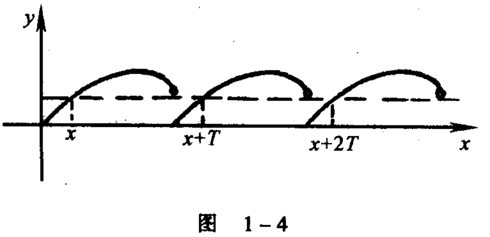


图 1-4

例如，三角函数 $\sin x$、$\cos x$ 以 2π 为周期，$\tan x$、$\cot x$ 以 π 为周期.

正弦型函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$与余弦型函数 $y=A\cos(\omega x+\varphi)$的周期均为$\frac{2\pi}{\omega}$. 正切型函数 $y=A\tan(\omega x+\varphi)$的周期为$\frac{\pi}{\omega}$. 其中，$A\neq 0$，$\omega>0$.

四、函数的有界性

定义　设函数 $y=f(x)$在区间(a,b)内有定义，如果存在一个正数 M，对于所有的 $x\in(a,b)$，所对应的函数值均满足不等式$|f(x)|\leqslant M$，则称 $y=f(x)$**在区间(a,b)内是有界的**. 如果不存在这样的正数 M，就称 $y=f(x)$**在区间(a,b)内是无界的**.

例如，函数 $f(x)=\frac{1}{x}$在开区间$(0,1)$内是无界的，因为当 x 大于 0 而接近 0 时，不存在任何的正数 M，使$\left|\frac{1}{x}\right|\leqslant M$. 但是 $f(x)=\frac{1}{x}$在区间$(1,2)$内是有界的，我们可取 $M=1$ 而使$\left|\frac{1}{x}\right|\leqslant 1$ 对于区间$(1,2)$内的一切 x 值都成立.

函数的有界性，是对定义域内某个区间而言的，该区间也可以是函数 $f(x)$的整个定义域，例如，正弦函数 $f(x)=\sin x$ 在定义域$(-\infty,+\infty)$内是有界的. 因为无论 x 为任何实数，取 $M=1$（当然 M 也可以取大于 1 的任何正数），都有$|\sin x|\leqslant 1$ 恒成立. 所以正弦函数 $f(x)=\sin x$ 在$(-\infty,+\infty)$内是有界的.

函数 $f(x)$在(a,b)内有界的几何意义：函数 $f(x)$在(a,b)内的图形位于直线 $y=M$ 与 $y=-M$ 的带形区域内，如图 1－5 所示.

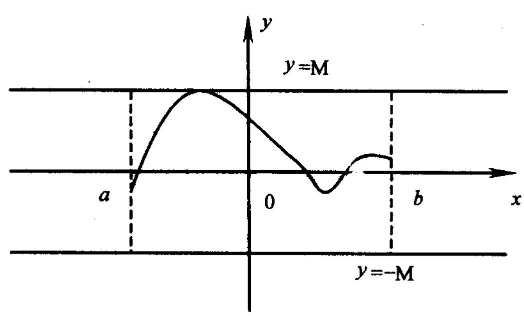


图　1－5

本节关键术语　单调性　奇偶性　周期性　有界性

1. 判断题：

（　　）a. 函数 $y=x^4-x^{-2}$是奇函数；

（　　）b. $y=x^3$ 在定义域内是单调递增的函数；

（　　）c. 已知函数 $f(x)$是偶函数，而且在$(0,+\infty)$上

是增函数，那么函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上是增函数；

( ) d. $y=\sin x$ 既是周期函数，也是有界函数.

2. 填空题：

(1) 如果函数 $f(x)$ 对于定义域内的每个 x 都有 $f(-x)=-f(x)$，则称为 $f(x)$ 为________函数；如果________，则称为 $f(x)$ 为偶函数；

(2) 判断下列函数的奇偶性：$f(x)=x^{-1}$ 是________；$g(x)=2x+1$ 是________；

(3) 已知某奇函数 $f(2)=7$，则 $f(-2)$ 为________；

(4) $g(x)=|x|$ 在区间________内是单调递增的，在区间________内是单调递减的.

习 题 1-2

1. 判断函数的奇偶性：

(1) $y=x\sin x$；　　(2) $f(x)=x+2\sqrt[3]{x}$；

(3) $f(x)=x^2-\cos x$；　　(4) $f(x)=(x-1)(x+1)$.

2. 求下列函数的周期：

(1) $y=8\cos\left(\dfrac{1}{3}x+\dfrac{\pi}{5}\right)$；　　(2) $y=8\sin\left(4x-\dfrac{2\pi}{7}\right)+9$.

3. 下列函数在定义域内是否有界？为什么？

(1) $y=\cos\dfrac{1}{x}$；　　(2) $y=\ln|\sin x|$.

§1-3

基本初等函数

勿忘我

定义　常量函数 $y=c$、幂函数 $y=x^\alpha$、指数函数 $y=a^x$、对数函数 $y=\log_a x$、三角函数 $y=\sin x$、$y=\cos x$、$y=\tan x$、$y=\cot x$、$y=\sec x$、$y=\csc x$ 和反三角函数 $y=\arcsin x$、$y=\arccos x$、$y=\arctan x$、$y=\operatorname{arccot} x$、$y=\operatorname{arcsec} x$、$y=\operatorname{arccsc} x$ 统称为**基本初等函数**.

例如，函数 $y=1$、$y=\sqrt{x}$、$y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ 都是基本初等函数，而 $y=\sqrt{x^2+1}$、$y=\sin 2x$ 不是基本初等函数定义中的形式，所以它们不是基本初等函数.

基本初等函数是学习微积分的基础知识，因此我们再回顾一下它们的主要内容.