



小学生趣味数学

quweishuxue

数学头脑

眭双祥 著
希望出版社





开头的 话

传说，数学家有一个珠宝箱，里面装着数不尽的珠宝，谁得了其中的珠宝，谁就变得非常聪明，成为了了不起的人。

第一个从数学家那里得到珠宝的人，成了有名的哲学家；第二个从珠宝箱拿到珠宝的人，成了创造简谱的音乐家；第三个得到珠宝的人，成了发明浑天仪的天文学家；第四个得到珠宝的人，成了电话的发明家……就连最不争气的调皮王，到珠宝箱里摸了一下，也成了玩扑克牌的魔术大师。

“神秘的珠宝箱里有哪些宝贝呢？”小学生华华日思夜想，要去找寻珠宝箱。

一天，华华恰巧碰到了数学家。数学家立刻打开珠宝箱，满足了华华的要求。

奇怪，箱子里除了阿拉伯数字和各种数学符号以外，别的什么也没有！华华十分失望。数学家笑着说：“孩子，一堆砖头乱放着，只不过是一堆垃圾，但如果善于组合，就能



变成美丽壮观的大厦。同样，你如果善于运用这些阿拉伯数字和符号，它们就能变出无穷无尽的财宝！”

“小学生趣味数学”丛书就是这样的“珠宝箱”，箱里装着《数学头脑》、《数字景观》、《数学奥秘》三本新书。

《数学头脑》从故事开始，深入浅出地向你介绍常见的数学思维方法和策略，帮你研究、发现，锻炼你的思维品质，开发你的数学头脑，提高你的解题技巧。

《数字景观》全面地介绍数的知识特性和应用，帮你了解数、认识数、掌握数，开拓你的视野，增长你的知识，激发你学数学的兴趣。

《数学奥秘》介绍了许多数的奇妙现象，简述了一些至今还是谜的数学奥秘问题，帮你探索、创造，引导你的思维，开发你的智力，鼓起你攀登数学高峰的勇气。

我们相信，这一套趣味数学丛书，一定会把你迷住，一定会给你力量，一定会给你益处。

请钻进去吧！这里确实有五光十色的“珠宝”！

编者

1999.5

目 录

神机妙算的故事

曹冲称象	
——化整为零	3
牧民妙法	
——先借后还	8
天平称油	
——一一对应	13
回家迷路	
——倒推还原	20
送球怪事	
——反向思考	27



买菜风波	
——等量消去	35
猎狗问题	
——把握整体	41
巧妙调度	
——假设情节	47
巧分遗产	
——比例分配	52
先下手为强	
——特殊思维	57
草船借箭	
——变更思路	63
抢答笑话	
——抓住不变	68
鲁班接柱	
——等量替换	74
皇帝上当	
——弄假成真	79



两个媳妇	——设而不求	85
十字珠宝	——按图索骥	91
神童妙答	——确定标准	98
竹禅作画	——“差”移“和”上	103
三女卖蛋	——逐步逼近	108
智过城门	——将计就计	114
小芳迟到	——统筹规划	118
庖丁解牛	——周期规律	124
智译号码		

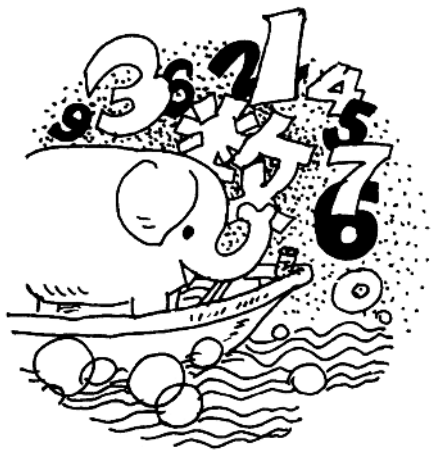


——抽屉原理	129
死囚妙法	
——逻辑推理	134
韩信点兵	
——剩余定理	141
田忌赛马	
——选准对策	147

神机妙算的故事

所有神机妙算

都来自聪明的数学头脑。





曹冲称象

——化整为零

三国纷争的混战时期，吴国孙权为了取悦于曹操，派人送去了一头大象。曹操很高兴，问道：“谁能称出这只大象的重量？”左右文武百官面面相觑，议论纷纷：哪有这么大的秤呀？一时间，无人想出称象的办法。

忽然，从人群里传出一个稚嫩的童音：“我有办法！”大家一看，原来是曹操不满7岁的儿子曹冲。他对大家说：“可以把大象赶到一只大船上，看水位到船边什么地方，做一个记号，然后牵出大象，往船里装石头，一直等船沉到水平记号处为止，再分筐称出石头。石头重量的和就是大象的重量。”大家听了，连连称道。后来，曹操派人照曹冲说的办法，称出了大象的重量。

小曹冲开动聪明的数学头脑，用称石头代替称大象，这简直是一种无与伦比的妙法。

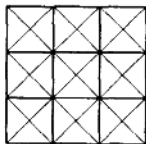
我们在解决数学问题时，如果对某一整体无从下手，就



可以把它分解成若干个比较简单的小问题，逐个加以解决，从而使整个大问题得以解决。这种方法，我们可以称它为“化整为零”。

比如，给你看下面这样一幅图，请你说出这个图中一共有多少个正方形。你看到这幅图，要数出图中共有多少个正方形，恐怕会感到眼花缭乱。

我们如果用“化整为零”的方法，就可以把所求的正方形从小到大，分为几类，然后一类一类地算，就很容易把整个图形中所有的正方形数出来了。



具体的方法如下：

1. 先数出含有 2 个小三角形的正方形，共有 12 个；
2. 再数出含有 4 个小三角形的正方形，共有 9 个；
3. 接着数出含有 8 个小三角形的正方形，共 5 个；
4. 最后数出含有 16 个小三角形的正方形，共有 4 个；
5. 还有 1 个含有 32 个小三角形的大正方形。

这样，整个图中共有正方形： $12+9+5+4+1=31$ （个）。

这种方法避难就易，化整为零，分散难点，各个击破。

我们再来看一个问题：有一个工厂，第一车间工人人数



比第二车间少 20 人，第一车间人数相当于第二车间的 $\frac{5}{6}$ ，

第一、二车间人数的和是第一、二、三车间人数和的 $\frac{11}{15}$ 。

问：第三车间有多少人？

这个问题看起来比较复杂，要想一下子找到解决问题的解法，不大容易。我们可以采用“化整为零”的方法，把这个复杂的问题分成几个基本的小问题来解决。

1. 根据第一车间与第二车间人数的关系，第二车间人数的 $(1 - \frac{5}{6})$ 是 20 人，可以求出第二车间工人人数。

$$20 \div \left(1 - \frac{5}{6}\right) = 120(\text{人})$$

2. 根据第二车间有 120 人，第一车间比第二车间少 20 人，可以求出第一车间工人人数。

$$120 - 20 = 100(\text{人})$$

3. 根据第一车间有 100 人，第二车间有 120 人，可以求出第一、二车间一共有多少人。

$$100 + 120 = 220(\text{人})$$

4. 根据第一、二、三车间人数和的 $\frac{11}{15}$ 是 220 人，可以



求出第一、二、三车间人数的和。

$$220 \div \frac{11}{15} = 300 \text{ (人)}$$

5. 根据第一、二、三车间人数和 300 人，第一、二车间人数和 220 人，可以求出第三车间的人数。

$$300 - 220 = 80 \text{ (人)}$$

这样，一个复杂的问题变成了 5 个简单的基本应用题，解答起来就非常容易了。

这类问题在日常生活中是很多的，数学题中也常常出现。它的主要特点是：这类题条件与条件之间关系比较复杂，而且相互之间联系比较紧密，只要能找到一个小问题为突破口，然后把整个问题化为一个一个小问题来解决，问题就好办了。

我们再举一个例子来说明一下。

有分别写着 1、2、3、…、13 的卡片各 2 张，任意抽出两张，计算这两张卡片的数的积，这样就会得到许多不相等的积。那么，这些积中最多有多少个能被 6 整除？（第四届“从小爱数学”邀请赛试题）

要求这些不相等的积中有多少个能被 6 整除，就要考虑



这些不相等的积中，有多少个含有因数6。从整体上考虑所有满足含有因数6的个数是很难的，我们就可以先找到一个一个小问题，化整为零来把所有的个数分为若干个类来求。

1. 先找6与其他数相乘所得的数。

6与其他13张卡片的数相乘，可得： 6×1 ， 6×2 ， 6×3 ， \dots ， 6×12 ， 6×13 ，共13个。

2. 12与其他数相乘所得的数（删去上面重复的数）。

12与另外13张卡片的数相乘，删去重复的数，得： 12×7 ， 12×8 ， 12×9 ， \dots ， 12×13 ，共7个。

3. 一组中含有因数2的数与另一组中含有因数3的数相乘所得的数（删去与上面重复的数）。

一组中含有因数2的数与另一组中含有因数3的数相乘，除去与上两类重复的6和12，还可得到八组数，即2、4、8、10分别与3和9相乘。删去重复的就只剩下 10×9 ，它能够被6整除。

这样，我们就可以得到这些积中最多有 $13 + 7 + 1 = 21$ （个）能被6整除。

我们还可以运用“化整为零”的思考方法去解决其他一些有关的问题。



牧民妙法

——先借后还

一位牧场的老牧主有 17 匹马。一天，他得了急病，临终前对三个儿子说：“我死了以后，17 匹马分给你们三个人。老大得二分之一，老二得三分之一，老三得九分之一，但是不准把马宰了分。”说完，老牧主就咽气了。

老牧主的三个儿子按照父亲的遗嘱分 17 匹马，可是分来分去，始终想不出好办法。他们兄弟三个只好去请教别人。后来，有一位老牧民帮他们出了一个主意。他们向邻居借来一匹马，使 17 匹马变成了 18 匹马，然后再按老牧主的遗嘱进行分配。三个人终于分到了自己应该得的马。

$$\text{老大分得: } (17+1) \times \frac{1}{2} = 9(\text{匹})。$$

$$\text{老二分得: } (17+1) \times \frac{1}{3} = 6(\text{匹})。$$



老三分得： $(17+1) \times \frac{1}{9} = 2$ （匹）。

这时，还留下一匹马，再还给邻居。

这位老牧民的数学头脑之妙，就在于当一个问题无法直接解决时，采用了“先借后还”的方法。因为“17”这个数不是“2、3、9”的公倍数，不可能被这三个数整除，所以也就不能直接得到整匹马数。当借来1匹后，“17”变成了“18”，“18”就能被2、3、9整除，这样就好分了。许多有一定难度的问题，采用这种“先借后还”的方法，就能非常简捷而巧妙地加以解决。

我们在日常生活中遇到的“汽水瓶换汽水”问题，也是用这种“先借后还”的方法来解决的。例如：商店出售汽水，为了回收空瓶，店里规定：每3个空瓶可以换一瓶汽水。李明在这家商店买了24瓶汽水，他最多可喝到多少瓶汽水？

这个问题如果用一般的思考方法来想：李明把24瓶汽水喝完后，可以用24个空瓶再去换 $24 \div 3 = 8$ （瓶）汽水，然后再用8个空瓶去换2瓶汽水，这时又有4个空瓶，用其中的3个空瓶还可换1瓶汽水，这时还剩下2个空瓶，换不



到1瓶汽水了。那么，李明共可喝到 $24+8+2+1=35$ （瓶）汽水。

如果按这样的思维方法来解答这个问题，其实是不正确的。因为实际上，买24瓶汽水，用瓶去换汽水，最多可以喝到36瓶汽水。这就要用“先借后还”的方法来考虑。当最后还剩下2个空瓶时，我们只要先借1个空瓶来，就又可以换到1瓶汽水。当你把汽水喝完后，再把空瓶还给人家。这时，李明不剩空瓶也不欠空瓶。这就是用“先借后还”的巧妙方法得到的正确结果。

当然，在利用“先借后还”的方法解决一些复杂的问题时，也不一定是借一个，有时也可以借几个，这要根据题目的要求来决定借多少的问题。

例如：老师对小明说：“你把这篮苹果的 $\frac{1}{3}$ 多2个给王军， $\frac{1}{2}$ 少4个给吴宁，剩下的6个给你。请你把这篮苹果分一下好吗？”

这个问题，如果不用“先借后还”的方法，解起来是相当费事的。

我们首先要求出这篮苹果的总数。为了解决这个问题，