

新课标中考专项夺标

中考数学 填空题巧解

中考数学研究组 组编



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS

浙江大学出版社

中考数学 填空题巧解

◎中考数学研究组 组编

◎编委 马茂年 王小海 王旭斌 王 新
朱进初 张金良 陈永华 陈 伟
林健鸿 郑姬铭 俞 昕 袁小容
倪志香 徐小明 韩国梁 谢丙秋

浙江大学出版社

编写说明

初中新课程改革在全国已全面铺开,随之而来的中考(有的地方称为学业考试)必然有所调整。从全国实验区中考的情况来看,无论是考试的目标、要求,还是试题的设计都焕然一新,充分体现了新课程改革的精神。为帮助广大初中毕业生了解新的中考、适应新的中考、备战新的中考,我们邀请了全国知名的特级教师编写一套新课程标准中考专项夺标丛书。丛书包括《中考数学新颖题解读》、《中考数学解题法揭秘》、《中考数学选择题突破》、《中考数学填空题巧解》、《中考数学中档题攻略》、《中考数学综合题透析》、《中考数学展望与对策》七个分册。

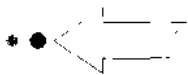
丛书各分册密切配合新中考的要求,分专题解读新课标中考。丛书不局限于某个版本的新课程标准教材,而是按新课程标准和新中考要求构建知识体系。例题的设计注重典型性、新颖性、指导性和示范性,引导学生发现问题,培养学生认知能力和学习能力,教会学生学习;从不同的角度,通过变式原理创设能力测试和适应性试题,着力培养学生分析问题、解决问题的能力;通过设置开放性、探究性问题,激发学生的探索热情,培养学生的创新意识和创新能力。

鉴于我们的水平有限,书中难免有些纰漏,敬请各位读者批评指正。

2006年6月于杭州

目 录

第一部分 基础知识扫描	(1)
第1讲 实数	(1)
第2讲 代数式	(5)
第3讲 二次根式	(7)
第4讲 不等式与不等式组	(9)
第5讲 方程与方程组(一)	(11)
第6讲 方程与方程组(二)	(13)
第7讲 函数(一)	(15)
第8讲 函数(二)	(17)
第9讲 相交线、平行线	(19)
第10讲 三角形	(21)
第11讲 四边形	(23)
第12讲 圆(一)	(25)
第13讲 圆(二)	(29)
第14讲 图形的变换	(32)
第15讲 图形的相似	(34)
第16讲 解直角三角形	(36)
第17讲 图形与证明	(38)
第18讲 统计(一)	(40)
第19讲 统计(二)	(43)
第20讲 概率	(47)



第 21 讲 应用问题	(49)
第二部分 达标训练和提高	(51)
达标训练题(1)	(51)
达标训练题(2)	(52)
达标训练题(3)	(53)
达标训练题(4)	(55)
达标训练题(5)	(57)
达标训练题(6)	(58)
达标训练题(7)	(59)
达标训练题(8)	(60)
达标训练题(9)	(61)
达标训练题(10)	(62)
达标训练题(11)	(63)
达标训练题(12)	(64)
达标训练题(13)	(65)
达标训练题(14)	(66)
达标训练题(15)	(67)
达标训练题(16)	(68)
达标训练题(17)	(69)
达标训练题(18)	(70)
达标训练题(19)	(71)
达标训练题(20)	(73)
参考答案	(76)

第一部分

基础知识扫描

第1讲 实数



例题透视镜

例1 (1) 倒数等于本身的数是_____，相反数等于本身的数是_____，绝对值等于本身的数是_____.

(2) 若 a, b 互为相反数, c, d 互为倒数, m 表示到原点距离为 1 的有理数, 则 $a+b+cd+m=$ _____.

(3) 有一组数: 1, 2, 4, 7, 11, 16, 22, ... 请观察这组数字构成的规律, 再写出一个数, 该数为_____.

(4) 给出一个等式: $3^2 - 1^2 = 8 = 8 \times 1$, $5^2 - 3^2 = 16 = 8 \times 2$, $7^2 - 5^2 = 24 = 8 \times 3$, 观察规律: 填写 $13^2 - 11^2 =$ _____ = _____ \times _____, 规律: $(2n+1)^2 - (2n-1)^2 =$ _____.

思路突破 (1)、(2) 依据法则求解. (3) 通过观察数的规律, 不难发现后一项数等于前一项数再顺次加上自然数, $2=1+1$, $4=2+2$, $7=4+3$, $a_n = a_{n-1} + (n-1)$. (4) 两数平方差等于两数的和乘以两数差.

答案 (1) $\pm 1, 0$, 非负数; (2) 0 或 2; (3) 29; (4) $48, 8, 6, 8n$.

方法总结 绝对值等于本身的数是正数或 0, 负数的绝对值等于它的相反数. $|x| = a (a \geq 0)$, 则 $x = \pm a$.

变式训练 观察下列有规律的数: $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{20}, \frac{1}{30}, \frac{1}{42}, \dots$ 根据规律: ① 第 7 个数是_____, ② $\frac{1}{132}$ 是第_____个数.

解析 将一个分数分解为两个分数积 $\frac{1}{2} = 1 \times \frac{1}{2}$, $\frac{1}{6} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$, $\frac{1}{12} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$, 第 7 个数为 $\frac{1}{56} = \frac{1}{7} \times \frac{1}{8}$, $\frac{1}{132} = \frac{1}{11} \times \frac{1}{12}$, 是第 11 个数.



答案 ① $\frac{1}{56}$, ② 11.

变式总结 理解 $\sqrt{a^2} = |a|$, $a^0 = 1 (a \neq 0)$, $|a|$ 去绝对值注意 a 的正负性, 分母有理化.

例 2 (1) 我国某地区因洪涝灾害而造成的损失(折合人民币)四舍五入后记为 3.125×10^7 元, 这个数保留了 _____ 个有效数字.

(2) 国家质检总局出台了国内销售纤维制品的甲醛含量标准, 从 2003 年 1 月 1 日起正式实施. 该标准规定: 针织内衣、被套、床上用品等直接接触皮肤的制品, 甲醛含量应在百万分之七十五以下. 百万分之七十五用科学记数法表示为 _____.

思路突破 (1) 用科学记数法表示的数的有效数字一般是 a 所含的个数, $a = 3.125$, 4 个有效数字, (2) 百万分之一为 10^{-6} , 百万分之七十五为 $75 \times 10^{-6} = 7.5 \times 10^{-5}$.

答案 (1) 4; (2) 7.5×10^{-5} .

方法总结 科学记数法表示数 a , a 取值在 $1 \leq |a| < 10$ 之间, 如果写成 75×10^{-5} 就不对, 应为 7.5×10^{-5} .

变式训练(1) (1) 0.10 元精确到 _____, 2.4 千精确到 _____, 有效数字是 _____, 近似数 5.310×10^3 精确到 _____ 位, 有效数字是 _____.

解析 (1) 0.10 元小数点左边第一个单位是元, 1 所在单位是角, 1 后面 0 单位是分, 2.4 千精确到百位, 有效数字 2 个, $5.310 \times 10^3 = 53100$ 精确到十位, 有效数字为 5、3、1、0.

答案 (1) 分, 百位, 2、4, 十位, 5、3、1、0.

变式误区 有些近似数后面有单位, 注意单位所在数量关系, 如 10 万, 0 这位表示万而不是个位.

变式训练(2) (1) 一种细菌的半径是 0.00004m, 用科学记数法表示为 _____.

(2) 根据《2003 年某市水资源报告》, 2003 年城市大中型水库蓄水总量为 293500000 m^3 , 比 2002 年蓄水总量减少了 41900000 m^3 , 用科学记数法表示 2002 年蓄水总量为 _____ m^3 .

解析 (1) 0.00004 小数点后有 5 位, 则用科学记数法, 表示为 $4 \times 10^{-5} \text{ m}$. (2) 2002 年蓄水总量为 $293500000 + 41900000 = 335400000 = 3.354 \times 10^8$.

答案 (1) 4×10^{-5} ; (2) 3.354×10^8 .

变式总结 (1) 不能写成 4×10^{-4} ; (2) 不能写成 3354×10^5 , 这里 $a = 3.354$, n 为 8, 而不是 5.

例 3 (1) 在 $\frac{22}{7}, \sqrt{3}, \tan 60^\circ, \pi, \sqrt[3]{8}, \sqrt{-9}, 0.3, -\frac{1}{2}, 0.101001 \dots$ 中, 无理数为 _____.



整数为 _____, 分数为 _____.

(2) 若 $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 13 = 0$, x, y 均为实数, 则 $x^y =$ _____.

(3) 比较大小, 若 $-1 < a < 0$, 则 $\frac{1}{a}, a, a^2$ 从大到小顺序是 _____.

(4) 若 x, y 是实数, 且 $\sqrt{2x-1} + \sqrt{1-2x} + y = 3$, 则 $\frac{x}{y} =$ _____.

思路突破 (1) 无理数是无限不循环的小数, 如 $\sqrt{3}, \tan 60^\circ, \pi, \sqrt[3]{-9}, 0.101001\cdots$, 整数如 $0, \sqrt[3]{8}$, 分数如 $\frac{22}{7}, 0.3, -\frac{1}{2}$. (2) 配方得 $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 0$, 求出 x, y 值.

(3) 可用特殊值代入计算. (4) $2x-1 \geq 0$, 所以 $x = \frac{1}{2}, y = 3$.

答案 (1) $\sqrt{3}, \tan 60^\circ, \pi, \sqrt[3]{-9}, 0.101001\cdots; 0, \sqrt[3]{8}, \frac{22}{7}, 0.3, -\frac{1}{2}$.

(2) -8 . (3) $a^2 > a > \frac{1}{a}$. (4) $\frac{1}{6}$.

方法规律 认识无理数意义扣住无限不循环这个特征, π 也是无理数, 运用平方法结合 $a^2 + b^2 = 0$, 有 $a = 0, b = 0$, 用非负性求出 x, y 的值, 代入再计算.

例 4 (1) 如果 $|x-2| + (x-y+3)^2 = 0$, 那么 $(x+y)^2$ 的结果为 _____.

(2) 我国航天员杨利伟乘“神舟五号”绕地球飞行 14 周, 飞行轨道近似看作圆, 其半径为 6.71×10^3 km, 所经航程为 (π 取 3.14, 保留 3 个有效数字) _____ km.

(3) 观察下列等式: $7^1 = 7, 7^2 = 49, 7^3 = 343, 7^4 = 2401, \cdots$ 由此可推断 7^{100} 的个位数为 _____.

答案 (1) 49; (2) 5.90×10^5 ; (3) 1.

方法总结 最近几年中考考查科学记数法的题目几乎都转了弯, 不单纯是会用, 还要会运算, 探索数列规律问题, 仍是中考的热点, 许多实验区都考查了这类题目.



达标演练场

1. (河北) -2^2 的倒数是 _____, $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ 的相反数是 _____.

2. (山东) 实数 x, y 满足 $x^2 + 4xy + 4y^2 + x + 2y - 6 = 0$, 则 $x + 2y =$ _____.

3. $|\sqrt{2}-1| =$ _____, $\sqrt{25}$ 的算术平方根为 _____, $\sqrt[3]{-27} =$ _____.

4. 据有关资料显示, 截至 2004 年 4 月 30 日, 长江三峡水电站的总装机容量已达到 56000000 kW, 请用科学记数法表示为 _____ kW.

5. 某校学生发现食堂吃饭浪费粮食十分严重, 于是决定写一个标语贴在食堂门口, 告诉

大家不要浪费粮食,请你帮他吧标语中有关数据填上(1克大米52粒).如果人人每天浪费1粒大米,全国13亿人,每天就浪费_____吨大米.

6. (荆州) $\sqrt{18} + 2\sqrt{\frac{1}{2}} =$ _____.

7. 已知等式 $\frac{\sqrt{x^2+4x+4}}{x-2} + (x+2)^2 = 0$, 则 $x =$ _____.

8. 下列各数 $\frac{22}{7}, \pi, \sqrt{8}, \sqrt[3]{64}, \sin 60^\circ$ 中无理数有_____个.

9. 古希腊数学家把1,3,6,10,15,21,...叫做三角形数,它有一定规律性,第24个三角形数与第22个三角形数差为_____.

10. (荆门)某些植物发芽具有这样一种规律,当年所发新芽第二年不发芽,老芽在以后每年都发芽,发芽规律见下表:(设第一年前的新芽数为 a)

第 x 年	1	2	3	4	5	...
老芽数	a	a	$2a$	$3a$	$5a$...
新芽数	0	a	a	$2a$	$3a$...
总芽数	a	$2a$	$3a$	$5a$	$8a$...

照这样下去,第8年老芽数与总芽数比值为_____.(精确到0.01)



第2讲 代数式



例1 分解因式 $x^2 - 4y^2 + 2x - 4y =$ _____.

答案 $(x - 2y)(x + 2y + 2)$.

方法总结 幂的运算牢记性质：同底数幂相乘指数相加；同底数幂相除指数相减. 因式分解方法：提公因式、公式法要灵活选用.

变式训练 (1) 在 $-\frac{1}{3}x^2, 2xy, 2x + y, \frac{4y}{3x}, 0, |-0.5|, 1 - \frac{3a}{\pi}$ 中, 单项式是 _____, 多项式是 _____.

(2) 如果 $a^2 + ma + 9$ 是完全平方式, 那么 $m =$ _____.

(3) 已知 $a - b = 2 + \sqrt{3}, b - c = 2 - \sqrt{3}$, 则 $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$ 的值为 _____.

答案 (1) $-\frac{1}{3}x^2, 2xy, |-0.5|, 0; 2x + y, 1 - \frac{3a}{\pi}$; (2) ± 6 ; (3) 15.

例2 (1) 化简 $\frac{a^2 - b^2}{a + ab}$ 的结果是 _____.

(2) 计算 $\frac{1}{x+1} - \frac{x+3}{x-1} \div \frac{x^2+4x+3}{x^2-2x+1}$ 的结果是 _____.

答案 (1) $\frac{a-b}{a}$; (2) $\frac{2-x}{x+1}$.

例3 (宜昌) 如图 2-1, 用同样规格的黑白两种正方形瓷砖铺设正方形地面, 观察图形并猜想当黑色瓷砖为 20 块时, 白色瓷砖为 _____ 块, 当白色瓷砖为 n^2 (n 为正整数) 块时, 黑色瓷砖为 _____ 块.

答案 $16, 4n + 4$.

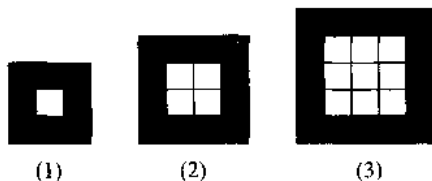


图 2-1

思路突破 探索规律, 黑瓷砖数等于每边的黑瓷砖数乘以 4, 再减去 4. 图(1)中 3×4



$-4=12-4=8$ (块),图(2)中 $4 \times 4 - 4 = 12$ (块),图(3)中 $5 \times 4 - 4 = 16$ (块). 设黑瓷砖在正方形一边上数为 x , 到 $4x - 4 = 20$, 所以 $x = 6$. 白色瓷砖为 $4^2 = 16$ (块). 当白色瓷砖为 n^2 块时, 正方形的每边黑瓷砖有 $(n+2)$ 块, 所以黑瓷砖数为 $4(n+2) - 4 = 4n + 4$ (块).

方法总结 有规律变化的问题一般从题目中最基本图形出发, 观察分析, 简单的图形中容易发现规律. 正方形一边的黑瓷砖数乘以 4 再减去 4 就得到黑瓷砖数.

变式训练 (1) 某电影院共有 n 排座位, 第一排有 a 个座位, 后一排比前一排多 b 个座位, 则第 n 排座位数为_____.

(2) 抗“非典”期间, 个别商贩将原来每桶价格为 a 元的过氧乙酸消毒液提价 20% 后出售, 市政府及时采取措施, 使每桶价格在涨价后下降 15%, 那么现在每桶的价格为_____元.

答案 (1) $a + (n-1)b$; (2) $(1+20\%)(1-15\%)a$.



考场

1. 在代数式 $\frac{1}{x}$, $\frac{1}{y}$, $x^2 - y^2$, $\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\frac{x+y}{2}$ 中, 单项式是_____, 多项式是_____, 分式是_____.

2. 化简 $(ab - b^2) \div \frac{a-b}{ab}$ 的结果是_____.

3. 分解因式: (1) $1 - m^2 - n^2 + 2mn =$ _____.

(2) $x^4 + x^2 + 1 =$ _____.

(3) $(a^2 + b^2 - 1)^2 - 4a^2b^2 =$ _____.

4. 如图 2-2, 要给这个长、宽、高分别为 x 、 y 、 z 的箱子打包, 其打包方式如右图所示, 则打包带的长至少要_____ (单位: mm) (用含 x 、 y 、 z 的代数式表示).

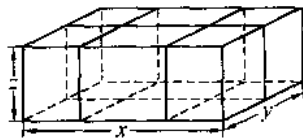


图 2-2

5. 若 $x =$ _____ 时, 分式 $\frac{|x|-1}{x^2-2x-3}$ 的值为 0.

6. 已知 $x + \frac{1}{x} = 2\sqrt{2}$, 则 $x - \frac{1}{x} =$ _____.

7. 若 $a^r = 3$, 则 $\frac{a^{2r} - a^{-2r}}{a^r + a^{-r}} =$ _____.

8. 化简: $\left(\frac{a}{a-1} - \frac{2}{a^2-1}\right) \div \left(1 - \frac{1}{a+1}\right) =$ _____.

9. 已知 $x = \sqrt{2} + 1$, 则 $\left(\frac{x+1}{x^2-x} - \frac{x}{x^2-2x+1}\right) \div \frac{1}{x} =$ _____.

10. 已知 $\frac{2a}{2a^2+a+2} = \frac{1}{2}$, 则 $\frac{2a^2}{2a^2+3a^2+2} =$ _____.



第3讲 二次根式



例题

- 例1 (1) 平方根等于 ± 0.4 的数是_____.
- (2) $\sqrt{64}$ 的平方根为_____.
- (3) 已知某数的平方根是 $a+3$ 及 $2a-15$,则这个数是_____.
- (4) 已知 a 是 $\sqrt{11}$ 的整数部分, b 是 $\sqrt{11}$ 的小数部分,则 $(b-\sqrt{11})^a =$ _____.

答案 (1) 0.16, (2) $\pm 2\sqrt{2}$, (3) 49, (4) -27.

变式训练 已知 $A = \sqrt[2m-n+5]{m+3}$ 是 $m+3$ 的算术平方根, $B = \sqrt[n-2]{n-2}$ 是 $n-2$ 的立方根,求 $A^2 - B^2$ 的值_____.

答案 0.

例2 (1) 下列式子① $\sqrt{3}$, ② $\sqrt{9}$, ③ $\sqrt{-3}$, ④ $\sqrt[3]{27}$, ⑤ $\sqrt{-8}$, ⑥ \sqrt{b} , ⑦ $\sqrt{a^2+2a+1}$, ⑧ $\sqrt{x^2+1}$ 中,二次根式有_____.

(2) 已知 $\sqrt{3x+y+5} + \sqrt{2y-x-6} = 0$,求 $\sqrt{x^2+5y}$ 的值_____.

答案 (1) ①, ②, ⑦, ⑧; (2) 3.

变式训练(1) 已知 $y = \frac{\sqrt{x^2-4} - \sqrt{4-x^2}}{x-2}$,求 $(-x)^y$ 的算术平方根_____.

变式训练(2) 已知 a, b, c 为实数,且 $|b+1| - 2\sqrt{a-1} + a + \sqrt{(c-2)^2} = 0$,求 $a+b^2+c^2$ 的值_____.

答案 (1) 1; (2) 11.



练习场

- 若 $\sqrt{\frac{x+1}{3-x}}$ 在实数范围内有意义,则 x 的取值范围为_____.
- 在图3-1所示的集合圈中有5个实数,则图中的有理数的和与无理数的积的差为_____.
- 比较大小: $2\sqrt{11}$ _____ $3\sqrt{5}$, $-3\sqrt{7}$ _____ $-2\sqrt{15}$.
- 已知 a 为实数,把 $\sqrt{-a^2} - a\sqrt{-\frac{1}{a}}$ 化简后为_____.

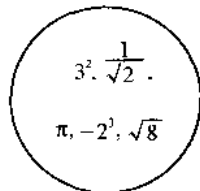


图3-1

5. 已知 $xy=3$, 那么 $x\sqrt{\frac{y}{x}}+y\sqrt{\frac{x}{y}}$ 的值是 _____.
6. 已知 $x=\sqrt{3}+1, y=\sqrt{3}-1$, 则 $2x^2-3xy+2y^2=$ _____.
7. (泰州)用计算器探索:按一定规律排列的一组数: $1, \sqrt{2}, -\sqrt{3}, 2, \sqrt{5}, -\sqrt{6}, \sqrt{7}, \dots$, 如果从1开始依次连续选取若干个数,使它们的和大于5,那么至少要选 _____ 个数.
8. 两个不相等的无理数,它们的乘积为有理数,这两个数可以是 _____.(任填两个数)
9. 根据爱因斯坦相对论,当地球过1s时,宇宙飞船内只经过 $\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}$ s(公式内的 c 指光速 $c=30$ 万 km/s, v 指宇宙飞船速度),假定有一对25岁和28岁的亲兄弟,哥哥乘坐以光速0.98倍的速度飞行的宇宙飞船,作了5年的科学考察后回到地球,这个5年是指地面上的5年,所以弟弟的年龄已是30岁了.请你用上述公式推算一下,哥哥在这段时间内增加了的岁数是 _____.
10. (1) 若 $\sqrt{x-4}\sqrt{x-4}$ 与 $\sqrt{y+6}-6\sqrt{y-3}$ 互为相反数,则 $\sqrt{\frac{x}{y}}=$ _____;
- (2) 化简: $\sqrt{2+\sqrt{3}}+\sqrt{2-\sqrt{3}}=$ _____;
- (3) 若 $x=\sqrt{\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{4}}$, 则 $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}+\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}=$ _____;
- (4) 化简: $\frac{\sqrt{10}+\sqrt{14}-\sqrt{15}-\sqrt{21}}{\sqrt{10}+\sqrt{14}+\sqrt{15}+\sqrt{21}}=$ _____;
- (5) 计算: $\frac{1}{3+\sqrt{3}}+\frac{1}{5\sqrt{3}+3\sqrt{5}}+\frac{1}{7\sqrt{5}+5\sqrt{7}}+\dots+\frac{1}{49\sqrt{47}+47\sqrt{49}}=$ _____;
- (6) 设 $M=\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\dots+\frac{1}{\sqrt{1993}+\sqrt{1994}}$,
 $N=1-2+3-4+5-6+\dots+1993-1994$, 则 $\frac{N}{(M+1)^2}=$ _____.



第4讲 不等式与不等式组



视镜

例1 用不等式表示:

(1) x 的一半与 4 的差是负数 _____.

(2) x, y 两数的平方和不大于 2 _____.

答案 (1) $\frac{1}{2}x - 4 < 0$; (2) $x^2 + y^2 \leq 2$.

方法总结 (1) 不等式表示代数式之间的不相等的关系,与方程表示相等关系相对应,研究不等关系的重点是抓住关键词,弄清不等关系.

(2) 进行不等式的变形时,一定要判断运用不等式的哪条性质,从而确定不等号方向改变与不变.

变式训练(1) 下列各数中,使不等式 $2x + 1 > 5$ 成立的有 _____ 个. $-3, 0, 2.5, 2, \sqrt{6}, \frac{3}{5}, \pi$.

答案 3 个.

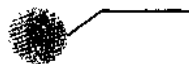
变式总结 1. 判断一个数值是不是不等式的解,可将这一数值代入不等式中,计算左右两边看不等式是否成立,成立的是不等式的解. 2. 不等式两边同乘以或除以一个代数式时,要判断这个代数式是大于 0 还是小于 0.

说不等式的意义关键是正确表述不等关系,叙述的形式可不相同但必须与不等式相符.

变式训练(2) 某校准备在暑假组织优秀学生干部举行夏令营活动,甲旅行社收费标准为: 3 名教师全票,而学生可享受半价优惠;乙旅行社收费标准为: 包括 3 名教师 and 所有学生均按全票价的 6 折优惠. 两家旅行社的全票价为 200 元. (1) 若共有 30 名学生,选择哪一家旅行社更优惠? (2) 若有 x 名学生,则又该选择哪家旅行社?

思路突破 (1) 分别计算两家旅行社的花费,再比较它们的大小. (2) 用 x 的代数式表示甲、乙两家旅行社的花费,再比较它们的大小.

方法总结 1. 解一元一次不等式与解一元一次方程类似,需要注意: (1) 系数化为 1,不等式有时需改变方向; (2) 去分母时不要漏乘不含分母的项; (3) 去分母时分子要看作一个整体,用括号括起来. 2. 用数轴表示不等式组的解集要注意: (1) 大于向右画,小于向左画; (2) 空心圆圈与实心点的区别.





1. x 的 5 倍与 2 的差不大于 x 与 1 的 和的 8 倍, 用不等式表示为 _____.
2. 同时满足不等式 $-3x \geq 0$ 与 $4x + 7 > 0$ 的整数为 _____.
3. 已知关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 5-2x \geq -1 \\ x-a > 0 \end{cases}$ 无解, 则 a 的取值范围是 _____.
4. 已知关于 x 的不等式 $ax + 2a > 0$, 下面给出四种说法: (1) 该不等式的解集为 $x > -2$; (2) 该不等式的解集为 $x < -2$; (3) 该不等式无解; (4) 该不等式的正确解法是: 当 $a > 0$ 时, $x > -2$; 当 $a < 0$ 时, $x < -2$. 其中一个错误说法的序号是 _____, 因为当 $a =$ _____ 时, 该说法的结论不成立.
5. 若不等式组 $\begin{cases} 2x-a < 1 \\ x-2b > 3 \end{cases}$ 的解集为 $-1 < x < 1$, 那么 $(a+1)(b-1)$ 的值等于 _____.
6. 已知不等式 $\begin{cases} x > -1, \\ x < 1, \\ x < 1-k. \end{cases}$
 - (1) 当 $k = \frac{1}{2}$ 时, 不等式组的解集是 _____; 当 $k = 3$ 时, 不等式组的解集是 _____; 当 $k = -2$ 时, 不等式组的解集为 _____.
 - (2) 由(1)知, 不等式组的解集随数 k 值的变化而变化, 当 k 为任意实数时, 不等式组的解集为 _____.
7. 设 a, b, c 都是大于 20 的自然数, 它们中有 1 个含有奇数个正约数, 另两个数含有 3 个正约数, 又 $a+b=c$, 则满足上述条件的 c 的最小值是 _____.
8. 适合方程 $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+3} = \frac{13}{12}$ 的正整数 x 的值是 _____.
9. 若 x, y 是两个不同的正整数, 且 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{5}$, 则 $x+y =$ _____.
10. 已知 $x_1 < x_2 < \dots < x_7$, 且 x_1, x_2, \dots, x_7 为正整数, $x_1 + x_2 + \dots + x_7 = 159$, 则 $x_1 + x_2 + x_3$ 的最大值为 _____.



第 5 讲 方程与方程组(一)



例题

例 1 (1) 若 $(m-2)x^{m^2-3}=5$ 是一元一次方程, 则 m 的值是_____.

(2) 若 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 是方程 $kx-y=3$ 的解, 那么 k 的值是_____.

(3) 如果分式方程 $\frac{x}{x+1} = \frac{m}{x+1}$ 无解, 则 m 的值为_____.

答案 (1) -2; (2) 2; (3) -1.

例 2 (1) (上海) 用换元法解方程 $x^2 + \frac{1}{x^2} + x + \frac{1}{x} = 4$, 可设 $y = x + \frac{1}{x}$, 则原方程化为关于 y 的整式方程是_____.

(2) (浙江) 在关于 x_1, x_2, x_3 的方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 = a_1 \\ x_2 + x_3 = a_2 \\ x_3 + x_1 = a_3 \end{cases}$ 中, 已知 $a_1 > a_2 > a_3$, 那么将 x_1, x_2, x_3 从大到小排列起来应该是_____.

答案 (1) $y^2 + y - 6 = 0$; (2) $x_2 > x_1 > x_3$.

例 3 某市今年 1 月 1 日起调整居民用水价格, 每立方米水费上涨 25%. 小明家去年 12 月份的水费是 18 元, 而今年 5 月份的水费是 36 元. 已知小明家今年 5 月份的用水量比去年 12 月份多 6m^3 , 则该市今年居民用水的价格为_____.

答案 设该市去年居民用水的价格为 x 元/ m^3 , 则今年居民的用水价格为 $(1+25\%)x$ 元/ m^3 , 根据题意得

$$\frac{36}{(1+25\%)x} - \frac{18}{x} = 6, \text{解得 } x = 1.8.$$

则该市今年居民用水的价格为

$$(1+25\%) \times 1.8 = 2.25 (\text{元})$$

例 4 已知二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两根和为 s_1 , 两根平方和为 s_2 , 两根立方和为 s_3 , 则 $as_1 + bs_2 + cs_3 =$ _____.

答案 设方程两根为 x_1, x_2 , 则有

$$ax_1^2 + bx_1 + c = 0, ax_2^2 + bx_2 + c = 0.$$

$$\text{于是 } as_3 + bs_2 + cs_1 = a(x_1^3 + x_2^3) + b(x_1^2 + x_2^2) + c(x_1 + x_2)$$



$$\begin{aligned}
 &= (ax_1^3 + bx_1^2 + cx_1) + (ax_2^3 + bx_2^2 + cx_2) \\
 &= x_1(ax_1^2 + bx_1 + c) + x_2(ax_2^2 + bx_2 + c) \\
 &= 0.
 \end{aligned}$$



考场

- (宁波) 已知 $x+y=5$, 且 $x-y=1$, 则 $xy=$ _____.
- 方程 $|x| - \frac{4}{x} = \frac{3|x|}{x}$ 的实根共有_____个.
- 用换元法解方程 $\frac{3x-1}{x^2+1} - \frac{3x^2+3}{3x-1} = 2$, 如果设 $y = \frac{3x-1}{x^2+1}$, 则原方程变形为_____.
- 方程组 $\begin{cases} (x-3)^2 + y^2 = 9 \\ x+2y=0 \end{cases}$ 的解是_____.
- 已知 a 是整数, 且 $0 < a < 10$, 请找一个 $a=$ _____, 使方程 $1 - \frac{1}{2}ax = -5$ 的解是偶数.
- 如果方程 $\frac{x+k}{x^2-1} + \frac{x}{1-x} = 2$ 有增根 $x=1$, 则 $k=$ _____.
- 已知关于 x 的方程 $(k^2-1)x - k^2 + k + 2 = 0$, k 为实数, 当 k _____ 时, 方程有惟一解, 这个解是_____; 当 $k=$ _____ 时, 方程无解; 当 k _____ 时, 方程有无穷多个解.
- 甲、乙两人同解方程组 $\begin{cases} ax+bx=2, \\ cx-3y=-2, \end{cases}$ 甲解得的正确解是 $\begin{cases} x=1, \\ y=-1, \end{cases}$ 乙因抄错 c , 解得 $\begin{cases} x=2, \\ y=-6, \end{cases}$ 则 $a=$ _____, $b=$ _____, $c=$ _____.
- 王老师在课堂上给出了一个二元方程 $x+y=xy$, 让同学们找出它的解, 甲写出的解是 $\begin{cases} x=0, \\ y=0, \end{cases}$ 乙写出的解是 $\begin{cases} x=2, \\ y=2, \end{cases}$ 你找出的与甲、乙不相同的一组解是_____.
- 已知两个实数 a, b 满足 $ab \neq 1$, 且 $2a^2 + 1234567890a + 3 = 0$, $3b^2 + 1234567890b + 2 = 0$, 则 $\frac{a}{b} =$ _____.