广东省教育厅推荐教材

广东省中等职业学校试用教材
高职考试与成人高考教学用书

数学
专题训练
（总复习用）

广东省中等职业学校教材编写委员会 组编

广东科技出版社
（全国优秀出版社）

前　言

以电子信息技术为特征的知识经济已遍及人们生活的每个角落，科技进步日新月异。知识经济呼唤现代技术和大批职业道德高尚，职业能力、创新能力、创业能力较强，能参与市场竞争的现代人才，这给为经济社会发展提供智力和人才支持的职业教育带来了机遇和挑战。职业教育的观念、制度、教学内容、教学方法、教学手段等方面的改革已迫在眉睫。

在20世纪的最后一年，广东、北京、广西三省市区的职教同行，从课程改革和教材建设入手，编写了一套依托三省市区支柱产业、糅合当今世界科技成果、体系比较完善、内容比较先进的中等职业技术学校教材。经过多年的试用，这套教材在推动三省市区职业教育改革与发展中起到了积极的作用。

进入21世纪，广东全力打造世界制造业重要基地，需要大量的现代人才；广东提出要率先实现现代化，需要大量的现代人才作为支撑。培养现代人才，必须以现代的教育理念、现代的课程体系和教材、现代的教育教学方法，推进职业教育的现代化。根据广东的实际，有必要编写一套符合广东发展需要、具有广东特色的职业教育教材。为此，广东省中等职业学校教材编写委员会根据教育部新颁发的中等职业学校的课程教学大纲，结合全面实施国家九年义务教育和普通高中教育新课程标准，在认真总结三省市区中等职业技术学校教材编写、使用经验的基础上，组织有关专家、作者广泛调查研究，认真听取各行各业和职业教育院校师生的意见，对原三省市区中等职业技术学校教材进行了全面修改，并新编了部分文化课和专业课教材，形成了一套完整的广东省中等职业学校教材。各文化课和专业课教材经有关大中专院校教材研究专家，以及有关行业专家、技术人员审定，具有系统性和权威性；教材保持了传统职业教育的基础性特色，又注意吸纳当今世界先进技术、最新科技成果，结合广东省产业结构优化升级和职业教育的实际，因此具有实用性、科学性和先进性。

书中仍有不完善之处，敬请专家和广大读者批评指正。

广东省中等职业学校教材编写委员会

2006年5月

说　　明

《数学专题训练》是为了适应我省中职应届毕业生参加“高职”和成人高校招生考试的需要，由“三省市区”中职教材编委会组织编写的。

这本书的编写根据教育部新颁布的中等职业教育教学大纲和教育部于2002年8月新颁布的《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲——高中起点升本、专科》的要求，适应实行“3+x”的考试形式。成人高考的新考试大纲从考试科目、考试内容、考试题型、命题方向等方面都作了较大调整，本书编写时都力求能够体现。

这本书按教学内容的五大部分和正常教学的一般进度分课时编写，每课包括“复习目标”、“知识要点与方法提要”、“解题指导”（含基本题例讲解、试题点评、综合题举例）、“练习题”四部分，同时，每一单元或每一部分后面附有“综合训练题”，是为帮助学生巩固所学的内容而设计的。学生通过综合训练题的测试，可检查自己是否已达到复习目标，同时可发展学生的智力和培养学生的能力。全册末尾附有“练习题、综合训练题的答案或提示”，供学生学习参考，以利及时反馈与纠正。

这本书的编写注意遵循中职学生、成人学员学习的特点和规律，同时考虑到他们的水平参差不齐的客观实际，练习题的排列既注意知识点顺序，又考虑从易到难。一般最后两三题有一定难度，可量力选做。

这本书在组织编写过程中，编写组的同志曾到我省一些地方召开座谈会、听课，与在第一线教学的教师和学校领导进行交流，特别是佛山南海电大和南海有关职业技术学校的数学老师给予我们不少很好的意见和建议；中山大学陈云峰教授对我们的编写工作给予具体的指导和帮助，在此，我们特向这些同志表示衷心的感谢！

参加本书编写工作的有郭鸿、吴占华、郭伟才、梁钖焜、刘会金、郭紫燕，全书由郭鸿、吴占华统稿。参加这次再版修编工作的还有彭志斌、王战义、邓波、丘杞波、黄清海等，感谢顺德陈村职业技术学校对我们工作的大力支持。

为了把这本书编写得更好，对本书存在的不足之处，敬请专家和读者批评指正，以便再版时修改完善。

《数学专题训练》教材编写组

2006年4月修订

目　　录

初中知识部分　代数式与方程

初中复习课（一）　数与式

【复习目标】

1. 掌握实数和代数式的有关概念.
2. 掌握有理数的运算法则和运算律.
3. 掌握整式运算的有关法则和乘法公式.
4. 掌握因式分解的基本方法.
5. 掌握分式的基本性质，会进行分式的运算.
6. 掌握二次根式的运算法则.

【知识要点与方法提要】

1. 数、式的运算要抓通性、通法，理解算理，学会变通. 变通，体现了思维的灵活性和整体性. 运算顺序的规定是基本的，而有关的运算法则是对规定的补充和变通.

2. 分配律在数、式的运算和变形中有广泛的应用. 合并同类项，单项式与多项式相乘，因式分解中的提取公因式法、合并同类根式等的根据都是分配律，去括号法则的实质也是运用分配律.

3. 幂的运算公式、乘法及因式分解公式、分式的运算公式是初中代数的三组重要公式. 要弄清各个公式的结构特征、适用条件和其中一些字母的取值范围. 要知道公式中的字母既可以表示具体的数，又可以表示一个式子. 在具体运用公式时，要善于把有关的式子看成一个字母. 要认真领会这种“换元变换”的思想. 另外，还要注意公式的逆用和变形运用.

【解题指导】

（一）基本题例讲解

例1　计算$\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{9^2}\right)\left(1-\frac{1}{10^2}\right)$.

分析：为寻找比较简单的计算方法，可取前三项作适当的变形，再行观察之.

变形一：$\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)=\frac{3}{4}\times\frac{8}{9}\times\frac{15}{16}$

变形二：

$$\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)$$

$$=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{5}{4}$$

通过比较可知，采用变形二可使计算简便.

解： $\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{9^2}\right)\left(1-\frac{1}{10^2}\right)$

$$=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)\cdots$$

$$\left(1-\frac{1}{9}\right)\left(1+\frac{1}{9}\right)\left(1-\frac{1}{10}\right)\left(1+\frac{1}{10}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{5}{4}\times\cdots\times\frac{8}{9}\times\frac{10}{9}\times\frac{9}{10}\times\frac{11}{10}$$

$$=\frac{1}{2}\times\frac{11}{10}=\frac{11}{20}$$

说明： 对于具有相似结构的多项相乘（或相加）的问题，可取前几项作适当变换，以发现规律和形成对策，使运算简便.

例 2 已知 $x-y=3$，$xy=10$，求 x^2+y^2 和 $(x+y)^2$ 的值.

分析： 方法之一是由方程组 $\begin{cases}x-y=3\\xy=10\end{cases}$ 求出 x，y 的值后代入之；方法之二是分别把 x^2+y^2 和 $(x+y)^2$ 表示成关于 $x-y$ 和 xy 的式子.

解： $x^2+y^2=(x-y)^2+2xy$

$=3^2+2\times10=29$

$(x+y)^2=(x-y)^2+4xy$

$=3^2+4\times10=49$

说明： 把一个代数式变形为一个完全平方式或含有完全平方式的代数式称为“配方”. 配方法是中学数学的一个重要方法. 它在因式分解、解方程、化简根式、证明等式或不等式等问题中都有广泛的应用.

例 3 计算 $\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\cdots+\frac{1}{2\,000\times2\,001}$.

分析： 若先作乘法再作加法，显然运算很繁，应考虑能否通过变换形式（保持值不变）以使运算简便一些.

解： $\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\cdots+\frac{1}{2\,000\times2\,001}$

$$=\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{2\,000}-\frac{1}{2\,001}\right)$$

$$=1-\frac{1}{2001}=\frac{2\,000}{2\,001}$$

说明： 一般地，有 $\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$

例 4 化简 $|2x+1|-|x-3|$.

分析： 为了去掉绝对值符号，必须确定 $2x+1$ 和 $x-3$ 的值的符号，题目给出的 x 的取值范围是全体实数，所以必须进行分段讨论.

解： 由 $2x+1=0$ 得 $x=-\frac{1}{2}$；由 $x-3=0$ 得 $x=3$

当 $x<-\frac{1}{2}$ 时，$|2x+1|-|x-3|=-(2x+1)-(3-x)=-x-4$

当 $-\frac{1}{2}\leqslant x<3$ 时，$|2x+1|-|x-3|=2x+1-(3-x)=3x-2$

当 $x\geqslant 3$ 时，$|2x+1|-|x-3|=2x+1-(x-3)=x+4$

说明：含绝对值符号的式子的展开，常用到"零点分段法".

例5 若 $abc=1$，$a>0$，$b>0$，则 $\frac{a}{ab+a+1}+\frac{b}{bc+b+1}+\frac{c}{ca+c+1}$ 的值为（　　）.

A. -1　　B. 0　　C. 1　　D. 2

分析：由 $abc=1$，$a>0$，$b>0$ 不能求出 a，b，c 的值，但可由 $abc=1$ 得 $b=\frac{1}{ac}$，代入求值式可消去 b，并可意料到 a 和 c 最后亦将消去．但对于此类含字母的选择题，较好的方法应是取特殊值判假求真.

方法一：由 $abc=1$ 得 $b=\frac{1}{ac}$，$\frac{1}{b}=ac$.

$$\therefore\quad \frac{a}{ab+a+1}+\frac{b}{bc+b+1}+\frac{c}{ca+c+1}$$

$$=\frac{ac}{1+ac+c}+\frac{1}{c+1+ac}+\frac{c}{ca+c+1}$$

$$=1$$

答案：C.

方法二：取 $a=b=c=1$（满足 $abc=1$，$a>0$，$b>0$），则

$\frac{a}{ab+a+1}+\frac{b}{bc+b+1}+\frac{c}{ca+c+1}=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=1$．由此可知 A，B，D 均错，根据"给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的"这一前提，可知答案为 C.

说明：现行数学考试的选择题，基本上都属于"只有一项是符合题目要求的"所谓单项选择题，对其中含字母的题目，往往用取特殊值判假求真的方法去解会比较简单.

（二）试题点评

例6 $\left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{1}{2}}+(-3.9)^0+0.125^{-\frac{1}{3}}=$______．（1998 年成人高考文科试题）

分析：本题主要考查零指数幂和分数指数幂的概念．必须注意，a^n（n 为正整数）表示 n 个 a 相乘，但 a^0（$a\neq 0$）不能理解为 0 个 a 相乘，a^0 表示 $a^n\div a^n=a^{n-n}$．同样，$\left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{1}{2}}$ 不表示 $\frac{1}{2}$ 个 $\frac{4}{9}$ 相乘，而是表示 $\sqrt{\frac{4}{9}}$，$0.125^{-\frac{1}{3}}$ 不表示 $-\frac{1}{3}$ 个 0.125 相乘，而是表示 $\frac{1}{\sqrt[3]{0.125}}$（负指数幂中的"$-$"表示倒数）.

$$\left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{1}{2}}+(-3.9)^0+0.125^{-\frac{1}{3}}=\frac{2}{3}+1+\frac{1}{0.5}=\frac{11}{3}$$

（三）综合题举例

例7 已知 $x=2-\sqrt{3}$，求 $x^4-5x^3+6x^2-5x$ 的值.

分析：直接将 x 的值代入计算较繁，可考虑把已知式升幂后整体代入，逐步把求值式降次.

解：由 $x=2-\sqrt{3}$ 得 $x-2=-\sqrt{3}$

两边平方，得：

$x^2-4x+4=3$

$x^2-4x=-1$

$x^2=4x-1$

$\therefore\quad x^4-5x^3+6x^2-5x$

$=x^2(x^2-5x)+6x^2-5x$

$=(4x-1)(-1-x)+6x^2-5x$

$=-4x+1-4x^2+x+6x^2-5x$

$=2x^2-8x+1$

$=2(x^2-4x)+1$

$=2\times(-1)+1=-1$

【练习题】

1. 已知$x^2+y^2-2x+6y+10=0$，则$\dfrac{x^3-2y^2+y}{xy-4}$的值为________.

2. 若$x=\dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$，$y=\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$，则$\sqrt{x^2+y^2-5}$的值为________.

3. 若$-2\leqslant x\leqslant 2$，则化简$|x-2|+|x+3|+\sqrt{x^2+25-10x}$的结果为（　　）.

   A. $10-x$　　B. $x+6$　　C. $4-3x$　　D. x

4. 式子$\dfrac{a}{|a|}+\dfrac{b}{|b|}+\dfrac{ab}{|ab|}$的所有可能的值有（　　）.

   A. 2个　　B. 3个　　C. 4个　　D. 无数个

5. 计算下列各式，结果为$-9a^6b^{-4}$的是（　　）.

   A. $(-3a^3b^{-2})^2$　　B. $(-3a^4b^{-2})^2$

   C. $-(3a^3b^{-6})^2$　　D. $-(3a^3b^{-2})^2$

6. 将$\left(\dfrac{1}{6}\right)^{-1}$，$(-2)^0$，$(-3)^2$这三个数按从小到大的顺序排列，正确的结果是（　　）.

   A. $(-2)^0<\left(\dfrac{1}{6}\right)^{-1}<(-3)^2$　　B. $\left(\dfrac{1}{6}\right)^{-1}<(-2)^0<(-3)^2$

   C. $(-3)^2<(-2)^0<\left(\dfrac{1}{6}\right)^{-1}$　　D. $(-2)^0<(-3)^2<\left(\dfrac{1}{6}\right)^{-1}$

7. 实数a，b满足$ab=1$，记$M=\dfrac{1}{1+a}+\dfrac{1}{1+b}$，$N=\dfrac{a}{1+a}+\dfrac{b}{1+b}$，则$M$，$N$的大小关系为（　　）.

   A. $M>N$　　B. $M=N$　　C. $M<N$　　D. 不能确定

8. 若$\dfrac{x}{x^2-mx+1}=1$，则$\dfrac{x^3}{x^6-m^3x^3+1}$的值是（　　）.

   A. 1　　B. $\dfrac{1}{m^3+3}$　　C. $\dfrac{1}{3m^2-2}$　　D. $\dfrac{1}{3m^3+1}$

初中复习课（二）　方程与方程组

【复习目标】

1. 会解一元一次方程、一元二次方程和分式方程、无理方程.
2. 掌握一元二次方程的根的判别式和根与系数的关系.
3. 会解一次方程组和二次方程组.

【知识要点与方法提要】

1. 方程是代数的主线. 一元一次方程和一元二次方程是最重要、最基本的方程. 要根据方程的特点选择合理的解法，以使运算简便.

2. 要注意各类方程的解法思想. 例如，简单的高次方程可通过"降次"化为一元一次方程或一元二次方程，"降次"的主要手段是因式分解或换元；分式方程可通过去分母化成整式方程；无理方程可通过方程两边同次方或换元化为有理方程；二元或三元一次方程组可通过消元把问题转化为一元一次方程；二元二次方程组可通过消元与降次把问题转化为一元一次方程或一元二次方程.

3. 换元法是中学数学的重要数学方法，要从本质上去掌握它. 换元就是将一个式子看成一个整体，用一个字母去代替它，以达到化繁为简、化难为易的目的. 换元法的实质就是用字母代"式".

4. 运用一元二次方程的根的判别式解题的方法称为判别式法. 运用判别式法可以解决许多涉及实系数一元二次方程的等量与不等量的问题.

5. 设 x_1，x_2 是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两个根，那么：

$$x_1+x_2=-\frac{b}{a},\ x_1x_2=\frac{c}{a}$$

上两式的特点是：等式左边的 x_1+x_2 和 x_1x_2 是关于 x_1 和 x_2 的基本对称式，等式右边是一元二次方程的系数. 其他关于 x_1 和 x_2 的对称式，如 ${x_1}^2+{x_2}^2$，$(x_1-x_2)^2$，$|x_1-x_2|$，$\frac{x_2}{x_1}+\frac{x_1}{x_2}$等均可用 x_1+x_2 和 x_1x_2 表示出来.

【解题指导】

（一）基本题例讲解

例1　已知方程 $x^2-4x+p=0$ 有一根是 $2+\sqrt{3}$，则它的另一根为________，p 的值为________.

分析：设另一根为 α，则由根与系数的关系可得：

$\alpha+2+\sqrt{3}=4$

$\therefore \alpha=2-\sqrt{3}$

$p=(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})=1$

例 2 使关于 x 的方程 $2kx^2+(8k+1)x+8k=0$ 有两个不相等的实数根的 k 的取值范围是______.

分析： 首先所给方程必须是一元二次方程，然后方程的根的判别式必须大于0，由

$$\begin{cases}2k\neq 0,\\ \Delta=(8k+1)^2-4\times 2k\times 8k>0\end{cases}$$

可得：$k>-\dfrac{1}{16}$ 且 $k\neq 0$

说明： 注意不要漏了 $2k\neq 0$ 这一条件.

例 3 以方程 $x^2-3x-3=0$ 的两实根的倒数为根的一个一元二次方程为（　　）.

A. $3x^2+3x+1=0$　　B. $3x^2+3x-1=0$

C. $3x^2-3x-1=0$　　D. $3x^2-3x+1=0$

分析： 因为方程 $x^2-3x-3=0$ 的根不是有理数，所以应不解方程而用根与系数的关系求解.

设 $x^2-3x-3=0$ 的两根分别为 α、β，则有 $\alpha+\beta=3$，$\alpha\beta=-3$

$$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{3}{-3}=-1$$

$$\frac{1}{\alpha}\cdot\frac{1}{\beta}=\frac{1}{\alpha\beta}=-\frac{1}{3}$$

$\therefore$ 所求方程为 $x^2+x-\dfrac{1}{3}=0$

即 $3x^2+3x-1=0$

所以本题应选 B.

例 4 已知 m、n 是方程 $x^2-3x+1=0$ 的两根，求 $2m^2+4n^2-6n+1999$ 的值.

分析： 方程 $x^2-3x+1=0$ 的根不是有理数，所以如果求出根后再代入求值式则运算较繁. 求值式 $2m^2+4n^2-6n+1999$ 不是关于 m，n 的对称式，所以除了运用根与系数的关系外，还要用到方程根的定义.

由方程的根与系数的关系，可得：

$m+n=3$，$mn=1$

由方程的根的定义，可得：

$m^2-3m+1=0$，　$n^2-3n+1=0$

以上四个式子可供选用.

解：
$$\begin{aligned}&2m^2+4n^2-6n+1999\\&=2(m^2+n^2)+2n^2-6n+1999\\&=2[(m+n)^2-2mn]+2(n^2-3n)+1999\\&=2(3^2-2\times 1)+2\times(-1)+1999\\&=2011\end{aligned}$$

（二）试题点评

例 5 设甲：$x=1$，乙：$x^2-3x+2=0$，则（　　）.

A. 甲是乙的充分条件但不是必要条件

B. 甲是乙的必要条件但不是充分条件

C. 甲不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

D. 甲是乙的充分必要条件

（2002 年成人高考理科试题）

分析：问题归结为考察甲$\Rightarrow$乙和乙$\Rightarrow$甲是否成立.

当 $x=1$ 时，$x^2-3x+2=1^2-3\times1+2=0$，即甲$\Rightarrow$乙成立.

解 $x^2-3x+2=0$ 得 $x=1$ 或 $x=2$，即乙$\nRightarrow$甲

$\therefore$ 本题应选 A.

说明：本题主要结合方程根的意义，考查考生对充分条件、必要条件的理解. 充分条件、必要条件的有关知识是中学数学的重要基础. 解决这类问题一般都可归结为判断原命题和它的逆命题的真假性.

例 6 实数 m 取何值时，关于 x 的方程 $x^2+(m-2)x-(m+3)=0$ 的两根的平方和最小？并求出该最小值.（1997 年成人高考文科试题）

分析：首先必须建立所给方程的两根的平方和与 m 之间的函数关系式.

解：所给方程的根的判别式：

$$\begin{aligned}\Delta&=(m-2)^2+4(m+3)\\&=m^2-4m+4+4m+12\\&=m^2+16>0\end{aligned}$$

由此可知，不管 m 取何实数，所给方程都有两个不相等的实根.

设所给方程的两根分别为 x_1 和 x_2，则：

$$\begin{aligned}{x_1}^2+{x_2}^2&=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2\\&=(2-m)^2+2(m+3)\\&=(m-1)^2+9\end{aligned}$$

$\therefore$ 当 $m=1$ 时，$({x_1}^2+{x_2}^2)_{最小值}=9$

说明：求最大、最小值的问题，一是要正确建立函数关系式，二是要正确求出自变量的取值范围.

（二）综合题举例

例 7 关于 x 的方程 $x^2-(2\cos\theta)x-2\cos\theta=0$（　　）.

A. 有两个相等的实根

B. 没有实数根

C. 有两个不等的实根

D. 有无实根不能判定

分析：应先写出所给方程的根的判别式.

$$\begin{aligned}\Delta&=(-2\cos\theta)^2+8\cos\theta\\&=4\cos^2\theta+8\cos\theta\\&=4(\cos^2\theta+2\cos\theta+1-1)\\&=4(\cos\theta+1)^2-4\end{aligned}$$

$\because$ $-1\leqslant\cos\theta\leqslant1$

$\therefore$ $4(\cos\theta+1)^2\geqslant0$

Δ 与 0 的大小关系不确定.

所以本题应选 D.

说明：由 $\Delta=4\cos^2\theta+8\cos\theta=4\cos\theta(\cos\theta+2)$，$-1\leqslant\cos\theta\leqslant1$，$\cos\theta+2>0$ 也可以作出判断.

例 8 已知方程 $2x^2+(m+1)x+3m+3=0$ 的两实根平方和为 7，那么 m 的值等于（　　）.

A. -13　　B. 13　　C. 3　　D. -3

分析：作为选择题，本题的解法常用的有两种：一是将各选择题的 m 值代入已知方程，具体计算两实根的平方和（先用判别式检查方程是否有实根）；二是直接计算，推出 m 的值，下面我们介绍后一种解法（前一种解法请读者自己完成）.

设所给方程的两根分别为 x_1 和 x_2，则：

$$x_1+x_2=-\frac{1}{2}(m+1),\quad x_1x_2=\frac{1}{2}(3m+3).$$

$$\begin{aligned}x_1^2+x_2^2&=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2\\&=\left(-\frac{m+1}{2}\right)^2-2\cdot\frac{3m+3}{2}\\&=\frac{m^2-10m-11}{4}.\end{aligned}$$

由 $\frac{m^2-10m-11}{4}=7$ 得：$m_1=13$，$m_2=-3$

当 $m_1=13$ 时，方程为 $2x^2+14x+42=0$，即 $x^2+7x+21=0$，$\Delta=49-84<0$，方程无实根.

当 $m=-3$ 时，方程为 $2x^2-2x-6=0$，即 $x^2-x-3=0$，$\Delta=1+12>0$，方程有实根.

$\therefore$　m 应取 -3，即本题应选 D.

说明：本题属综合运用一元二次方程的根的判别式和根与系数的关系的题目. 近几年成人高考试题中有不少类似的题目，必须注意，由一元二次方程的根与系数的关系列出式子求解，并不能保证方程有实数根. 本题的题干中指明“两实根平方和为 7”，所以最后还要用根的判别式进行检验.

【练习题】

1. 方程 $|x|^2-10|x|+21=0$ 的解为________.

2. 若 $x^2-3x+2xy+y^2-3y+2=0$，则 $x+y$ 的值为________.

3. 若 $x^2+y^2-3x+4y+5=0$，则 $x+y$ 的值为________.

4. 设 $x^{\frac{3}{4}}=3^{\frac{3}{2}}$，则 $x=$（　　）.

A. 3　　B. 9　　C. $3^{\frac{9}{8}}$　　D. $3^{\frac{9}{4}}$

5. 设 x_1 和 x_2 是方程 $x^2+6x+5=0$ 的两个根，则 x_1 和 x_2 的等比中项是________.

6. 设 x_1 和 x_2 是方程 $x^2+ax+b=0$（$a>0$）的两个根，且 $x_1^2+x_2^2=4$，$x_1x_2=\frac{2}{3}$，则 a 等于________.

7. 实数 a 在什么范围时，关于 x 的方程 $ax^2+2x+a-2=0$ 有两个相异的负根.

8. 已知关于 x 的方程 $x^2-(k+1)x+k+2=0$ 的两实根的平方和等于 6，求 k 的值.

9. 已知关于 x 的方程 $(a-2)x^2-(2a-1)x+a=0$ 有实数根，求 a 的取值范围.

10. 已知 x_1 和 x_2 是方程 $2x^2+5x-4=0$ 的两个根，不解方程，求 $x_1^2-x_2^2$ 的值.

11. 已知 x_1 和 x_2 是方程 $x^2+x-3=0$ 的两个根，求 $x_1^3-4x_2^2+19$ 的值.

第一部分　代　数

第一课　集合的概念

【复习目标】

了解集合的意义和表示法.

【知识要点与方法提要】

1. 集合的基本概念.

(1) 了解集合的意义、元素、有限集、无限集的概念.

(2) 掌握元素与集合的表示方法，若 $a \in A$，则称 a 是集合 A 的元素，$a \notin A$，则称 a 不属于 A.

(3) 空集表示不含任何元素，用 $\varnothing$ 表示.

2. 集合的表示方法.

(1) 了解集合的两种表示法列举法和描述法；会表示基本的集合，如 $x-1>3$ 的解集为 $\{x \mid x-1>3\}$ 或 $\{x: x-1>3\}$.

(2) 掌握常用的几种数集的表示符号 $\mathbf{N}^*$（或 $\mathbf{N}_+$）表示正整数集，$\mathbf{N}$ 表示自然数集，$\mathbf{Z}$ 表示整数集，$\mathbf{Q}$ 表示有理数集，$\mathbf{R}$ 表示实数集.

【解题指导】

（一）基本题例讲解

例 1　在关系式：① $a \subsetneqq \{a\}$；② $\{a\} \subseteq \{a\}$；③ $a \in \{a, b\}$；④ $\varnothing \in \{a, b, c\}$ 中，正确的是（　　）.

A. ①②③　　B. ②③　　C. ②③④　　D. ③④

分析：我们运用集合的定义及元素与集合之间的关系，可以得出它们之间的不同点.

本例中①显然不成立，④也是不成立的，所以只有②③正确，选 B.

说明：掌握集合的表示法，对运用集合概念解题起到很大作用.

例 2　集合 {大于 5 而小于 20 的奇数} 中的元素为________.

分析：首先了解奇数的概念，其次了解描述法表示集合的方法.

简解：元素为 7，9，11，13，15，17，19

说明：注意有限集合与无限集合的表示方法.

（二）试题点评

例 3　下列各式正确的是（　　）.

A. $0\in\varnothing$　　B. $0=\varnothing$　　C. $\varnothing\subset\{\varnothing\}$　　D. $\varnothing\in\{\varnothing\}$

分析：首先了解$\varnothing$是一个空集，不含任何元素的集合，其次是$\{\varnothing\}$含有一个元素的集合，不是空集.

简解：因为$\varnothing$是集合，所以$\varnothing\subsetneqq\{\varnothing\}$. $\varnothing$是任何非空集合的真子集，而$\varnothing\in\{\varnothing\}$则为错误的.

应选 C.

说明：会有人认为$\varnothing$是$\{\varnothing\}$的一个元素，应该有$\varnothing\in\{\varnothing\}$，其实我们将$\varnothing$看成是一个集合.

例 4　$A=\{-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2\}$，$B=\{x\mid x=|a|,\ a\in A\}$ 如果用列举法表示 B，那么 $B=$________.

分析：集合 B 中的元素都是集合 A 中的元素的绝对值，所以集合 B 中没有负数.

简解：$B=\{0,\ 1,\ 2\}$

说明：只有元素有限的时候，描述法才可以转化为列举法.

（三）综合题举例

例 5　$A=\{a\mid a=2n+1,\ n\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{b\mid b=4n\pm1,\ n\in\mathbf{Z}\}$，则集合 A，B 之间的关系是________.

分析：集合 A 表示的是所有的奇数集合，因 $2n+1$ 中 $n\in\mathbf{Z}$ 的，而集合 B 所表示的也是所有的奇数，虽然它有 $4n+1$ 和 $4n-1$ 两种表示方法，但在 $n\in\mathbf{Z}$ 的前提下表示的是一样的元素.

简解：$A=B$

说明：集合 A 和集合 B 是同一集合用不同的描述法来表示的.

【练习题】

1. 下列四组对象，能构成集合的是（　　）.
   A. 某班所有高个子的学生　　B. 著名的艺术家
   C. 一切很厚的书　　D. 倒数等于它本身的实数
2. 下列各式正确的是（　　）.
   A. $0\in\varnothing$　　B. $0=\varnothing$　　C. $\varnothing=\{\varnothing\}$　　D. $\varnothing\subset\{0\}$
3. 设 $M=\{x\mid x\leqslant\sqrt{17}\}$，$a=\sqrt{14}$，那么（　　）.
   A. $a\subset M$　　B. $a\notin M$　　C. $\{a\}\in M$　　D. $\{a\}\subset M$
4. 集合 $M=\{(x,\ y)\mid xy>0\}$，$N=\{(x,\ y)\mid x>0,\ y>0\}$，则 M 与 N 的关系是（　　）.
   A. $N\in M$　　B. $N\subseteq M$　　C. $N\supseteq M$　　D. $M=N$
5. 设集合 $M=\{1,\ 3,\ a\}$，$N=\{1,\ a^2\}$，$M\cup N=\{1,\ 3,\ a\}$，则这样的不同值有（　　）.
   A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个
6. 下列关系中：(1) $|-1|\notin\mathbf{N}$；(2) $\sqrt{5}\in\mathbf{Q}$；(3) $-\frac{1}{3}\notin\mathbf{Z}$；(4) $\pi\in\mathbf{R}$，其中正确的是________.
7. 用列举法表示方程 $x^2-4x+4=0$ 的解集________.
8. 数集 $\{2a,\ a^2-2a\}$ 中 a 的取值范围是________.
9. 设全集 $I=\{2,\ 4,\ a^2-a+1\}$，且 $A=\{a+1,\ 2\}$，则 $\complement_I A=\{7\}$，那么实数 $a=$________.
10. $X=\{x\mid x=a^2+5a+4,\ a\in\mathbf{Z}\}$，$Y=\{y\mid y=b^2+5b+4,\ b\in\mathbf{Z}\}$，则集合 X，Y 之间的关系是________.

第二课　集合的运算

【复习目标】

掌握集合的有关运算，会用文氏图进行运算.

【知识要点与方法提要】

1. 了解子集概念.

（1）子集：若集合 A 的任何元素都是集合 B 的元素，则称 A 是 B 的子集，记为 $A\subseteq B$ 或 $B\supseteq A$.

（2）集合相等：若 $A\subseteq B$ 且 $B\subseteq A$，则称 $A=B$.

（3）真子集：若 $A\subseteq B$ 且 $A\neq B$，则称 A 是 B 的真子集，记作 $A\subsetneqq B$（或 $B\supsetneqq A$）.

2. 掌握交、并、补概念及其本运算方式.

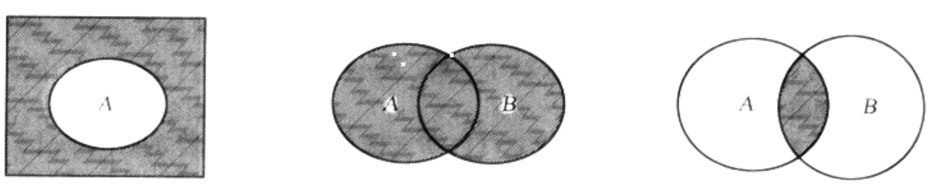
（1）交集：所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合称为 A 与 B 的交集，记为 $A\cap B$.

（2）并集：所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素组成的集合称 A 与 B 的并集，记为 $A\cup B$.

（3）补集：设集合 I，若 $A\subseteq I$，则 I 中所有不属于 A 的元素组成的集合称为 I 中子集 A 的补集（或余集），记作 $\complement_I A$ 或简记 $\complement_A$.（当 I 为全集时，可记为 $\varnothing$）.

注意：①$A\subseteq A$，②$A\cap A=A$，③$A\cap\varnothing=\varnothing$，④$A\cup A=A$，⑤$A\cup\varnothing=A$，⑥$\complement_I A\cup A=I$，⑦$\complement_I A\cap A=\varnothing$，⑧若 I 中包含了所有我们要研究的集合我们称 I 为全集.

3. 掌握文氏图对交、并、补的直观图示，如图 2－1（a）、图 2－1（b）、图 2－1（c）分别表示补、并、交（阴影部分）.



（a）　　　　（b）　　　　（c）

图 2－1

【解题指导】

（一）基本题例讲解

例 1　$\{(x,y)\mid 3x+2y=19\}\cap\{(x,y)\mid 2x-3y=-9\}=($　　$)$.

A.（3，5）　　B. {3，5}　　C. $\{x=3,\ y=5\}$　　D. {（3，5）}

分析：本题要求出使两个集合都成立的数组，而每个数组是两个集合交的元素.

简解：满足两个集合交的是 $x=3$，$y=5$，组成的数组是（3，5），所以交集中只含有一个元素（3，5），所以应选 D.

说明：注意集合的表示方法.