长春市教育局教育教学研究室组编

全程绿色学习

系列丛书

教师用书

（与学生用书配套使用）

高一数学（上册）

华龄出版社

全程绿色学习

权威性 实用性 操作性

系列丛书

高一数学（上册）

教师用书

（与学生用书配套使用）

长春市教育局教育教学研究室　组编

名题举例

题型设计与训练

華龄出版社

责任编辑　苏　辉
封面设计　倪　霞

图书在版编目（CIP）数据

全程绿色学习系列丛书．高一数学．上册/长春市教育局教育教学研究室组编．
—北京：华龄出版社，2005.8
教师用书
ISBN 7 80178-272-0

Ⅰ．全…　Ⅱ．长…　Ⅲ．数学课—高中—教学参考资料　Ⅳ．G633

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2005）第 094184 号

书　　名：全程绿色学习系列丛书·高一数学（上册）教师用书
作　　者：长春市教育局教育教学研究室组编
出版发行：华龄出版社
印　　刷：遵化市印刷有限公司
版　　次：2005 年 8 月第 1 版　2005 年 8 月第 1 次印刷
开　　本：850×1168　1/16　　　　印　　张：4.75
印　　数：1～3000 册
全套定价：50.00 元（共 8 册）

地　　址：北京西城区鼓楼西大街 41 号　　　　邮　　编：100009
电　　话：84044445（发行部）　　　　传　　真：84039173

前　言

由长春市教育局教育教学研究室策划的《全程绿色学习系列丛书》和大家见面了。它作为师生的良师益友，将伴随师生度过高中宝贵的学习时光。

本丛书以人教社最新修订的高中教科书为蓝本，以最新《考试大纲》、《新课程教学大纲》和《新课程课程标准》为依据，集国内最先进的教学观念，精选近五年全国高考试题、近三年各省市的优秀模拟试题，并根据高考最新动向，精心创作了40%左右的原创题，使每道试题都体现出了对高考趋势的科学预测。本丛书采用"一拖一"的编写模式，即一本教师用书，一本学生用书(学生用书包括同步训练和单元同步测试)，两本书互为补充。学生用书"同步训练"的编写体例为"名题举例"和"题型设计与训练"两部分，题型设计与训练部分编写适量的基础题及综合性、多元性的试题，意在培养学生的学科思想与悟性，使其对每个知识点的复习落到实处，从而达到"实战演练，能力提升"的目的，并单独装订成册，可作为学生课堂练习本，也可作为学生课后作业本，便于师生灵活使用；学生用书"单元同步测试"是对本单元教与学的总结和验收，既可供教师作考试之用，又可供学生作自我检测之用。教师用书既是教师教学的教案，又是学生学习的学案。教师用书对学生用书"名题举例"和"题型设计与训练"中的每道题进行了全析全解，并给出了"规范解答"，采用"网上机读解答"方式，使学生每做一道题，都是进行高考"实弹演习"。这是本套丛书的一大亮点，在全国教辅用书上也是首次使用这种解答方式。它将有助于学生大幅度提高学习成绩。

《全程绿色学习系列丛书·高一数学(上册)教师用书》由长春市教育局教育教学研究室特级教师祝承亮任主编，东北师范大学附属中学李晓松任副主编，第一章集合与简易逻辑、第二章函数由东北师范大学附属中学李晓松编写，第三章数列由长春市希望高中李景娟编写。全书由长春市教育局教育教学研究室特级教师祝承亮统稿、审定。

长春市教育局教育教学研究室

2005年7月

编委会

目 录

第一章　集合与简易逻辑

同步训练 1　(1.1)集合

名题举例

〔例 1〕

〔**思路点拨**〕根据已知可以对 a,b,c 的值的正、负情况进行讨论.(1)当 a,b,c 全为正数时，$y=4$;(2)当 a,b,c 全为负数时，$y=-4$;(3)当 a,b,c 中一正两负或一负两正时，$y=0$.因此，答案为 C.

〔**规范解答**〕[A] [B] ■ [D]

〔**解后反思**〕本题解题易出现忽视第四项会随着前三项变化而变化的错误，也容易漏掉某种取值情况，从而取值不全.本题也可以通过对 a,b,c 取特殊值求解.

〔例 2〕

〔**思路点拨**〕由方程 $x^2+2x+m-1=0$ 有实根可知：$4-4(m-1)\geqslant 0$.$\therefore m\leqslant 2$.当 $x\in M$ 时，$x\leqslant 2$，此时，$y=3x-1$ 的取值范围是 $\{y|y\leqslant 5\}$.因此，答案为 C.

〔**规范解答**〕[A] [B] ■ [D]

〔例 3〕

〔**思路点拨**〕注意到 (a,b) 是有序数对，a 的选取有 3 种可能，b 的选取有 4 种可能，因此 $P\times Q$ 中共有 12 个元素，应选 D.

〔**规范解答**〕[A] [B] [C] ■

〔**解后反思**〕解集合问题时应注意元素的属性，如本题中的元素为有序数对，要求考虑选取元素的顺序，避免发生错误.

题型设计与训练

一、选择题

1.〔**解析**〕由集合元素的互异性可知①错误；②正确；由集合元素的无序性可知③错误；小于 1 的正有理数有无限个，所以④错误.应选 D.

〔**参考答案**〕D.

2.〔**解析**〕由 $xy<0$ 知 $x>0,y<0$ 或 $x<0,y>0$，故选 C.

〔**参考答案**〕C.

3.〔**解析**〕集合中的元素是不大于 9 的非负奇数.

〔**参考答案**〕A.

4.〔**解析**〕当 $x>0$ 时，集合中含有 2 个元素 $\pm x$；当 $x=0$ 时，集合中含有 1 个元素 0；当 $x<0$ 时，集合中含有两个元素 $\pm x$，应选 A.

〔**参考答案**〕A.

5.〔**解析**〕选 B.注意：C 选项中集合 M 的元素是点，集合 N 中的元素是数；D 选项中集合 M 的元素是 2 个实数，而集合 N 中的元素是点(1,2).

〔**参考答案**〕B.

二、填空题

6.〔**参考答案**〕$N^*\subsetneqq N\subsetneqq Z\subsetneqq Q\subsetneqq R$.

7.〔**参考答案**〕$\{1,5\},\{2,4\},\{3\},\{1,3,5\},\{2,3,4\},\{1,2,4,5\},\{1,2,3,4,5\}$

8.〔**解析**〕由 $B\subseteq A$ 知 $m+1\geqslant -2$ 且 $2m-1\leqslant 5$，$\therefore -3\leqslant m\leqslant 3$.

注意：不用考虑条件 $m+1\leqslant 2m-1$，得出 $m\geqslant 2$，这样会导致错误的答案 $2\leqslant m\leqslant 3$.因为当 $m<2$ 时，$m+1>2m-1$，此时 $B=\varnothing$，仍满足条件 $B\subseteq A$.

〔**参考答案**〕$-3\leqslant m\leqslant 3$.

9.〔**解析**〕若 $x=1$，则 $x^2=1$，与元素的互异性矛盾；若 $x=2$，$x^2=4$，符合题意；若 $x=x^2$，则 $x=0$ 或 1，而 $x\neq 1$，$\therefore x=0$ 或 2.

〔**参考答案**〕0 或 2.

三、解答题

10.〔**解析**〕根据 $A=B$ 可知，A,B 中的元素完全相同，由此列出两个方程组，即可求出 x,y 的值.

〔**参考答案**〕$A=B\Rightarrow\begin{cases}x=2x,\\y=y^2.\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=y^2,\\y=2x.\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=0,\\y=0.\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=0,\\y=1.\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=\dfrac{1}{4},\\y=\dfrac{1}{2}.\end{cases}$ 将上述三组解代入 A,B 中检验，$\begin{cases}x=0,\\y=0\end{cases}$ 时违反了集合的互异性，故舍去.所以，$\begin{cases}x=0,\\y=1;\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=\dfrac{1}{4},\\y=\dfrac{1}{2}.\end{cases}$

11.〔**解析**〕根据 $5\in A$，可知 $a^2+2a-3=5$，求出 a 值后，要考虑 $5\notin B$，进行检验，最后得到 $a=-4$.

〔**参考答案**〕$\because 5\in A=\{2,3,a^2+2a-3\}$，

$\therefore a^2+2a-3=5$，$\therefore a=2$ 或 $a=-4$，

又 $\because 5\notin B=\{|a+3|,2\}$，$\therefore |a+3|\neq 5$，

$\therefore a\neq 2$ 且 $a\neq -8$，$\therefore a=-4$.

同步训练 2　(1.2)子集、全集、补集

名题举例

〔例 1〕

〔**思路点拨**〕此题有多种解法，可以考虑集合 M、N 中元素的特性，变形后即可判断出 $M\subsetneqq N$，也可以利用特殊值法求解.

方法一：集合 M 的元素为：$x=\frac{k}{2}+\frac{1}{4}=\frac{2k+1}{4}(k\in\mathbf{Z})$，集合 N 的元素为：$x=\frac{k}{4}+\frac{1}{2}=\frac{k+2}{4}(k\in\mathbf{Z})$，而 $2k+1$ 为奇数，$k+2$ 为整数，因此 $M\subsetneqq N$，$\therefore M\subsetneqq N$.

方法二：利用特殊值法

令 $k=-2,-1,0,1,2$ 可得

$M=\{-\frac{3}{4},-\frac{1}{4},\frac{1}{4},\frac{3}{4},\frac{5}{4}\}$

$N=\{0,\frac{1}{4},\frac{1}{2},\frac{3}{4},1\}$ $\therefore M\subsetneqq N$，故选 B.

〔**规范解答**〕[A] ■ [C] [D]

〔**解后反思**〕由于选择题的四个选项中只有一个是正确的，所以往往利用取特殊值的方法可以确定答案，而且这种方法比较简捷.

〔例 2〕

〔**思路点拨**〕由已知，$\complement_U A=\{2,3,4\}$，$B$ 是 $\{2,3,4\}$ 的真子集. 故 B 可以是 $\varnothing$，$\{2\}$，$\{3\}$，$\{4\}$，$\{2,3\}$，$\{2,4\}$，$\{3,4\}$，故选 C.

〔**规范解答**〕[A] [B] ■ [D]

〔**解后反思**〕求补集首先弄清全集是什么，对于有限集还可以利用图形观察补集的元素. 另外，空集是任何非空集合的真子集.

〔例 3〕

〔**思路点拨**〕对于求无限集 A 的补集，应从 A 中元素的特征入手，分析 A 中的元素是怎样的整数，从而求出 A 的补集. 用同样的方法可以求出 B 的补集.

〔**规范解答**〕对于集合 A，元素 $x=4k-1$，$k\in\mathbf{Z}$，即它被 4 除余 3. 而 U 中任一元素被 4 除的余数有四种情况，即余数是 0，1，2，3. 因此，

$\complement_U A=\{x\mid x=4k$，或 $x=4k+1$，或 $x=4k+2,k\in\mathbf{Z}\}$.

同理，$\complement_U B=\{x\mid x=4k-1$，或 $x=4k$，或 $x=4k+2,k\in\mathbf{Z}\}$.

$\therefore A\subsetneqq\complement_U B$，$B\subsetneqq\complement_U A$.

〔**解后反思**〕本题应用了分类思想，即按被 4 除的余数，分为四类：余数为 0，1，2，3，这样便于求出补集.

题型设计与训练

一、选择题

1.〔**解析**〕①错误，空集是任何集合的子集，所以空集的子集是空集. ②错误，空集是任何非空集合的真子集. ③正确. ④错误，空集只有一个子集. 应选 B.

〔**参考答案**〕B.

2.〔**解析**〕$y=x^2-2x-1=(x-1)^2-2\geqslant-2$，$\therefore P\subsetneqq M$.

〔**参考答案**〕D.

3.〔**解析**〕满足条件的 X 有 4 个，即 $\{1,2\}$，$\{1,2,3\}$，$\{1,2,4\}$，$\{1,2,3,4\}$，选 C.

〔**参考答案**〕C.

4.〔**解析**〕由已知，$A=\{2,3\}=\{2,|a-5|\}$，所以 $|a-5|=3$. 故 $a=2$ 或 8.

〔**参考答案**〕C.

5.〔**解析**〕共有 6 个，即 $\varnothing$，$\{4\}$，$\{7\}$，$\{8\}$，$\{7,8\}$，$\{4,7\}$.

〔**参考答案**〕C.

二、填空题

6.〔**解析**〕由已知，$-1\in S$，$\therefore 1-a=-1$，$\therefore a=2$.

〔**参考答案**〕$a=2$.

7.〔**解析**〕$xy>0$，且 $x+y>0$ 等价于 $x>0$，$y>0$.

〔**参考答案**〕$M=N$.

8.〔**解析**〕将四边形分成三类：(1)平行四边形；(2)梯形；(3)两组对边都不平行的四边形.

〔**参考答案**〕{两组对边都不平行的四边形.}

9.〔**解析**〕$\because A\supseteq B$，$\therefore 2m+1\leqslant 2$ 且 $2m-1\geqslant-3$，

$\therefore -1\leqslant m\leqslant\frac{1}{2}$.

〔**参考答案**〕$-1\leqslant m\leqslant\frac{1}{2}$

三、解答题

10.〔**解析**〕利用已知条件列出关于 x、a 的方程，从而求出 x、a 的值.

〔**参考答案**〕(1)由 $A=\{2,4,x^2-5x+9\}=\{2,3,4\}$

得 $x^2-5x+9=3$.

即 $x^2-5x+6=0$，解得 $x=2$ 或 $x=3$.

(2)由 $2\in B$，$B\subsetneqq A$

得 $\begin{cases}x^2+ax+a=2,\\x^2-5x+9=3.\end{cases}$

解得 $\begin{cases}a=-\frac{2}{3}\\x=2;\end{cases}$ ak $\begin{cases}a=-\frac{7}{4}\\x=3.\end{cases}$

11.〔**解析**〕由已知，$A=\{-2,4\}$，$B\subseteq A$，$\therefore B$ 有四种可能情形，$B=\varnothing$，$\{-2\}$，$\{4\}$，$\{-2,4\}$. 分别按上述情况讨论即可求出 a 的

取值范围.

〔参考答案〕$A=\{-2,4\}$,

$\because B\subseteq A,\therefore B=\varnothing,\{-2\},\{4\},\{-2,4\}$

若 $B=\varnothing$,则 $a^2-4(a^2-12)<0$,

$a^2>16$,则 $a>4$ 或 $a<-4$;

若 $B=\{-2\}$,则 $(-2)^2-2a+a^2-12=0$,

$\therefore a^2-2a-8=0,a=-2$ 或 $a=4$;

若 $B=\{4\}$,则 $4^2+4a+a^2-12=0$,

$\therefore a^2+4a+4=0,a=-2$.

若 $B=\{-2,4\}$,则 $\begin{cases}-a=4-2,\\a^2-12=-2\times4,\end{cases}$ $\therefore a=-2$. 综上所述:

所求实数 a 的集合为 $\{a|a<-4$ 或 $a=-2$ 或 $a\geqslant4\}$

同步训练 3 (1.3)交集、并集

名题举例

〔例 1〕

〔思路点拨〕方法一:$\because M\cap N=N,\therefore N\subseteq M,\therefore \complement_I N\supseteq \complement_I M$.

方法二:直接观察韦恩图,可知选 C.

〔规范解答〕$\boxed{A}$ $\boxed{B}$ ■ $\boxed{D}$

〔解后反思〕此题的结论也是补集的一条性质:若 $M、N\subsetneqq I,N\subseteq M$,则 $\complement_I M\subseteq \complement_I N$.

〔例 2〕

〔思路点拨〕$\because Q=\{x|g(x)\geqslant0\},\therefore \complement_R Q=\{x|g(x)<0\}$,则所求不等式组的解集可表示为 $P\cap \complement_R Q$.

〔规范解答〕$P\cap \complement_R Q$.

〔解后反思〕一个不等式组的解集就是每个不等式的解集的交集.

〔例 3〕

〔思路点拨〕由 $3\in A\cap B$ 可知 3 是这两个方程的根,从而求得 c 值及 a 与 b 的关系式. 再联系 $A\cup B=\{3,5\}$ 列出有关等式,从而求出 $a、b、c$ 的值.

〔规范解答〕因为 $A\cap B=\{3\}$,所以 $3\in B$,即 3 是方程 $x^2+cx+15=0$ 的解,把 $x=3$ 代入方程,得 $c=-8$,此时,方程为 $x^2-8x+15=0$,解得 $x_1=3,x_2=5$,所以 $B=\{3,5\}$.

由 $A\cup B=\{3,5\},B=\{3,5\}$ 知 $A\subseteq B$. 又 $\because A\cap B=\{3\},\therefore A=\{3\}$,这表明方程 $x^2+ax+b=0$ 有且仅有一个根 $x=3$. 因此 $\Delta=a^2-4b=0$,且 $9+3a+b=0$,解得 $a=-6,b=9$.

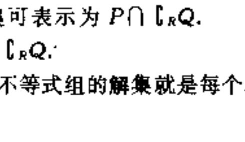
综上所述,$a=-6,b=9,c=-8$.

〔解后反思〕本题应用了性质:若 $A\subseteq B$,则 $A\cup B=B,A\cap B=A$.

题型设计与训练

一、选择题

1.〔解析〕观察图形,阴影部分表示集合的元素属于 $M、P$,但不属于 S,故选 C.



〔参考答解〕C.

2.〔解析〕$A=\{0,1\},B\subsetneqq A$,所以 $B=\varnothing,\{0\},\{1\},\{0,1\}$,应选 D.

〔参考答案〕D.

3.〔解析〕$\because A\cap B=\{-3\},\therefore -3\in B$,

$\therefore a=0$ 或 -1. 若 $a=0$,则 $A=\{0,1,-3\},B=\{-3,-1,1\}$

$\therefore A\cap B=\{1,-3\}$,与已知矛盾,$\therefore a\neq0$. 若 $a=-1$,则 $A=\{1,0,-3\},B=\{-4,-3,2\},A\cap B=\{-3\},\therefore a=-1$.

〔参考答案〕D.

4.〔解析〕①$A=\varnothing,B=\{a,b\}$;②$A=\{a\},B=\{b\}$;③$A=\{a\},B=\{a,b\}$;④$A=\{b\},B=\{a\}$;⑤$A=\{b\},B=\{a,b\}$;⑥$A=\{a,b\},B=\varnothing$;⑦$A=\{a,b\},B=\{a\}$;⑧$A=\{a,b\},B=\{b\}$;⑧$A=B=\{a,b\}$.

〔参考答案〕C.

5.〔解析〕一个正整数既能被 2 整除,又能被 3 整除,则一定能被 6 整除,故选 B.

〔参考答案〕B.

二、填空题

6.〔解析〕因为 $y=x^2-4x+3=(x-2)^2-1\geqslant-1,y=9-(x-1)^2\leqslant9$. 所以 $M\cap N=\{y|-1\leqslant y\leqslant9\}$.

〔参考答案〕$\{y|-1\leqslant y\leqslant9\}$.

7.〔解析〕本题最好画韦恩图,观察图形可得出 $A=\{2,3,4\},B=\{1,4,6\}$.

〔参考答案〕$A=\{2,3,4\},B=\{1,4,6\}$.

8.〔参考答案〕$A\cap B=B;A\cup B=A;A\cap C=\varnothing;A\cup C=\{$平行四边形或梯形$\}$.

9.〔解析〕$A=\{x|-3\leqslant x<4\},B=\{x|x>a\}$,又 $A\cap B=\varnothing$,$\therefore a\geqslant4$.

〔参考答案〕$a\geqslant4$.

三、解答题

10.〔解析〕由已知 $A\supseteq B$,得 $a^2-a+1=a$ 或 3,按两种情况进行讨论,从而求出 a.

〔参考答案〕

$\because A\supseteq B,\therefore$ 有 $a^2-a+1=3$ 或 $a^2-a+1=a$.

(1)$a^2-a+1=3$,解得 $a=2$ 或 $a=-1$.

(2)$a^2-a+1=a$,解得 $a=1$ 不合题意,

$\therefore a$ 的集合是 $\{2,-1\}$.

11.〔解析〕由已知,$B\subseteq A$,又 $B\neq\varnothing$,则有三种情况,

即 $B=\{-3\},\{4\}$ 或 $\{-3,4\}$,讨论后求出 a,b 的值.

〔参考答案〕

$A\cap B=B\Rightarrow B\subseteq A$. 又 $A=\{-3,4\},B\neq\varnothing\Rightarrow B=\{-3\},\{4\}$ 或 $\{-3,4\}$.

(1)若 $B=\{-3\}$,则 $\begin{cases}2a=-3+(-3)\\b=-3\times(-3)\end{cases}$,即 $\begin{cases}a=-3\\b=9.\end{cases}$

(2)若 $B=\{4\}$，则 $\begin{cases}2a=4+4\\b=4\times4\end{cases}$ 则 $\begin{cases}a=4\\b=16.\end{cases}$

(3)若 $B=\{-3,4\}$，则 $\begin{cases}2a=-3+4\\b=-3\times4\end{cases}$，∴ $\begin{cases}a=\frac{1}{2},\\b=-12\end{cases}$.

同步测试1 集合

一、选择题(每小题5分，共50分)

1.〔解析〕对于实数 x，$x^2<0$ 不成立，则 $\{x|x^2<0\}$ 为空集，空集只有一个子集，故选C.

〔参考答案〕C.

2.〔解析〕$A=\{1,2,3,4,5\}$，$B=\{2,3,4,\cdots\}$，故选B.

〔参考答案〕B.

3.〔解析〕解方程组 $\begin{cases}x+2y=3\\2x+y=3\end{cases}$，得 $\begin{cases}x=1,\\y=1\end{cases}$，应选D.

〔参考答案〕D.

4.〔解析〕由 $A\cap B=\{2\}$ 可知，2是方程 $x^2+mx+2=0$ 和 $x^2-5x+n=0$ 的公共根，

∴ $4+2m+2=0$，$4-10+n=0$，∵ $m=-3$，$n=6$.

〔参考答案〕C.

5.〔解析〕因为 $T\cap P=T$，$T\subseteq M$，所以 $T\cup M=M$，所以选A.

〔参考答案〕A.

6.〔解析〕$\complement_u A=\{x|x\leqslant-2$，或 $x\geqslant1\}$，$\complement_u B=\{x|x>-2\}$，则 $(\complement_u A)\cap(\complement_u B)=M$.

〔参考答案〕D.

7.〔解析〕由已知，$P\subseteq Q$，$Q\subseteq R$，∴ $P\subseteq R$.

〔参考答案〕B.

8.〔解析〕$A=\{x|x\leqslant0\}$，$B=\{x|x\geqslant3\}$，则 $A\cup B=\{x|x\leqslant0$ 或 $x\geqslant3\}$，应选D.

〔参考答案〕D.

9.〔解析〕$\complement_u M=\{x|x<1\}$，$\complement_u N=\{x|x<0$ 或 $x\geqslant5\}$，

∴ $(\complement_u M)\cup(\complement_u N)=\{x|x<1$ 或 $x\geqslant5\}$.

〔参考答案〕B.

10.〔解析〕∵ $A\subseteq B$，$A\subseteq C$，

∴ $A\subseteq(B\cap C)$，由已知，$B\cap C=\{0,3,4,7\}$，∴满足条件的集合A共有16个.

〔参考答案〕C.

二、填空题(每小题5分，共20分)

11.〔解析〕A具备两个条件，既是 $\{1,2,3\}$ 的子集，又真包含 $\{1\}$，共有三种情形.

〔参考答案〕$\{1,2\}$，$\{1,3\}$，$\{1,2,3\}$.

12.〔解析〕因为 $\frac{1}{2}\in A$，且 $\frac{1}{2}\in B$，所以将 $x=\frac{1}{2}$ 代入两个方程，得 $\frac{1}{2}-\frac{p}{2}+q=0$，且 $\frac{3}{2}+\frac{p+2}{2}-q=0$. 解得 $p=-2$，$q=-\frac{3}{2}$. 因此，$A=\{\frac{1}{2},-\frac{3}{2}\}$，$B=\{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\}$，$A\cup B=\{-\frac{3}{2},-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\}$.

〔参考答案〕$\{-\frac{3}{2},-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\}$.

13.〔解析〕∵ $A\cap B=\varnothing$，∴ $1+c\leqslant7$，且 $1-c\geqslant-1$，∴ $c\leqslant2$.

〔参考答案〕$0<c\leqslant2$.

14.〔解析〕由已知，$5\in U$，则 $a^2+2a-3=5$，∴ $a=2$ 或 -4，∴ $U=\{2,3,5\}$，∴ $b=3$.

〔参考答案〕$a=2$ 或 -4，$b=3$.

三、解答题(每小题15分，共30分)

15.〔解析〕由已知 $2\in B$，$2\notin A$，求出 $q=6$，$B=\{2,3\}$，再根据 $3\in A$ 求出 p 值，$p+q=-1$.

〔参考答案〕由于 $(\complement_u A)\cap B=\{2\}$，所以 $2\in B$，则 $4-10+q=0$，$q=6$，所以 $B=\{2,3\}$.

又因为 $(\complement_u A)\cap B=\{2\}$，所以 $3\notin\complement_u A$，即 $3\in A$，所以 $9+3p+12=0$，$p=-7$，故 $p+q=-1$.

16.〔解析〕由已知，$A=\{1,2\}$，$B\subseteq A$，则 $a-1=1$ 或 2，求出 a 值；再由 $C\subseteq A$，分三种情况进行讨论，求出 m 的值.

〔参考答案〕由 $A\cup B=A$ 可知 $B\subseteq A$. 由方程 $x^2-3x+2=0$，得 $x=1$ 或 $x=2$，所以 $A=\{1,2\}$；方程 $x^2-ax+a-1=0$ 的两根为1或 $a-1$，所以B中的元素 $a-1$ 可能为1或2.

当 $a-1=1$，即 $a=2$ 时，$B=\{1\}$；

当 $a-1=2$，即 $a=3$ 时，$B=\{1,2\}$. 所以 $a=2$ 或3.

又由 $A\cap C=C$ 可知 $C\subseteq A$，那么C中的元素有三种情况：(1)若方程 $x^2-mx+2=0$ 有两个不相等的根1或2时，$m=3$；(2)若方程 $x^2-mx+2=0$ 有两个相等的根时，$\Delta=m^2-8=0$，从而 $m=\pm2\sqrt{2}$，此时方程的根为 $x=\pm\sqrt{2}$，则 $C\nsubseteq A$，故 $m\neq\pm2\sqrt{2}$；(3)若方程 $x^2-mx+2=0$ 无实根，则 $\Delta=m^2-8<0$，从而 $-2\sqrt{2}<m<2\sqrt{2}$，此时 $C=\varnothing$，满足 $A\cap C=C$. 综上所述，$m=3$ 或 $-2\sqrt{2}<m<2\sqrt{2}$.

同步训练4 (1.4)含绝对值的不等式解法

名题举例

〔例1〕

〔思路点拨〕把$\frac{2}{5}x-1$视为一个整体,结合数轴及绝对值的意义知$1\leqslant\frac{2}{5}x-1<4$或$-4<\frac{2}{5}x-1\leqslant-1$,从而把原不等式转化为一元一次不等式求解.

〔规范解答〕

原不等式可化为

$1\leqslant\frac{2}{5}x-1<4$,或$-4<\frac{2}{5}x-1\leqslant-1$.

整理,得$5\leqslant x<\frac{25}{2}$,或$-\frac{15}{2}<x\leqslant0$.

原不等式的解集为$\{x|5\leqslant x<\frac{25}{2}$,

或$-\frac{15}{2}<x\leqslant0\}$.

〔解后反思〕结合数轴,应用绝对值的意义,把含绝对值的不等式转化为一元一次不等式是解题的总体思路.另外,本题还可将原不等式转化为不等式组$\begin{cases}|\frac{2}{5}x-1|\geqslant1,\\|\frac{2}{5}x-1|<4\end{cases}$求解.

〔例2〕

〔思路点拨〕本题是解含字母系数的不等式问题,因此要对字母a的取值进行讨论,针对每一种情况要逐一求解.

〔规范解答〕

(1)若$1+a<0$,即$a<-1$,不等式的解集为$\varnothing$;

(2)若$1+a\geqslant0$,即$a\geqslant-1$,则不等式可转化为$-(a+1)\leqslant ax+1\leqslant a+1$,即$-2-a\leqslant ax\leqslant a$.

当$-1\leqslant a<0$时,解得$1\leqslant x\leqslant-\frac{2+a}{a}$;

当$a=0$时,不等式化为$-2\leqslant0\leqslant0$,此时对任意实数x都成立;

当$a>0$时,解得$-1-\frac{2}{a}\leqslant x\leqslant1$.

综上所述,当$a\leqslant-1$时,不等式的解集为$\varnothing$;

当$-1\leqslant a<0$时,解集为$\{x|-1\leqslant x\leqslant-1-\frac{2}{a}\}$;

当$a=0$时,解集为R;当$a>0$时,解集为$\{x|-1-\frac{2}{a}\leqslant x\leqslant1\}$.

〔解后反思〕解含字母系数的不等式时,应根据解题的需要对字母取值进行讨论.如本题中在讨论$a\geqslant-1$时,将原不等式化为$-2-a\leqslant ax\leqslant a$,在不等式两边同除以$a$之前,应对$a$再次进行讨论,于是就出现了解题中$-1\leqslant a<0,a=0,a>0$的三种情况.

题型设计与训练

一、选择题

1.〔解析〕由已知,$|x|\leqslant3$,故$-3\leqslant x\leqslant3$.

〔参考答案〕C.

2.〔解析〕由$1\leqslant|2x-1|<2$得$1\leqslant2x-1<2$或$-2<2x-1\leqslant-1$,解得$1\leqslant x<\frac{3}{2}$或$-\frac{1}{2}<x\leqslant0$.

〔参考答案〕D.

3.〔解析〕由$|3x-12|\leqslant9$得$1\leqslant x\leqslant7$,因此有7个整数解.

〔参考答案〕A.

4.〔解析〕由已知,得$\frac{x}{x+2}<0$,解得$-2<x<0$.

〔参考答案〕A.

5.〔解析〕$A=\{x|-2<x<4\}$,$B=\{x|x>\frac{1}{3}\}$,则$A\cap B=\{x|\frac{1}{3}<x<4\}$.

〔参考答案〕C.

二、填空题

6.〔解析〕原不等式可化为$1<3-2x<5$或$-5<3-2x<-1$,解得$-1<x<1$,或$2<x<4$.

〔参考答案〕$\{x|-1<x<1$,或$2<x<4\}$.

7.〔解析〕由$|x-a|<3$得$-3<x-a<3$,

所以$a-3<x<a+3$.

〔参考答案〕$\{x|a-3<x<a+3\}$.

8.〔解析〕因为对任意实数x,恒有$|x-1|>-1$成立,所以原不等式的解集为R.

〔参考答案〕

9.〔解析〕$A=\{x|1-m<x<1+m\}$,$B=\{x|x<-1$或$x>7\}$,由$A\cap B=\varnothing$可知,$1-m\geqslant-1$且$1+m\leqslant7$,解得$0<m\leqslant2$.

〔参考答案〕$0<m\leqslant2$.

三、解答题

10.〔解析〕由已知,$A=\{x|2a\leqslant x\leqslant a^2+1\}$,

要使$A\subseteq B$,只须$\begin{cases}3a+1\geqslant2,\\2a\geqslant2,\\a^2+1\leqslant3a+1.\end{cases}$

解得$1\leqslant a\leqslant3$.

〔参考答案〕

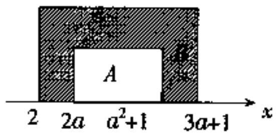
由$|x-\frac{1}{2}(a+1)^2|\leqslant\frac{1}{2}(a-1)^2$

可得$-\frac{1}{2}(a-1)^2\leqslant x-\frac{1}{2}(a+1)^2\leqslant\frac{1}{2}(a-1)^2\Rightarrow$

$A=\{x|2a\leqslant x\leqslant a^2+1\}$.

要使 $A\subseteq B$，如图，利用数轴直观得

$$\begin{cases}2\leqslant 3a+1\\2\leqslant 2a\\a^2+1\leqslant 3a+1\end{cases}$$



那么 $\begin{cases}a\geqslant\frac{1}{3}\\a\geqslant 1\\a\leqslant 3\end{cases}$

解得 $1\leqslant a\leqslant 3$. 所以所求实数 a 的取值范围为 $1\leqslant a\leqslant 3$.

11.〔解析〕$A=\{x|x<-17$，或 $x>3\}$. 然后分 $k\leqslant 0$ 与 $k>0$ 两种情况进行讨论，考虑 $A\cap B=B$ 等价于 $B\subseteq A$. 最后求出 k 的取值范围.

〔参考答案〕$A=\{x|x<-17$，或 $x>3\}$，当 $k\leqslant 0$ 时，$B=\varnothing$，满足 $A\cap B=B$.

当 $k>0$ 时，$B=\{x|5-k<x<5+k\}$，$\because A\cap B=B$，

$\therefore B\subseteq A$，$\therefore 5-k\geqslant 3$ 或 $5+k\leqslant -17$，

$\therefore k\leqslant 2$ 或 $k\leqslant -22$，

$\therefore k\leqslant 2$.

同步训练 5　(1.5)一元二次不等式的解法

名题举例

〔例 1〕

〔思路点拨〕本题相当于已知不等式的解集为 R，求 a 的取值范围.

〔规范解答〕

因为 $a>0$，且不等式 $ax^2+ax+a+3>0$ 对一切实数 x 恒成立，则

$$\begin{cases}a>0,\\\Delta=a^2-4a(a+3)<0.\end{cases}$$

解得 $a>0$.

〔解后反思〕本题给定条件 $a>0$，若无此条件，则应对 $a\neq 0$，$a=0$ 两种情况进行讨论.

〔例 2〕

〔思路点拨〕本题是解不等式过程的逆向过程，可由解集出发，逆向分析，找出 a、b 间的关系式.

〔规范解答〕

因为 $ax^2+bx+2>0$ 的解集为 $\{x|-\frac{1}{2}<x<\frac{1}{3}\}$，所以 $a<0$ 且方程 $ax^2+bx+2=0$ 的根为 $-\frac{1}{2}$ 与 $\frac{1}{3}$. 由根与系数关系定理，得

$$\begin{cases}-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=-\frac{b}{a},\\(-\frac{1}{2})\times\frac{1}{3}=\frac{2}{a}.\end{cases}$$

解得 $\begin{cases}a=-12,\\b=-2.\end{cases}$

〔解后反思〕解一元二次不等式应联系一元二次方程及二次函数的有关知识，这样理解问题更深刻，切忌死记硬背结论.

〔例 3〕

〔思路点拨〕依题意，年产量超过 1080 万台即年产量大于 1080 万台，由此列出不等式，进而求解.

〔规范解答〕

设每年平均增长率为 x，

则 $750(1+x)^2>1080$，

整理，得 $25x^2+50x-11>0$.

解得　$x>\frac{1}{5}$，或 $x<-\frac{11}{5}$(舍).

答：当平均每年增长率超过 20% 时，到 2002 年该厂轿车产量可超过 1080 万台.

〔解后反思〕解应用题的关键在于找到相应的数学模型.

题题设计与训练

一、选择题

1.〔解析〕$A=\{x|x\geqslant 3$，或 $x\leqslant -7\}$，$B=\{x|1<x<5\}$，则 $A\cup B=\{x|x\leqslant -7$，或 $x>1.\}$

〔参考答案〕C.

2.〔解析〕$A=\{x|-1<x<2\}$，$B=\{x|x<a\}$，由 $A\cap B=\varnothing$ 可知，$a\leqslant -1$.

〔参考答案〕D.

3.〔解析〕由 $\Delta=(k-3)^2-4(1-k)>0$ 得 $k^2-2k+5>0$，无论 k 取何值时，恒有 $\Delta>0$. 由根与系数的关系得 $\alpha+\beta=3-k$，$\alpha\beta=1-k$，则 $(\alpha-\beta)^2=(3-k)^2-4(1-k)=k^2-2k+5$，又 $|\alpha-\beta|<2\sqrt{2}$，$\therefore(\alpha-\beta)^2<8$，$\therefore k^2-2k+5<8$，解得 $-1<k<3$.

〔参考答案〕C.

4.〔解析〕$\frac{x+a}{b-x}<0$ 可化为 $(x+a)(x-b)>0$，$\because a+b>0$，$\therefore b>-a$，$\therefore x<-a$，或 $x>b$.

〔参考答案〕B.

5.〔解析〕$x^2-x+1>0$ 的解集为 R，$2x^2+x+5<0$ 的解集为 $\varnothing$，因此原不等式组的解集为 $\varnothing$.

〔参考答案〕D.

二、填空题

6.〔解析〕由 $\Delta=4(m+2)^2-4m(m+5)>0$ 得 $m<4$；由 $x_1+x_2=\frac{2(m+2)}{m}>0$ 得 $m>0$ 或 $m<-2$；由 $x_1x_2=\frac{m+5}{m}>0$ 得 $m>0$ 或 $m<-5$. 综上所述，$m<-5$ 或 $0<m<4$.

〔参考答案〕$m<-5$ 或 $0<m<4$.

7.〔解析〕由已知，$\Delta=m^2-16=0$. $\therefore m=\pm4$.

〔参考答案〕$m=\pm4$.

8.〔解析〕由已知，方程 $ax^2-6x+8=0$ 的两根为 2 和 4，则 $4a-12+8=0$，$\therefore a=1$.

〔参考答案〕$a=1$.

9.〔解析〕原不等式化为 $(|x|+3)(|x|-5)\geqslant0$，而 $|x|+3>0$ 恒成立，$\therefore |x|-5\geqslant0$，$\therefore x\geqslant5$ 或 $x\leqslant-5$

〔参考答案〕$\{x\geqslant5$，或 $x\leqslant-5\}$.

三、解答题

10.〔解析〕由已知得 $A=\{x|a-1\leqslant x\leqslant a+1\}$，$B=\{x|-5\leqslant x<3$ 或 $x\geqslant6\}$，根据 $A\cap B=\varnothing$，列出关于 a 的不等式组，求出 a 的范围.

〔参考答案〕由已知，得

$A=\{x|a-1\leqslant x\leqslant a+1\}$，$B=\{x|-5\leqslant x<3$ 或 $x\geqslant6\}$ 要使 $A\cap B=\varnothing$，必须满足 $a+1<-5$ 或 $\begin{cases}a-1\geqslant3\\a+1<6.\end{cases}$，

解得 $a<-6$ 或 $4\leqslant a<5$.

11.〔解析〕根据已知得 $A=\{x|2a\leqslant x\leqslant a^2+1\}$. 求解 B 时，应分 $a\geqslant\frac{1}{3}$ 与 $a<\frac{1}{3}$ 两种情况进行讨论，然后利用 $A\subseteq B$ 列出关于 a 的不等式组，从而求出 a 的取值范围.

〔参考答案〕由 $|x-\frac{1}{2}(a+1)^2|\leqslant\frac{1}{2}(a-1)^2$，可得 $-\frac{1}{2}(a-1)^2\leqslant x-\frac{1}{2}(a+1)^2\leqslant\frac{1}{2}(a-1)^2$.

得 $A=\{x|2a\leqslant x\leqslant a^2+1\}$.

由 $x^2-3(a+1)x+2(3a+1)\leqslant0$，

可得 $(x-2)[x-(3a+1)]\leqslant0$.

当 $3a+1\geqslant2$，即 $a\geqslant\frac{1}{3}$ 时，得 $B=\{x|2\leqslant x\leqslant3a+1\}$，

当 $3a+1<2$，即 $a<\frac{1}{3}$ 时，得 $B=\{x|3a+1\leqslant x\leqslant2\}$.

综合得，当 $a\geqslant\frac{1}{3}$ 时，若 $A\subseteq B$，

得 $\begin{cases}2\leqslant2a\\a^2+1\leqslant3a+1\end{cases}$，解得 $1\leqslant a\leqslant3$.

当 $a<\frac{1}{3}$ 时，若 $A\subseteq B$，得 $3a+1\leqslant2a\leqslant a^2+1\leqslant2$，得 $a=-1$.

所以，a 的范围是 $\{a|1\leqslant a\leqslant3$，或 $a=-1\}$.

同步测试 2　不等式

一、选择题（每小题 5 分，共 50 分）

1.〔解析〕由 $|6-2x|\leqslant4$ 得 $-4\leqslant6-2x\leqslant4$，求出 $1\leqslant x\leqslant5$.

〔参考答案〕B.

2.〔解析〕由 $|\frac{3x-\sqrt{6}}{3}|\geqslant2$ 得 $\frac{3x-\sqrt{6}}{3}\geqslant2$ 或 $\frac{3x-\sqrt{6}}{3}\leqslant-2$，

解得 $x\geqslant\frac{\sqrt{6}+6}{3}$ 或 $x\leqslant\frac{\sqrt{6}-6}{3}$.

〔参考答案〕A.

3.〔解析〕$A=\{x|x\leqslant-7$ 或 $x\geqslant3\}$，$B=\{x|1<x<5\}$，

则 $A\cup B=\{x|x\leqslant-7$ 或 $x>1\}$.

〔参考答案〕D.

4.〔解析〕由 $x^2-x+\frac{1}{4}>0$ 得 $(x-\frac{1}{2})^2>0$，因此，$x\neq\frac{1}{2}$.

〔参考答案〕D.

5.〔解析〕令 $y=ax^2+bx+c$，则二次三项式 ax^2+bx+c 恒取负值，说明二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像开口向下，且位于 x 轴下方，因此 $a<0$，且 $b^2-4ac<0$.

〔参考答案〕C.

6.〔解析〕由已知，方程 $ax^2+5x+c=0$ 的根为 $\frac{1}{3}$ 和 $\frac{1}{2}$，

所以 $\begin{cases}\frac{a}{9}+\frac{5}{3}+c=0\\\frac{a}{4}+\frac{5}{2}+c=0.\end{cases}$，解得 $\begin{cases}a=-6,\\c=-1.\end{cases}$

〔参考答案〕D.

7.〔解析〕由已知，$5m+1\neq0$，且 $\Delta=(7m+3)^2-12m(5m+1)>0$. 解得 $-\frac{3}{11}<m<3$ 且 $m\neq-\frac{1}{5}$.

〔参考答案〕C.

8.〔解析〕由已知，$\Delta=(-12)^2-4m\leqslant0$，$\therefore m\geqslant36$.

〔参考答案〕B.

9.〔解析〕原不等式可化为 $(x+2)(x-5)<0$，且 $x\neq-1$，

$\therefore -2<x<-1$ 或 $-1<x<5$.

〔参考答案〕B.

10.〔解析〕解原不等式组得 $x<-3$，

$\therefore x+2<-1$，$x-2<-5$，$\therefore$ 点 P 在第三象限.

〔参考答案〕C.

二、填空题（每小题 5 分，共 20 分）

11.〔解析〕$A=\{x|1<x<3\}$，$B=\{x|x<-2$ 或 $x>2\}$，则 $A\cup B=\{x|x<-2$ 或 $x>1\}$.

〔参考答案〕$\{x|x<-2$ 或 $x>1\}$.

12.〔解析〕$U=\{x|x<0$ 或 $x>4\}$，$A=\{x|-2<x<0\}$，$B=\{x|-1<x<0\}$，则 $\complement_U B=\{x|x\leqslant -1$ 或 $x>4\}$，$A\cap(\complement_U B)=\{x|-2<x\leqslant -1\}$.

〔参考答案〕$\{x|-2<x\leqslant -1\}$.

13.〔解析〕当 $a=0$ 时，不等式 $ax^2+ax+4<0$ 的解集为空集；当 $a>0$ 时，$\Delta\leqslant 0$，即 $a^2-16a\leqslant 0$. 解得 $0<a\leqslant 16$. 综上所述，$0\leqslant a\leqslant 16$.

〔参考答案〕$\{a|0\leqslant a\leqslant 16\}$.

14.〔解析〕由已知，$a<0$，且方程 $ax^2+abx+b=0$ 的根为 1 和 2，则 $\begin{cases}a+ab+b=0,\\4a+2ab+b=0.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=-\frac{3}{2},\\b=-3.\end{cases}$

〔参考答案〕$a=-\frac{3}{2}$，$b=-3$.

三、解答题(每小题 15 分，共 30 分)

15.〔解析〕由已知，$M=\{x|-5<x<\frac{3}{2}\}$，因为 $M\cap N=\varnothing$，$M\cup N=\{x|-5<x\leqslant 2\}$，所以 $N=\{x|\frac{3}{2}\leqslant x\leqslant 2\}$，由此可求出 a、b 的值.

〔参考答案〕$M=\{x|2x^2+7x-15<0\}=\{x|-5<x<\frac{3}{2}\}$.

$\because M\cap N=\varnothing$，$M\cup N=\{x|-5<x\leqslant 2\}$，

$\therefore N=\{x|\frac{3}{2}\leqslant x\leqslant 2\}$，

$\therefore$ 方程 $x^2+ax+b=0$ 的根为 $\frac{3}{2}$ 和 2，

$\therefore \frac{9}{4}+\frac{3}{2}a+b=0$，且 $4+2a+b=0$.

解得 $a=-\frac{7}{2}$，$b=3$.

16.〔解析〕由已知 $A\subseteq B$，$A=\{x|(x+1)(x-2a-2)\leqslant 0\}$，$B=\{x|(x-a)(x+2a)\leqslant 0\}$. 然后根据 $2a+2>-1$，$2a+2=-1$，$2a+2<-1$ 进行讨论，最后求出 a 的取值集合.

〔参考答案〕$A=\{x|(x+1)(x-2a-2)\leqslant 0\}$，

$B=\{x|(x-a)(x+2a)\leqslant 0\}$. 由 $A\cup B=B$ 知 $A\subseteq B$.

(1) 当 $2a+2=-1$，即 $a=-\frac{3}{2}$ 时，$A=\{-1\}$，

$B=\{x|-\frac{3}{2}\leqslant x\leqslant 3\}$，故符合 $A\subseteq B$.

(2) 当 $2a+2>-1$，即 $a>-\frac{3}{2}$ 时，

$A=\{x|-1\leqslant x\leqslant 2a+2\}$，

由 $B\supseteq A$ 解得 $-\frac{3}{2}<a\leqslant -1$.

(3) 当 $2a+2<-1$，即 $a<-\frac{3}{2}$ 时，

$A=\{x|2a+2\leqslant x\leqslant -1\}$，$B=\{x|a\leqslant x\leqslant -2a\}$.

由 $A\subseteq B$ 知 $\begin{cases}2a+2\geqslant a,\\-1\leqslant -2a.\end{cases}$ 解得 $-2\leqslant a\leqslant \frac{1}{2}$.

又 $\because a<-\frac{3}{2}$，$\therefore -2\leqslant a<-\frac{3}{2}$.

综上所述，a 的取值集合为 $\{a|-2\leqslant a\leqslant -1\}$.

同步训练 6　(1.6)逻辑联结词

名题举例

〔例 1〕

〔**思路点拨**〕首先应根据"或"字联结的复合命题"非 p 或非 q"是假，得到 p 与 q 的真假情况. 其次根据 p 与 q 的真假情况对以上四种命题逐一作出判断，最后根据判断情况作出正确选择.

∵"非 p 或非 q"是假

∴"非 p"为假，"非 q"也为假，

∴ p 与 q 为真，∴①③为真命题.

〔**规范解答**〕■ $\boxed{B}$ $\boxed{C}$ $\boxed{D}$

〔**解后反思**〕可以发现. 选择支 A 与 B 两者至多有一个正确，同样在选择支 C 与 D 两者中也至多有一个正确. 另外，也可以发现，若①为真，则③也为真；若④正确，则②也正确. 从上述逻辑关系看，我们可以否定 C 与 D，只需从 A、B 中进行二选一即可.

〔例 2〕

〔**思路点拨**〕含有逻辑联结词"或"、"且"、"非"的复合命题具有三种形式："p 或 q"、"p 且 q"，"非 p". 在数学中的具体表现形式比较灵活，有的省略词语"或"、"且"、"非"，有的则用数学符号来表示，应就具体命题的含义来判断它属于哪一种形式的复合命题.

〔**规范解答**〕

(1)这个命题属于"p 且 q"形式复合命题，其中

p:4 是 16 的约数；

q:4 是 32 的约数.

(2)这个命题属于"p 且 q"形式复合命题，其中

p:四条边相等、四个角相等的四边形是矩形；

q:四条边相等、四个角相等的四边形是正方形.

(3)这个命题属于"非 p"形式复命题，其中 p:3 是偶数.

(4)这个命题属于"p 或 q"形式复合命题，其中

p:$8>1$.

q:$8=1$.

(5)这个命题属于"p 或 q"形式复合命题，其中

p:等边三角形是锐角三角形；

q:等边三角形是钝角三角形.

〔**解后反思**〕对于复合命题的三种构成形式："p 或 q"、"p 且 q"、"非 p"，应明确其中的 p、q 表示两个简单命题. 复合命题有真有假，p、q 也可能为真，可能为假.

题型设计与训练

一、选择题

1.〔**解析**〕由已知，p 真 q 假，因此，p 或 q 为真，应选 B.

〔**参考答案**〕B.

2.〔**解析**〕由"非 p"为真可知 p 假，再由"p 或 q"为真可知 q 真，应选 A.

〔**参考答案**〕A.

3.〔**解析**〕"$a\geqslant 0$"是指 $a>0$ 或 $a=0$.

〔**参考答案**〕B.

4.〔**解析**〕"$a^2+b^2\neq 0$"的含义是 a、b 不全为 0.

〔**参考答案**〕B.

5.〔**解析**〕命题"p 或 q"的真命题，那么 p 与 q 至少有一个是真命题.

〔**参考答案**〕D.

二、填空题

6.〔**解析**〕(1)属于"p 且 q"的形式，其中 p:7 是自然数"，q:7 是偶数.

(2)属于"p 或 q"形式，其中 p:6 是偶数，q:6 是奇数.

(3)属于"非 p"形式，其中 p:3 是 8 的约数.

〔**参考答案**〕(1) p 且 q；(2) p 或 q；(3)非 p.

7.〔**解析**〕p、q 都是真命题，因此，"p 且 q"、"p 或 q"为真，"非 p"为假.

〔**参考答案**〕真命题是"p 且 q"、"p 或 q"，假命题是"非 p".

8.〔**参考答案**〕"p 或 q"形式的复合命题为：a 是 b 的倍数或 b 是 c 的倍数.

"p 且 q"形式的复合命题为：a 是 b 的倍数且 b 是 c 的倍数.

9.〔**解析**〕①是"p 且 q"形式的复合命题；②是"非 p"形式的复合命题；③是"p 或 q"形式的复合命题；④是简单命题.

〔**参考答案**〕④

三、解答题

10.〔**参考答案**〕p 或 q：{矩形}⊆{正方形}或{圆内接四边形}⊆{矩形}(真)

p 且 q：{矩形}⊇{正方形}且{圆内接四边形}⊉{矩形}(假)

非 p：{矩形}⊉{正方形}(假)

非 q：{圆内接四边形}⊆{矩形}(真)

11.〔**解析**〕由已知，"p 或 q"为真，"p 且 q"为假，所以，p、q 一真一假，即 p 真 q 假或 p 假 q 真，由此求出 m 的范围.

〔**参考答案**〕由 p 得 $\begin{cases}\Delta=m^2-4>0\\-m<0.\end{cases}$ 得 $m>2$，由 q 得 $\Delta=16(m-2)^2-16<0$，得 $1<m<3$.

∵"p 或 q"为真，"p 且 q"为假，∴ p、q 一真一假，∴ p 真 q 假或 p 假 q 真. 即 $\begin{cases}m\leqslant 2\\1<m<3\end{cases}$；或 $\begin{cases}m>2\\m\geqslant 3 \text{ 或 } m\leqslant 1.\end{cases}$

综上所述，$1<m\leqslant 2$ 或 $m\geqslant 3$.

同步训练 7 (1.7)四种命题

名题举例

〔例 1〕

〔**思路点拨**〕按照定义写出各命题，再判断其真假.

〔**规范解答**〕

> 逆命题：已知 a,b,c,d 是实数，若 $a+b>c+d$，则 $a>c,b>d$.(假命题)
>
> 否命题：已知 a,b,c,d 是实数，若 $a\leqslant c$ 或 $b\leqslant d$，则 $a+b\leqslant c+d$.(假命题)
>
> 逆否命题：已知 a,b,c,d 是实数，若 $a+b\leqslant c+d$，则 $a\leqslant c$ 或 $b\leqslant d$.(真命题)

〔**解后反思**〕"已知 a,b,c,d 是实数"是大前提，写四种命题时应保留.条件是"$a>c,b>d$"，结论是"$a+b>c+d$".

〔例 2〕

〔**思路点拨**〕逆命题为"若两个角相等，则这两个角是对顶角".否命题为"若两个角不是对顶角，则这两个角不相等".逆否命题为"若两个角不相等，则这两个角不是对顶角".其中原命题与逆否命题是真命题.

〔**规范解答**〕$\boxed{A}$ [redacted] $\boxed{C}$ $\boxed{D}$

〔**解后反思**〕原命题与它的逆否命题同真同假，逆命题与否命题同真同假.

〔例 3〕

〔**思路点拨**〕写出每个命题的否命题，再判断其真假.

〔**规范解答**〕$\boxed{A}$ [redacted] $\boxed{C}$ $\boxed{D}$

〔**解后反思**〕B 选项的否命题为"若 x、y 不全为 0，则 $xy\neq 0$".这是假命题，反例：$x=1,y=0$，则 $xy=0$.

题型设计与训练

一、选择题

1.〔**解析**〕原命题的逆否命题为"若 $\neg q$ 则 $\neg p$"，这是真命题.

〔**参考答案**〕C.

2.〔**解析**〕否命题是"若 x 与 y 不成正比例关系，则 $y\neq kx$".

〔**参考答案**〕A.

3.〔**解析**〕假设的内容是结论的否定，"a,b 都不能被 5 整除".

〔**参考答案**〕B.

4.〔**解析**〕逆否命题是"若△ABC 有两个内角相等，则它是等腰三角形".

〔**参考答案**〕C.

5.〔**解析**〕原命题错误，反例，当 $c=0$ 时，$ac=bc$.因此，逆否命题错误.逆命题：若 $ac>bc$，则 $a>b$.错误，当 $c<0,ac>bc$ 时，$a<b$.因此否命题也错误.

〔**参考答案**〕A.

二、填空题

6.〔**解析**〕将命题改写为"若一个正整数的各位数字之和是 3 的倍数，则它可以被 3 整除."这样便于写出逆命题、否命题、逆否命题.

〔**参考答案**〕(1)若一个正整数可以被 3 整除，则它的各位数字之和是 3 的倍数.

(2)若一个正整数的各位数字之和不是 3 的倍数，则它不能被 3 整除.

(3)若一个正整数不能被 3 整除，则它的各位数字之和不是 3 的倍数.

7.〔**解析**〕"$x=\pm 2$"相当于"$x=2$ 或 $x=-2$".

〔**参考答案**〕$x=2$ 且 $x\neq -2$.

8.〔**参考答案**〕圆的切线到圆心的距离等于半径.

9.〔**参考答案**〕当$\angle C\neq 90°$时，△ABC 不是直角三角形.

三、解答题

10.〔**解析**〕利用反证法证明，假设 $a=b=c$，将 $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$ 进行变形，得出矛盾.

〔**参考答案**〕假设 a,b,c 全相等，因为

$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$

$=\frac{1}{2}[(a^2-2ab+b^2)+(b^2-2bc+c^2)+(c^2-2ac+a^2)]$

$=\frac{1}{2}[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2]=0$

上面结果与已知 $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca\neq 0$ 矛盾.

所以假设不成立，即 a,b,c 不全相等.

11.〔**解析**〕用反证法证明，假设 $B\leqslant 45°$，所得结论与已知矛盾.

〔**参考答案**〕假设 $B\leqslant 45°$

$\because A<B$,

$\therefore A<45°$，$\therefore A+B<90°$

又$\because A+B+C=180°$

$\therefore c=180°-(A+B)>90°$，这与△$ABC$ 是锐角三角形矛盾.

$\therefore$假设不成立，$\therefore B>45°$.