浙江省职工、农民双证制教育培训文化课教材

应用数学

（下 册）

浙 江 科 学 技 术 出 版 社

浙江省职工、农民双证制教育培训文化课教材

应用数学

（下册）

浙江省教育厅组织编写

浙江科学技术出版社

图书在版编目(CIP)数据

应用数学.下册/浙江省教育厅组织编写.—杭州:浙江科学技术出版社,2003.8
浙江省职工、农民双证制教育培训文化课教材
ISBN 7-5341-2154-X

Ⅰ.应...　Ⅱ.浙...　Ⅲ.应用数学-成人教育:中等教育-教材　Ⅳ.O29

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 058686 号

浙江省职工、农民双证制教育培训文化课教材

应用数学

(下册)

浙江省教育厅组织编写

*

浙江科学技术出版社出版

杭州出版学校印刷厂印刷

开本:787×1092　1/32　印张:7.125　字数:147 000

2003 年 8 月第 1 版

2006 年 5 月第 10 次印刷

ISBN 7-5341-2154-X/O·50

定价:8.20 元

责任编辑:周伟元

封面设计:孙　菁

浙江省职工、农民双证制教育培训
文化课教材编辑委员会

主　　任：黄新茂
副 主 任：叶向群
委　　员：陈伟光　何锡涛　楼永木
本册主编：白锡定

编写说明

本书根据浙江省教育厅、浙江省劳动和社会保障厅、浙江省经济贸易委员会、浙江省总工会、浙江省农业厅等部门关于在全省开展百万职工和农民双证制教育培训的要求，由浙江省教育厅组织编写，供各类企业职工和农村从业人员学习使用。

本书以初中数学知识为起点，所编高中阶段的数学基础知识，以“必需、够用”为原则，删繁就简，重在应用，便于学员运用所学知识解决实际问题。

本书分上、下两册。上册主要内容有：方程与不等式、两个变量间的关系、三角函数、率的计算、排列与组合；下册主要内容有：直线与圆、求积、概率初步、统计初步、最佳方案的确定等。有关章节前标有“*”号者，仅供选学，不作考试要求。全书教学总时数为140课时（上册为70课时，下册为50课时，总复习20课时）。书中各章后面都附有小结和复习题。为了便于因材施教，有些章节配备了较多的例题、习题和复习题，各校可根据实际情况选用。

本书由白锡定主编，沈善学、周国平、施永林编写（常用统计图介绍由吴龙军编写）。杭州市职业技术教育研究中心组织专家对书稿进行了审阅，并提出了不少宝贵意见。本书

编写工作还得到杭州市教育局成人教育教研室、杭州师范学院理学院、浙江职业专修学院、浙江华强中等职业学校的大力支持,在此一并表示感谢。

由于我们水平有限,加之时间仓促,书中难免会有差错,真诚希望广大教师和学员批评、指正。

编　者

2003 年 6 月

目　录

第六章　直线和圆

●本章学习要点

1. 理解直线的倾斜角和斜率的概念，掌握平面上两点间的距离公式以及线段的中点坐标公式；掌握过两点的直线的斜率公式；掌握直线方程的点斜式、两点式、一般式，并能根据已知条件，选择适当的形式熟练地求出直线的方程.

2. 掌握两条直线平行与垂直的条件，点到直线的距离公式，会求两条相交直线的交点，能够根据直线的方程判断两条直线的位置关系.

3. 掌握圆的标准方程和圆的一般方程.

在科技发展的今天，计算机技术在实际生活和生产实践中的应用越来越广. 比如在工程设计、工艺美术、印刷、经营管理等各个领域，我们不但可以应用计算机来处理文字、图像，同时还可以利用计算机软件画各种多边形和圆等图形. 但这些都离不开最基本的知识，即怎样用坐标的方法，把方程与图形有机地联系在一起. 在本章中，将学习平面直角坐标系中直线和圆的方程的知识，一般曲线方程的有关概念，以及用坐标的方法解决简单的几何问题等. 最后讨论直线和圆在日常生活和生产活动中的应用问题.

一 平面直角坐标系和线段

6.1 有向线段、两点间的距离

1. 有向线段

在初中,我们学过数轴,它是规定了原点、正方向和单位长度的直线.我们把规定了正方向的直线叫做**有向直线**.例如,平面直角坐标系中的 x 轴和 y 轴都是有向直线.同样,对于线段 AB 来说,如果以 A 为起点、B 为终点,那么,它的方向是从 A 到 B.像这样规定了方向(即规定了起点和终点)的线段叫做**有向线段**,记作$\overline{AB}$.通常规定,数轴上有向线段的方向为:与数轴方向一致的方向为正方向;相反的方向为负方向.例如,在图 6.1 中,数轴上有向线段$\overline{AB}$的方向是正方向;$\overline{BA}$的方向是负方向.

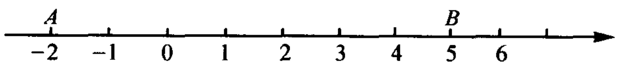

图 6.1

选定长度单位后,我们就可以量得一条线段的长度,线段 AB 的长度就是有向线段$\overline{AB}$的**长度**,记作$|AB|$.

如图 6.1 所示,A 的坐标为-2,B 的坐标为 5,那么可以看出有向线段$\overline{AB}$的长度$|AB|=7$,而有向线段$\overline{BA}$的长度$|BA|=7$,$|AB|=|BA|$,也就是说有向线段的长度与它的方向无关.

一条有向线段的长度,连同表示它的方向的正负号,叫

做这条有向线段的**数量**. 如图 6.1 中,有向线段$\overline{AB}$的数量,用 AB 表示,则 $AB=7$,有向线段$\overline{BA}$的数量 $BA=-7$. 显然有

$$\boxed{\boldsymbol{AB=-BA}}$$

下面,我们来讨论如何用 A、B 两点的坐标表示数轴上有向线段$\overline{AB}$的数量.

在图 6.1 中,有向线段$\overline{AB}$的数量 $AB=7$,它的起点 A 的坐标 $x_A=-2$,终点 B 的坐标 $x_B=5$,而 $x_B-x_A=5-(-2)=7$. 这样,我们就得到:

$$\boxed{\boldsymbol{AB=x_B-x_A}}$$

一般地,数轴上一条有向线段的数量等于终点坐标减去起点坐标.

根据这个公式可得,数轴上两点的距离公式(有向线段$\overline{AB}$的长度公式):

$$\boxed{\boldsymbol{|AB|=|x_B-x_A|}}$$

例 1　已知数轴上有 M、N、P 三点,它们的坐标分别为 $x_1=-5$,　$x_2=8$,　$x_3=4$,求有向线段$\overline{MN}$、$\overline{MP}$的数量和 N、P 两点间的距离.

解　$MN=x_2-x_1=8-(-5)=13$;

$MP=x_3-x_1=4-(-5)=9$;

$|NP|=|x_3-x_2|=|4-8|=4$.

例 2　在数轴上,已知 MN 的长度是 5,且点 N 的坐标是 -3,求点 M 的坐标.

解　设 M、N 的坐标分别是 x_1、x_2,由条件知 $x_2=-3$,

$\because\quad |MN|=|x_2-x_1|=5,$

$\therefore\quad |-3-x_1|=5,$

即 $-3-x_1=5$,或$-(-3-x_1)=5$,

$\therefore\quad x_1=-8$ 或 $x_1=2$.

因此,点 M 的坐标是-8 或 2.

2. 直角坐标系中两点间的距离

如图 6.2 所示,在直角坐标系中,已知两点 $P_1(x_1,y_1)$、$P_2(x_2,y_2)$,我们来求这两点间的距离$|P_1P_2|$.

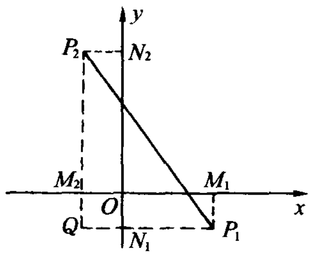

图 6.2

从 P_1、P_2 分别向 x 轴和 y 轴作垂线 P_1M_1、P_1N_1、P_2M_2、P_2N_2,垂足分别为 $M_1(x_1,0)$、$N_1(0,y_1)$,$M_2(x_2,0)$、$N_2(0,y_2)$,其中直线 P_1N_1 和 P_2M_2 相交于 Q.

在 $\mathrm{Rt}\triangle P_1QP_2$ 中,

$$|P_1P_2|^2=|P_1Q|^2+|QP_2|^2,$$

$\because\quad |P_1Q|=|M_1M_2|=|x_2-x_1|,$

$\quad\quad |QP_2|=|N_1N_2|=|y_2-y_1|,$

$\therefore\quad |P_1P_2|^2=|x_2-x_1|^2+|y_2-y_1|^2.$

由此得到两点 $P_1(x_1,y_1)$、$P_2(x_2,y_2)$间的距离公式:

$$\boxed{|P_1P_2|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}}$$

例 3 求两点 $P_1(-3,5)$和 $P_2(1,2)$间的距离.

解 这里 $x_1=-3,y_1=5$; $x_2=1,y_2=2$.

代入两点间的距离公式,得

$$|P_1P_2|=\sqrt{[1-(-3)]^2+(2-5)^2}$$
$$=\sqrt{4^2+(-3)^2}=5.$$

例 4　已知点 P 在 x 轴上,它与点 $A(1,-3)$ 的距离等于 5,求点 P 的坐标.

解　因为 x 轴上的点的纵坐标都等于 0,所以可设点 P 的坐标为 $(x,0)$,根据题意,得

$$|AP|=5,$$

由两点间的距离公式,得

$$\sqrt{(x-1)^2+[0-(-3)]^2}=5,$$

即　$\sqrt{(x-1)^2+9}=5,$

解这个方程得

$$x_1=5,\quad x_2=-3.$$

因此,点 P 的坐标是 $(5,0)$ 或 $(-3,0)$.

习 题 一

1. 已知数轴上 A、B 两点的坐标 x_1、x_2 分别是:

   (1) $x_1=2,\quad x_2=6$;　　(2) $x_1=-3,\quad x_2=6$;

   (3) $x_1=0,\quad x_2=-5$;　　(4) $x_1=-8,\quad x_2=-5$.

   求 AB、BA、$|AB|$.

2. 填空题:

   (1) 已知数轴上点 A 的坐标是 3,点 B 的坐标是 x,且 $AB=6$,那么 $x=$ ______;

   (2) 已知数轴上点 A 的坐标是 4,点 B 的坐标是 x,且 $|AB|=6$,那么 $x=$ ______.

3. 求下列两点间的距离：

   (1) $P_1(-1,0)$和$P_2(2,0)$；

   (2) $P_1(0,6)$和$P_2(0,-2)$；

   (3) $A(2,-5)$和$B(2,3)$；

   (4) $O(0,0)$和$P(2,-3)$.

4. 在y轴上有一点P，它与点$A(3,-6)$的距离是5，求点P的坐标.

5. 如果点$P_1(8,4)$与$P_2(5,k)$的距离是5，求k的值.

6. 有一线段AB的长度是13，一个端点A的坐标是$(-5,7)$，另一个端点B的纵坐标是2，求端点B的横坐标.

6.2 线段的中点坐标

我们先来讨论下面的问题：

设线段AB的两个端点分别是$A(x_1,y_1)$、$B(x_2,y_2)$，试求线段AB的中点P的坐标.

不妨设中点P的坐标为(x,y)，从点A、B、P分别向x轴作垂线(图6.3)，垂足是A_1、B_1、P_1，那么$AA_1 // BB_1 // PP_1$，并且$OA_1=x_1$，$OB_1=x_2$，$OP_1=x$.

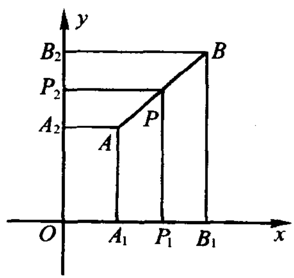

图6.3

根据同一数轴上两点间的距离公式，得

$$|A_1P_1|=|x-x_1|,$$

$$|P_1B_1|=|x_2-x|,$$

由于点 P 是线段 AB 的中点，那么根据平行线截得比例线段定理，知点 P_1 也是线段 A_1B_1 的中点，即

$$|A_1P_1| = |P_1B_1|.$$

$$\therefore \quad x - x_1 = x_2 - x,$$

$$\therefore \quad x = \frac{x_1 + x_2}{2}.$$

从点 A、B、P 分别向 y 轴作垂线，垂足是 A_2、B_2、P_2，那么 $AA_2 /\!/ BB_2 /\!/ PP_2$，并且 $OA_2 = y_1$，$OB_2 = y_2$，$OP_2 = y$.

同理可得　$y = \dfrac{y_1 + y_2}{2}$.

因此，以 $A(x_1, y_1)$、$B(x_2, y_2)$ 为端点的线段的中点的坐标 (x, y) 是

$$\boxed{\boldsymbol{x = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y = \frac{y_1 + y_2}{2}}}$$

这个公式称为线段的**中点坐标公式**.

例 1　已知两点 $P_1(-1, -6)$ 和 $P_2(3, 0)$，求线段 P_1P_2 的中点坐标.

解　设线段 P_1P_2 的中点的坐标为 (x, y)，根据已知条件

$$x_1 = -1, \quad x_2 = 3; \quad y_1 = -6, \quad y_2 = 0.$$

由线段的中点坐标公式，可得

$$x = \frac{-1 + 3}{2} = 1,$$

$$y = \frac{-6 + 0}{2} = -3.$$

因此，线段 P_1P_2 的中点坐标为 $(1, -3)$.

例 2　已知线段 AB 的中点坐标为 $C(0, 2)$，端点 B 的坐标为 $(2, 5)$，求端点 A 的坐标（图 6.4）.

解 设点 A 的坐标为 (x_1, y_1).

因为 C 为线段 AB 的中点，所以根据中点坐标公式，可得

$$0=\frac{x_1+2}{2},\quad 2=\frac{y_1+5}{2}.$$

$$\therefore\quad x_1=-2,\quad y_1=-1.$$

因此，所求点 A 的坐标为 $(-2,-1)$.

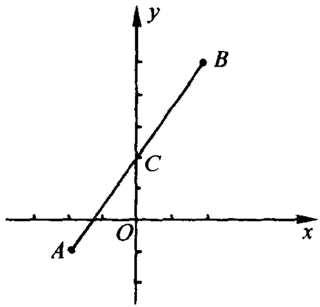

图 6.4

例 3 三角形的三个顶点是 $A(3,7)$，$B(5,-1)$，$C(-2,-5)$，求中线 CD 的长（图 6.5）.

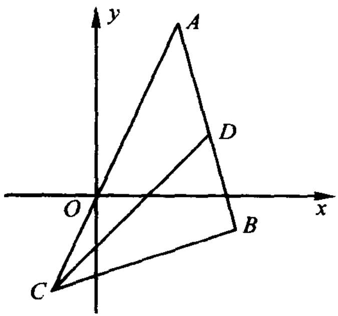

图 6.5

解 设边 AB 的中点 D 的坐标为 (x,y)，则 $x=\frac{3+5}{2}=4$，$y=\frac{7+(-1)}{2}=3$，

即点 D 的坐标为 $(4,3)$.

$$\therefore\quad |CD|=\sqrt{[4-(-2)]^2+[3-(-5)]^2}=10.$$

习 题 二

1. 填空题：

(1) 已知线段 P_1P_2 的两个端点的坐标分别是 $P_1(-3,3)$ 和 $P_2(5,7)$，则 P_1P_2 的中点 P 的横坐标 $x=$________，点

P 的纵坐标 $y=$ ________；

(2) 连结两点 $P_1(2,y_1)$ 和 $P_2(4,6)$ 所成线段的中点 P 的坐标是 $P(3,4)$，则 $y_1=$ ____________.

2. 求连结下列两点的线段中点的坐标：

(1) $P_1(-2,0)$、 $P_2(4,3)$；

(2) $M(5,3)$、 $N(7,-5)$；

(3) $A(-3,-2)$、 $B(-7,-4)$；

(4) $E(3,-5)$、 $F(5,7)$.

3. 线段 AB 的中点 C 的坐标为 $(-1,2)$，一个端点 A 的坐标为 $(2,5)$，求另一个端点 B 的坐标.

4. 已知三角形 ABC 的三个顶点为 $A(3,2)$、$B(-1,1)$、$C(0,-3)$，求边 BC 上的中线 AD 的长.

二　直　　线

6.3　一次函数的图像与直线的方程

在初中阶段，我们学习过一次函数，已经知道在直角坐标系中画出的一次函数图像是一条直线. 例如函数 $y=2x+1$ 的图像是图 6.6 中的直线 l.

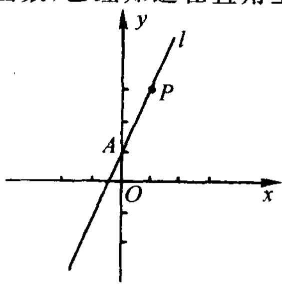

图 6.6

可以看出，满足函数式 $y=2x+1$ 的每一对 (x,y) 都是直线 l 上的点的坐标，如数对 $(0,1)$ 满足函数式，在直线 l 上就有一点 A，它的坐标是 $(0,1)$；反过来，直线 l 上的