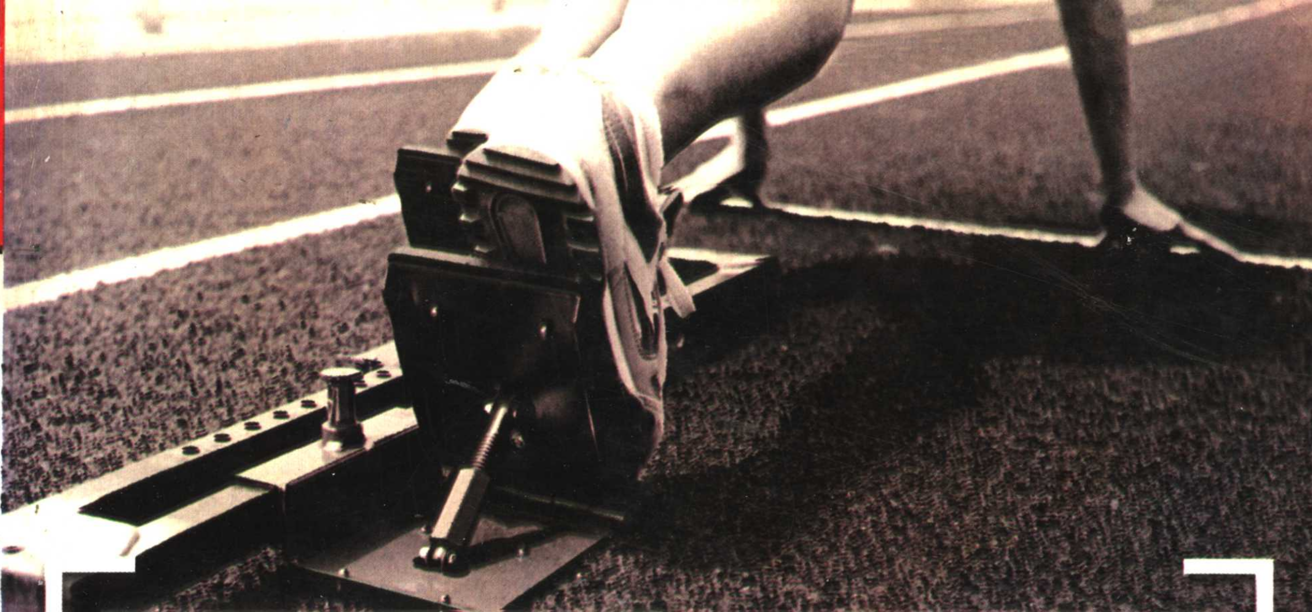

奥赛经典

高级教程系列

物理奥林匹克教程

◇黄生训　宋善炎　周石伦　王瑞旦　彭圣儒／编著

◇湖南师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

物理奥林匹克教程/黄生训编著.—长沙:湖南师范大学出版社,2003.5
(奥赛经典丛书.教程系列)
ISBN 7—81081—331—5/G·215

Ⅰ.物… Ⅱ.黄… Ⅲ.物理课—中学—教学参考资料 Ⅳ.G634.73

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 020787 号

物理奥林匹克教程

编著:黄生训 宋善炎 周石伦 王瑞旦 彭圣儒

◇丛书策划:陈宏平 廖建军 周玉波 何海龙
◇责任编辑:廖建军
◇责任校对:胡晓军
◇出版发行:湖南师范大学出版社
地址/长沙市岳麓山 邮编/410081
电话/0731.8853867 8872751 传真/0731.8872636
销:湖南省新华书店
长沙银都教育印刷厂印刷

本:730×988 1/16 开
印张:27.75
◇字数:527 千字
◇版次:2003 年 6 月第 1 版 2003 年 6 月第 1 次印刷
◇印数:1—10000 册
◇书号:ISBN7-81081-331-5/G·215
◇定价:29.00 元

前 言

物理学是研究自然界物质运动普遍规律的科学。从微观世界基本粒子的运动，到宏观世界乃至宇宙整体的运动与演化，都属于物理学的研究范畴。物理学的发展，对于其他自然科学的发展和各种技术科学的进步，特别是高新科技的开发利用，都已发挥出巨大的推动作用。

全国中学生物理竞赛创办于 1984 年，每年举办一届，每届分预赛、复赛和决赛进行。我国还从 1986 年起组团参加一年一届的国际物理奥林匹克竞赛。这项活动对于调动广大中学生特别是优秀学生学习物理的兴趣和主动性，激发他们献身科技事业的雄心壮志，培养他们善于独立思考、富有创新精神等方面，收到了很好的效果。在中学生中具有很强的吸引力，在社会上享有很高的声誉。

学科竞赛属于课外活动，学生完全是根据自己的基础和潜力、兴趣和特长，以有利于自己的发展而自愿自由地去参与的，它应以自学为主。为了满足部分中学生热情参加全国中学生物理竞赛活动的需要，结合我们多年来在培训参赛学生方面的教学经验，特编写了这本教程。愿它成为中学生自学提高、参赛备考的良师益友。它可以用作开展物理竞赛辅导活动的教材，还可以作为广大中学物理教师教学和师范院校物理教育专业学生学习的参考读物。

本书的第一个特点是基础理论部分具有系统、简明、实用的特色。它是按照中国物理学会全国中学生物理竞赛委员会制订的《全国中学生物理竞赛内容提要》编写的。其中基础理论的绝大部分内容与现行初、高中物理教材范围相同，对于中学课本上已有的内容，一般不再详述，而是侧重于应用这些知识去分析解决层次更深、要求更高的物理问题，进行知识、方法、能力三者的综合训练和提高。

本书的第二个特点是增写了新内容，拓宽了知识范围，加深了知识难度。本书特别编写了全国物理竞赛委员会为复赛和决赛需要所增补的、已于 2002 年起正式实施的新内容。诸如质心运动定理、惯性力概念、角动量守恒定律、驻波、多普勒效应、热力学第二定律、基尔霍夫定律、感应电场、狭义相对论、波粒二象性、不确定关系等等。本书的内容和例题、习题的解答仅涉及初等数学，不采用微积分运算。读者在使用本书时，根据自己的情况对上述内容可以酌情取舍。

本书的第三个特点是题型新颖、题量丰富。本书每章都编有“典型例题分析”，有

的章节还配有少量例题。这些题目,大都构思创意独具匠心、解题思路机智巧妙、解题方法灵活多样。我们力图利用它们在建立物理模型、挖掘隐含条件、培养物理思维能力、灵活运用数学工具等方面解决一些较复杂的物理问题,从而为读者作些示范和提供启发。这样,不仅能使读者加深对基本知识、基础理论的深入理解,也能使读者眼界宽广、视野开阔。不过,读者们不要把它们当作固定的解题模式去套。竞赛题大都具有难、新、活的特点,具有原型性,富有竞技性。如果对基本原理没有真正弄懂,物理思想贫乏,企图依靠题海战术、套用题型的方法来处理竞赛问题,显然是不能奏效的。

本书每章末编有习题及参考答案。习题训练就像锻炼思维的体操。我们认为,学习物理特别是准备参加物理竞赛的同学,应当而且必须做一些习题。在解题中,通过自己的深思熟虑,或者同学之间的热烈研讨,通过多方观察、多维联想,发展自己的洞察力、想像力和创造性,在物理思想和物理方法上悟出一些新的"道道"来,这时你会深深感到解题过程情趣盎然,而且乐在其中。

本书的编者作为湖南省中学生参加全国中学生物理竞赛和国际物理奥林匹克竞赛的教练,带领学生在国际物理奥林匹克竞赛中已经夺得七块金牌、两块银牌、两块铜牌的优秀成绩(金牌数及奖牌数均居全国首位),他们为湖南中学生物理竞赛和我国的物理奥林匹克创造了优异的业绩。他们是宋善炎(编著第一、五、六章)、王瑞旦(编著第二、三、四章)、彭圣儒(编著第七、八、九、十章)、黄生训(编著第十一、十二、十三、十四章)、周石伦(编著第十五、十六、十七章)。

本书的编写参考了全国中学生物理竞赛委员会办公室主编的 1984 年至 2002 年的《全国中学生物理竞赛参考资料》及有关物理竞赛资料,并得到省内外有关专家的热忱帮助,在出版过程中,还得到湖南师范大学出版社廖建军先生的指导和帮助,在此一并致谢。

鉴于编者学识和经验的不足,本书一定存在缺点和错误,恳请广大读者批评指正。

编　者

2003 年 3 月　长沙

目 录

第一章 运动学

§1-1 质点的位置、位置矢量和位移

运动学研究如何描述物体的运动，以及各运动量之间的关系，它不涉及引起运动和改变运动的原因．物体是研究对象的统称．任何实际物体都有一定的大小和形状，物体的各部分在空间占有不同的位置，在运动过程中，物体各部分的位置随时间的变化关系并不一定相同．但当物体的大小和形状在所研究的问题中可以忽略时，就可以不计物体各部分运动状况的差别，而把物体看成是一个具有质量但没有大小的几何点，这样的物体就称为质点．

对运动的具体描述总是相对于一定的物体或物体群的，那些被选择用来作为观测依据的物体或物体群，称为参照系．同一物体，对于不同的参照系，有不同的运动状态．因此只有选定一个参照系，才能正确描述物体的运动．被选为参照系的物体，可认为它是"静止"的．

参照系确定之后，要把质点在各个时刻相对于参照系的位置定量表示出来，还需要建立适当的坐标系，在直角坐标系中，质点的位置可以用三个坐标 x、y、z 来表示．当质点运动时，它的坐标随时间而变化，可表示为时间 t 的函数．

$$x = x(t),\quad y = y(t),\quad z = z(t) \tag{1-1}$$

此即质点的运动方程，在质点运动过程中，其空间位置构成的曲线，称为轨迹．

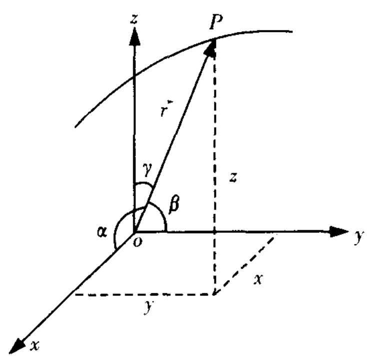

图 1-1

位置矢量也称位矢，是从坐标原点 O 指向质点 P 的有向线段$\overrightarrow{OP}$，用 $\vec{r}$ 表示，如图 1-1 所示．$\vec{r}$ 也是描述质点在空间中位置的物理量．$\vec{r}$ 的长度为质点到原点之间的距离，$\vec{r}$ 的方向由方向余弦 $\cos\alpha$、$\cos\beta$、$\cos\gamma$ 决定，它们之间满足

$$\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1 \tag{1-2}$$

当质点运动时，其位矢的大小和方向也随时间而变，可表示为 $\vec{r}=\vec{r}(t)$. 在直角坐标系中，设 $\vec{i}$、$\vec{j}$、$\vec{k}$ 分别为沿 x、y、z 方向的单位矢量，则 $\vec{r}$ 可表示为

$$\vec{r}(t)=x(t)\vec{i}+y(t)\vec{j}+z(t)\vec{k} \tag{1-3}$$

位矢 $\vec{r}$ 与坐标原点的选择有关.

研究质点的运动，不仅要知道它的位置，还必须知道它的位置的变化情况. 如果质点从空间一点 $P_1(x_1,y_1,z_1)$ 运动到另一点 $P_2(x_2,y_2,z_2)$，相应的位矢由 $\vec{r_1}$ 变到 $\vec{r_2}$，其改变量为 $\Delta\vec{r}$

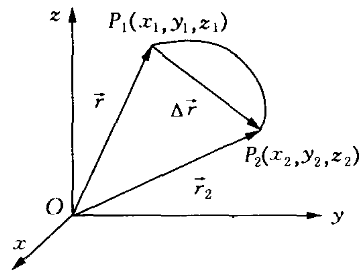

图 1－2

$$\Delta\vec{r}=\vec{r_2}-\vec{r_1}=(x_2-x_1)\vec{i}+(y_2-y_1)\vec{j}+(z_2-z_1)\vec{k} \tag{1-4}$$

称为质点的位移，如图 1－2 所示，位移是矢量，它是从初始位置指向终止位置的一个有向线段. 它描写在一定时间内质点位置变动的大小和方向. 它与坐标原点的选择无关.

§1－2　直线运动的速度和加速度

物体（质点）轨迹是直线的运动，称为直线运动. 可取其轨迹直线为坐标轴，设为 x 轴. 质点的位置就可用其坐标 x 来表示. 设在时刻 t 和 $t+\Delta t$ 质点的位置坐标分别为 $x(t)$ 和 $x(t+\Delta t)$，则在此 Δt 时间内质点的位移 $\Delta x=x(t+\Delta t)-x(t)$ 与 Δt 的比值称为平均速度

$$\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$$

平均速度是反映质点运动快慢的一个量，但平均速度只能粗略地反映质点在这段时间内运动的平均快慢情况. 为了能反映质点在某一时刻运动的快慢，应该在尽可能小的时间间隔 Δt 内来考虑质点所走过的距离. 当 $\Delta t\to 0$ 时，平均速度的极限值叫做瞬时速度.

$$v=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta x}{\Delta t} \tag{1-5}$$

若以 x 为纵坐标，t 为横坐标，则 $x(t)$ 可用图 1－3 中的曲线 AB 表示. 时间间隔 Δt 内的平均速度 $\bar{v}$ 相当于割线 AB 的斜率，t 时刻的瞬时速度则等于曲线过 A 点切线 AT 的斜率 $\tan\alpha$.

为了进一步描述质点运动的速度随时间的变化情况,我们引入加速度的概念.设在时刻 t 和 $t+\Delta t$ 质点的速度分别为 $v(t)$ 和 $v(t+\Delta t)$,则速度在此时间内的改变量 $\Delta v = v(t+\Delta t) - v(t)$ 与 Δt 的比值,称为平均加速度

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

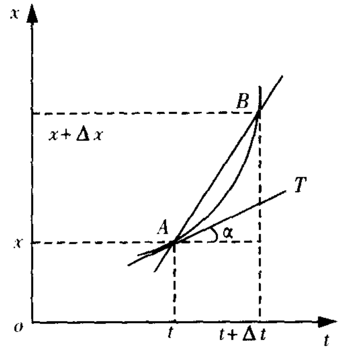

图 1-3

同样,平均加速度 $\bar{a}$ 的大小仅粗略地反映了质点运动速度在此 Δt 时间内的平均的变化快慢情况,当 $\Delta t \to 0$ 时平均加速度 $\bar{a} = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$ 的极限值称为瞬时加速度,简称加速度.

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} \tag{1-6}$$

加速度 a 精确地反映了质点运动速度在各时刻变化的快慢情况.若以 v 为纵坐标,t 为横坐标,则变速度运动可用图 1-4 中的曲线来表示.同样,平均加速度 $\bar{a}$ 和加速度 a 分别是过曲线上两点割线的斜率和曲线上一点切线的斜率,也分别是质点运动速度在此 Δt 时间内的平均变化率和某时刻的瞬时变化率.

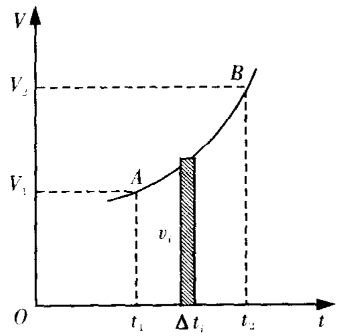

图 1-4

变速直线运动所走过的位移如何计算?我们把质点在 $t_2 \sim t_1$ 的一段时间内所走的距离分为许多段,其中每小段所经过的时间间隔和距离都是很小的,因而在每一个小间隔内运动可近似地看作是匀速的,例如第 i 段的距离可近似表示为

$$\Delta S_i \approx v_i \cdot \Delta t_i$$

在图 1-4 中它的数值等于画了斜线的矩形面积.如果对每一个小的时间间隔都作这样处理,则从 t_1 到 t_2 这段时间内质点移动的总距离为

$$S_2 - S_1 = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \cdots + \Delta S_n$$

引用到数学上的求和号,上式可表示为

$S_2 - S_1 = \sum\limits_{i=1}^{n} \Delta S_i \approx \sum\limits_{i=1}^{n} v_i \cdot \Delta t_i = n$ 个小矩形面积的总和.如果把 $S_2 - S_1$ 这段距离分成无穷多段,且令每段的时间间隔 $\Delta t_i \to 0$,则在此极限情况下

$$S_2 - S_1 = \lim_{\substack{n \to \infty \\ \Delta t \to 0}} \sum_{i=1}^{n} v_i \cdot \Delta t_i$$

质点在时间 $t_1 \to t_2$ 内的位移大小就是曲线下对应时间区间内的面积.

加速度 a 保持不变的直线运动称为匀变速直线运动,作匀变速直线运动的质点的位置 x、速度 v、加速度 a 与时间 t 之间的关系满足以下公式

$$v = v_o + at \tag{1-7}$$

$$x = x_o + v_o t + \frac{1}{2}at^2 \tag{1-8}$$

$$v^2 - v_o^2 = 2a(x - x_o) \tag{1-9}$$

式中 x_o、v_o 分别为 $t=0$ 时质点的位置与速度.

例题 1 A、B 两车沿同一直线同向行驶,A 在车前,以速度 v_1 作匀速运动;B 车在后,先以速度 v_2 作匀速运动($v_2 > v_1$),当两车相距为 d 时(B 车在后),B 车开始作匀减速运动,加速度的大小为 a,试问为使两车不致相撞,d 至少应为多少?

解 方法一:如图 1-5 所示,取两车运动方向为 x 轴正方向,取 B 车开始减速时,A 车所在位置为原点 O,此时刻为计时起点.则 A、B 两车的运动方程为

车距随时间 t 变化的规律为 $\Delta s = d + (v_1 - v_2)t + \frac{1}{2}at^2$

若两车相碰,则 $\Delta s = 0$

故相碰时刻 t 满足以下方程

$$\frac{1}{2}at^2 + (v_1 - v_2)t + d = 0$$

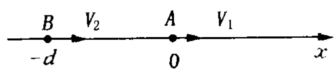

图 1-5

解出 $$t = \frac{v_2 - v_1 \pm \sqrt{(v_2 - v_1)^2 - 2ad}}{a}$$

方程式无实数根,即两车不会相碰的条件是

$$2ad > (v_2 - v_1)^2$$

因此所需车距至少为

$$d = \frac{(v_2 - v_1)^2}{2a}$$

方法二:取 A 车为参考系,B 车以初速度($v_2 - v_1$)向 A 车方向作匀减速直线运动,加速度为 $-a$,若 B 车相对 A 车行驶距离 d 后,速度变为零(相对 A 车),则两车不会相碰,由运动学公式,对 B 车,有

$$0 - (v_2 - v_1)^2 = -2ad$$

即 $$d = \frac{(v_2 - v_1)^2}{2a}$$

这是两车不会相碰的最小距离.

例题 2 一小球作竖直上抛运动,测得两次经过 A 点和两次经过 B 点的时间间隔

分别为 Δt_1 和 Δt_2，如图 1－6 所示，求 A、B 两点的高度差 h.

解　方法一：设小球作上抛运动的初速度为 v_o，A、B 两点的高度分别为 h_A 和 h_B，小球从抛出到经过 A、B 两点所需时间分别为 t_A 和 t_B，则有

$$h_A = v_o t_A - \frac{1}{2}gt_A^2,\ t_A = \frac{v_o}{g} \pm \sqrt{\frac{v_o^2 - 2gh_A}{g^2}}$$

$$h_B = v_o t_B - \frac{1}{2}gt_B^2,\ t_B = \frac{v_o}{g} \pm \sqrt{\frac{v_o^2 - 2gh_B}{g^2}}$$

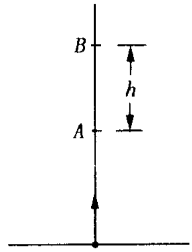

图 1－6

于是　$\Delta t_1 = 2\sqrt{\dfrac{v_o^2 - 2gh_A}{g^2}},\ h_A = \dfrac{v_o^2}{2g} - \dfrac{g}{8}\Delta t_1^2$

$$\Delta t_2 = 2\sqrt{\frac{v_o^2 - 2gh_B}{g^2}},\ h_B = \frac{v_o^2}{2g} - \frac{g}{8}\Delta t_2^2$$

A、B 两点的高度差 h 为

$$h = h_B - h_A = \frac{1}{8}g(\Delta t_1^2 - \Delta t_2^2)$$

方法二：小球两次经过 A 点和两次经过 B 点所用的时间分别是从最高点自由下落到 A 和从最高点自由下落到 B 点所用时间 t_1 和 t_2 的两倍.

$$2t_1 = \Delta t_1,\quad 2t_2 = \Delta t_2$$

设从最高点到 A 点和到 B 点的高度分别为 h_1 和 h_2，由 1－8 式得

$$h_1 = \frac{1}{2}gt_1^2,\quad h_2 = \frac{1}{2}gt_2^2$$

A、B 两点的高度差 h 为

$$h = h_1 - h_2 = \frac{1}{2}g\left(\frac{\Delta t_1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}g\left(\frac{\Delta t_2}{2}\right)^2 = \frac{1}{8}g(\Delta t_1^2 - \Delta t_2^2)$$

方法三：设小球两次经过 A 点和两次经过 B 点的速度分别为 v_A 和 v_B，而小球两次经过 A 点和两次经过 B 点之间的运动与小球分别在 A 点以初速度 v_A 和在 B 点以初速度 v_B 作上抛运动完全一样，故 Δt_1 和 Δt_2 就分别是这两次上抛运动全过程所经历的时间，有

$$\Delta t_1 = \frac{2v_A}{g},\ \Delta t_2 = \frac{2v_B}{g}$$

由(1－9)式可得：$v_A^2 - v_B^2 = 2gh$

由以上三式解得：$h = \dfrac{1}{8}g(\Delta t_1^2 - \Delta t_2^2)$

§1-3　曲线运动的速度和加速度

一、曲线运动的速度和加速度

物体(质点)运动轨迹是曲线的运动称为曲线运动,我们参照直线运动中瞬时速度的概念来描写质点在某一时刻运动的快慢情况,设在时刻 t 和 $t+\Delta t$,质点的位矢分别为 $\vec{r}(t)$ 和 $\vec{r}(t+\Delta t)$,则在此 Δt 时间内的平均速度为位移 $\Delta\vec{r}$ 与 Δt 比值,即 $\overline{\vec{v}}=\dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$,而瞬时速度则是平均速度在 $\Delta t\to 0$ 情况下的极限值,即

$$\vec{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \tag{1-10}$$

瞬时速度是一个矢量,它的方向为 $\Delta t\to 0$ 时 $\Delta\vec{r}$ 的极限方向,如图 1-7 所示,$\Delta\vec{r}$ 沿 AB 弦的方向,当 $\Delta t\to 0$ 时,AB 趋于 A 点的切线,所以 A 点的瞬时速度 $\vec{v}$ 的方向是沿 A 点切线方向的.瞬时速度的数值叫瞬时速率.由于弧 $\widehat{\Delta S}$ 在 $\Delta t\to 0$ 的极限情况下和 $|\Delta\vec{r}|$ 相等,所以瞬时速率为

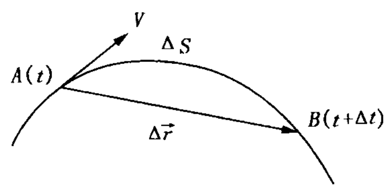

图 1-7

$$v=|\vec{v}|=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t} \tag{1-11}$$

在曲线运动中,速度的改变包括下述两个内容:速度大小的改变和速度方向的改变.为了使加速度这个概念能反映曲线运动的情况,我们引入瞬时加速度矢量的概念,如图 1-8 所示,在时刻 t 质点位于 A 点,速度为 $\vec{v_A}$;经过 Δt 的时间后质点位于 B 点,速度为 $\vec{v_B}$,这样,在时间 Δt 内,速度的增量为 $\Delta\vec{v}=\vec{v_B}-\vec{v_A}$,其瞬时加速度矢量为

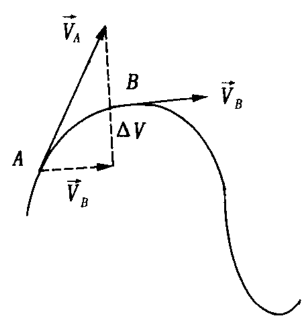

图 1-8

$$\vec{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\vec{v_B}-\vec{v_A}}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \tag{1-12}$$

它既反映速度大小的变化,又反映速度方向的变化.

二、圆周运动

圆周运动是曲线运动的一个重要特例,设质点作半径为 R 的圆周运动,在时刻 t 质点的速度为 $\vec{v}$,则圆周运动的加速度 $\vec{a}$ 为

$$\vec{a}=\vec{a}_n+\vec{a}_t=\frac{v^2}{R}\vec{n}+a_t\vec{t} \tag{1-13}$$

式(1－13)中，$\vec{a}_n$称为法向加速度，也称向心加速度．$\vec{a}_t$ 称为切向加速度 $a_t=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v}{\Delta t}$就是质点运动速率对时间的变化率．$\vec{n}$ 和 $\vec{t}$ 分别为法线方向单位矢量和切线方向单位矢量．若质点作匀速圆周运动，其速率不随时间发生变化，即 $a_t=0$，则质点的运动加速度$\vec{a}=\vec{a}_n=\frac{v^2}{R}\vec{n}$ 就是法向加速度，其大小保持不变，方向始终指向圆心．

圆周运动是曲线运动的特例，当质点作一般曲线运动时，其加速度也可分解为法向加速度和切向加速度两个分量，即

$$\vec{a}=\vec{a}_n+\vec{a}_t=\frac{v^2}{\rho}\vec{n}+a_t\vec{t} \tag{1-14}$$

式中 ρ 为轨迹曲线上某点的曲率半径，当曲线为圆时，曲率半径 ρ 就是该圆的半径R．

例题　有一只狐狸以不变速率 v_1 沿着直线 AB 逃跑，一只猎犬以不变的速率 v_2 追击，其运动方向始终对准狐狸，某时刻狐狸在 F 处，猎犬在 D 处，$FD\perp AB$，且 $FD=L$ 如图 1－9 所示，求此时刻猎犬加速度的大小．

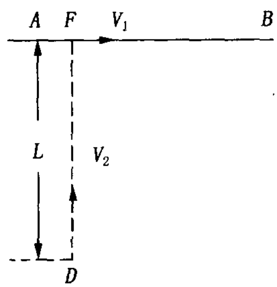

图 1－9

解　猎犬做匀速率曲线运动，其加速的大小和方向都在不断变化，在所求时刻之后的一段很短的时间 Δt 内，猎犬运动轨迹的曲率半径为 ρ，则加速度为其向心加速度

$$a=a_n=\frac{v_2^2}{\rho} \tag{1}$$

如图 1－10 所示，在 Δt 时间内，狐狸和猎犬分别到达了 F' 和 D' 处，猎犬的运动方向转过的角度

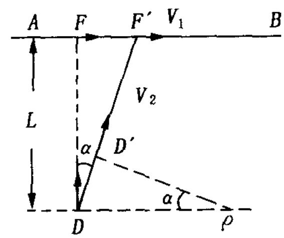

图 1－10

$$\alpha=\frac{\overset{\frown}{DD'}}{\rho}=\frac{v_2\Delta t}{\rho} \tag{2}$$

因为 Δt 很小，所以狐狸运动的距离

$$v_1\Delta t=\alpha\cdot L \tag{3}$$

由(2)、(3)式得：$\rho=\frac{Lv_2}{v_1}$

所以　$a=a_n=\frac{v_2^2}{\rho}=\frac{v_1v_2}{L}$

三、抛体运动

抛体运动也是曲线运动的一个重要特例．当质点作抛体运动时，其加速度恒为竖

直向下的重力加速度 $\vec{g}$,这是一种加速度保持不变的曲线运动,其运动公式与匀变速直线运动的公式有相同的形式:

$$\vec{v} = \vec{v}_o + \vec{g}t \tag{1-15}$$

$$\vec{r} = \vec{r}_o + \vec{v}_o t + \frac{1}{2}\vec{g}t^2 \tag{1-16}$$

式中 $\vec{r}_o$、$\vec{v}_o$ 分别为质点在刚抛出($t=0$)时的位矢和速度.由于抛体在刚抛出时的速度方向不同,我们把其运动分成两种,一种是平抛运动,另一种是斜抛运动.

1. 平抛运动　质点以初速 $\vec{v}_o$ 沿水平方向抛出后,不计空气阻力,仅受重力作用的曲线运动,称为平抛运动.若把坐标原点取在抛出点,如图 1-11 所示,将(1-15)或(1-16)式中的各矢量沿坐标轴 x 和 y 方向分解,则平抛运动公式为

$$v_x = v_o, \quad v_y = gt \tag{1-17}$$

$$x = v_o t, \quad y = \frac{1}{2}gt^2 \tag{1-18}$$

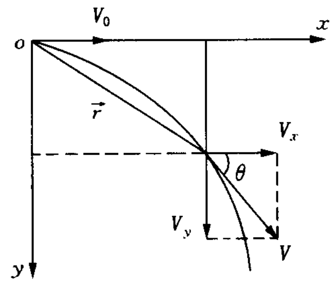

图 1-11

2. 斜抛运动　将物体斜向抛出,在重力作用下,物体作曲线运动,这种运动称斜抛运动,由初速度方向与水平方向的关系分斜上抛和斜下抛.若初速度的方向与水平方向成一夹角 θ 斜向上或斜向下称斜上抛运动或斜下抛运动.以斜上抛运动为例,把坐标原点取在抛出点,如图 1-12.将式(1-15)和式(1-16)中各矢量沿坐标轴 x 和 y 方向分解则斜上抛运动公式为

$$\begin{cases} v_x = v_o\cos\theta \\ v_y = v_o\sin\theta - gt \end{cases} \tag{1-19}$$

$$\begin{cases} x = v_o\cos\theta \cdot t \\ y = v_o\sin\theta \cdot t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \tag{1-20}$$

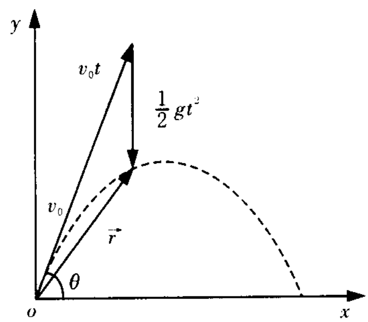

图 1-12

轨道方程:$y = x\tan\theta - gx^2/(2v_o^2\cos^2\theta)$

可见斜抛运动沿 x 方向以速度 $v_o\cos\theta$ 的匀速直线运动,沿 y 方向是以 $v_o\sin\theta$ 为初速度、加速度为 $-g$ 的匀变速直线运动.

由抛体运动公式,可求得抛体的射高 H 和射程 L

$$H = \frac{v_o^2\sin^2\theta}{2g} \tag{1-21}$$

$$L=\frac{v_o^2\sin 2\theta}{g} \tag{1-22}$$

例题 从高 H 处的一点 O 先后平抛两个小球 1 和 2，球 1 直接恰好越过竖直挡板 A 落到水平地面上的 B 点，球 2 则与地面碰撞一次后，也恰好越过竖直挡板，然后也落在 B 点，如图 1－13 所示，设球 2 与地面碰撞是弹性碰撞，求竖直挡板的高度 h.

解 球 1 抛出后，直接落在 B 点，球 2 经反弹后，第二次落地点也在 B 点，由于球 2 与地面作弹性碰撞，无机械能损失，反弹后，速度的水平分量和射高不变，由图 1－13 所示，易得球 2 的运动时间是球 1 的 3 倍，设 1、2 球运动时间分别为 t_1、t_2，则两球在水平方向有

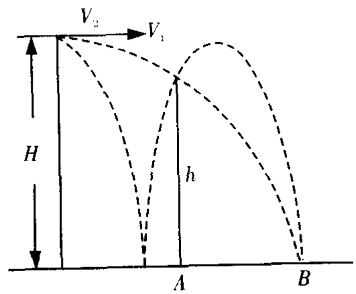

图 1－13

$$v_2t_2=v_1t_1$$

$$\because t_2=3t_1 \qquad \therefore v_1=3v_2$$

又因两球飞过竖直挡板的水平位移相同，故它们过挡板的飞行时间满足

$$t'_2=3t'_1$$

设球 2 从第一次落地到飞至挡板顶端所用时间为 t，则有

$$\sqrt{\frac{2H}{g}}+t=3\sqrt{\frac{2(H-h)}{g}} \tag{1}$$

球 2 落地时速度的竖直分量为

$$v'_2=\sqrt{2gH}$$

到达挡板顶端时速度的竖直分量为

$$v''_2=\sqrt{2g(H-h)}$$

两者满足 $v'_2=v''_2+gt$ (2)

解(1)、(2)式可得 $h=\frac{3}{4}H$

§1－4 运动的合成

一、矢量和标量

既有大小又有方向的量，统称为矢量．矢量合成按平行四边形法则或三角形法则，即两分矢量构成平行四边形的两邻边，则合矢量为该平行四边形的对角线，两分量共