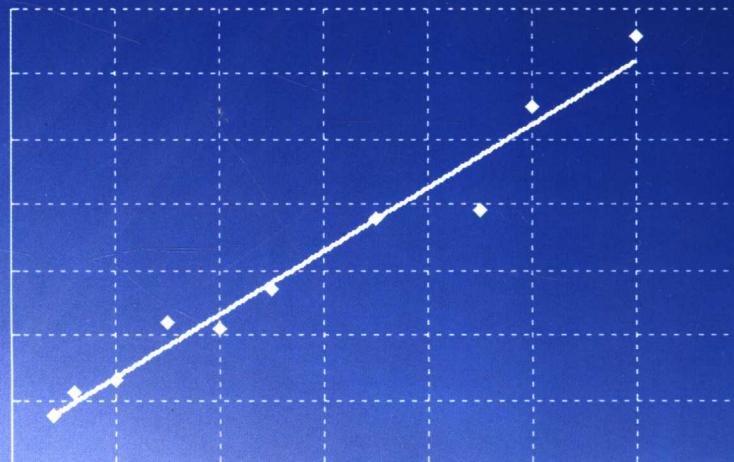


经全国中小学教材审定委员会2006年初审通过

普通高中课程标准实验教科书

选修 1-2

# 数学



凤凰出版传媒集团  
江苏教育出版社

凤凰国际教育

Jiangsu Education Publishing House

数学 选修



主编：单 增

副主编：李善良 陈永高 王巧林



凤凰出版传媒集团

江苏教育出版社

JIANGSU EDUCATION PUBLISHING HOUSE

普通高中课程标准实验教科书  
**书名** 数学(选修 1-2)  
**责任编辑** 胡晋宾  
**出版发行** 凤凰出版传媒集团  
江苏教育出版社(南京市马家街 31 号 210009)  
**网址** <http://www.1088.com.cn>  
**集团网址** 凤凰出版传媒网 <http://www.ppm.cn>  
**经 销** 江苏省新华发行集团有限公司  
**照 排** 南京展望文化发展有限公司  
**印 刷** 江苏淮阴新华印刷厂  
**厂址** 淮安市淮海北路 44 号(邮编 223001)  
**电 话** 0517 - 3941427  
**开 本** 890×1240 毫米 1/16  
**印 张** 6.5  
**版 次** 2006 年 6 月第 1 版  
2006 年 6 月第 1 次印刷  
**书 号** ISBN 7-5343-7542-8/G · 7227  
**定 价** 6.41 元  
**批发电话** 025 - 83260760, 83260768  
**邮购电话** 025 - 85400774, 8008289797  
**短信咨询** 10602585420909  
**E - mail** jsep@vip.163.com  
**盗版举报** 025 - 83204538

苏教版图书若有印装错误可向承印厂调换  
提供盗版线索者给予重奖  
批准文号:苏价费[2006]160 号 举报电话:12358

**主 编 单 墉**

**副 主 编 李善良 陈永高 王巧林**

**本册主编 樊亚东**

**编写人员 洪再吉 寇恒清 陈光立 赵振威 张乃达 葛 军**

**参与设计 石志群 王晓谦 李善良**

**责任编辑 胡晋宾**

数学是科学的大门和钥匙.

——伽利略

一种科学只有在成功地运用数学时,才算达到完善的地步.

——马克思

## 致 同 学

亲爱的同学,你感到高中阶段的学习生活有趣吗?

我们知道,数学与生活紧密相连. 数学可以帮助我们认识世界, 改造世界, 创造新的生活. 数学是高中阶段的重要学科, 不仅是学习物理、化学等学科的基础, 而且对我们的终身发展有较大的影响.

面对实际问题, 我们要认真观察、实验、归纳, 大胆提出猜想. 为了证实或推翻提出的猜想, 我们要通过分析, 概括、抽象出数学概念, 通过探究、推理, 建立数学理论. 我们要积极地运用这些理论去解决问题. 在探究与应用过程中, 我们的思维水平会不断提高, 我们的创造能力会得到发展. 在数学学习过程中, 我们将快乐地成长.

考虑广大同学的不同需要, 本书提供了较大的选择空间.

书中的引言、正文、练习、习题中的“感受·理解”部分、阅读、回顾等内容构成一个完整的体系. 它体现了教材的基本要求, 是所有学生应当掌握的内容. 相信你一定能学好这部分内容.

本书还设计了一些具有挑战性的内容, 包括思考、探究、链接, 以及习题中的“思考·运用”、“探究·拓展”等, 以激发你探索数学的兴趣. 在掌握基本内容之后, 选择其中一些内容作思考与探究, 你会更加喜欢数学.

## 说 明

江苏教育出版社出版的《普通高中课程标准实验教科书·数学》是根据 2003 年教育部制订的《普通高中数学课程标准(实验)》编写的.

该套教科书充分体现数学课程标准的基本理念,使学生通过高中阶段的学习,能获得适应现代生活和未来发展所必需的数学素养,满足他们个人发展与社会进步的需要.

教科书力图使学生在丰富的、现实的、与他们经验紧密联系的背景中感受数学、建立数学、运用数学,做到“入口浅,寓意深”.通过创设恰当的问题情境,引导学生进行操作、观察、探究和运用等活动,感悟并获得数学知识与思想方法.在知识的发生、发展与运用过程中,培养学生的思维能力、创新意识和应用意识.

教科书按知识发展、背景问题、思想方法三条主线,通过问题将全书贯通.每个模块围绕中心教育目标展开,每章围绕核心概念或原理展开.教科书充分关注数学与自然、生活、科技、文化、各门学科的联系,让学生感受到数学与外部世界是息息相通、紧密相连的.

教科书充分考虑学生的需求,为所有学生的发展提供帮助,为学生的发展提供较大的选择空间.整个教科书设计为:一个核心(基本教学要求),多个层次,多种选择.学好核心内容后,根据需要,学生有多种选择,每一个人都能获得必备的数学素养与最佳发展.

众多的数学家、心理学家、学科教育专家、特级教师参加了本套教科书的编写工作.参与本册讨论与审稿的专家与教师有仇炳生、徐稼红、张松年、孙旭东、祁建新、董林伟、于明、王红兵、袁亚良等,在此向他们深表感谢!

本书编写组  
2006 年 6 月

# 目 录

## 第1章 统计案例

1.1 独立性检验.....	5
1.2 回归分析 .....	12

## 第2章 推理与证明

2.1 合情推理与演绎推理 .....	27
2.2 直接证明与间接证明 .....	42

## 第3章 数系的扩充与复数的引入

3.1 数系的扩充 .....	57
3.2 复数的四则运算 .....	61
3.3 复数的几何意义 .....	67

## 第4章 框图

4.1 流程图 .....	77
4.2 结构图 .....	85

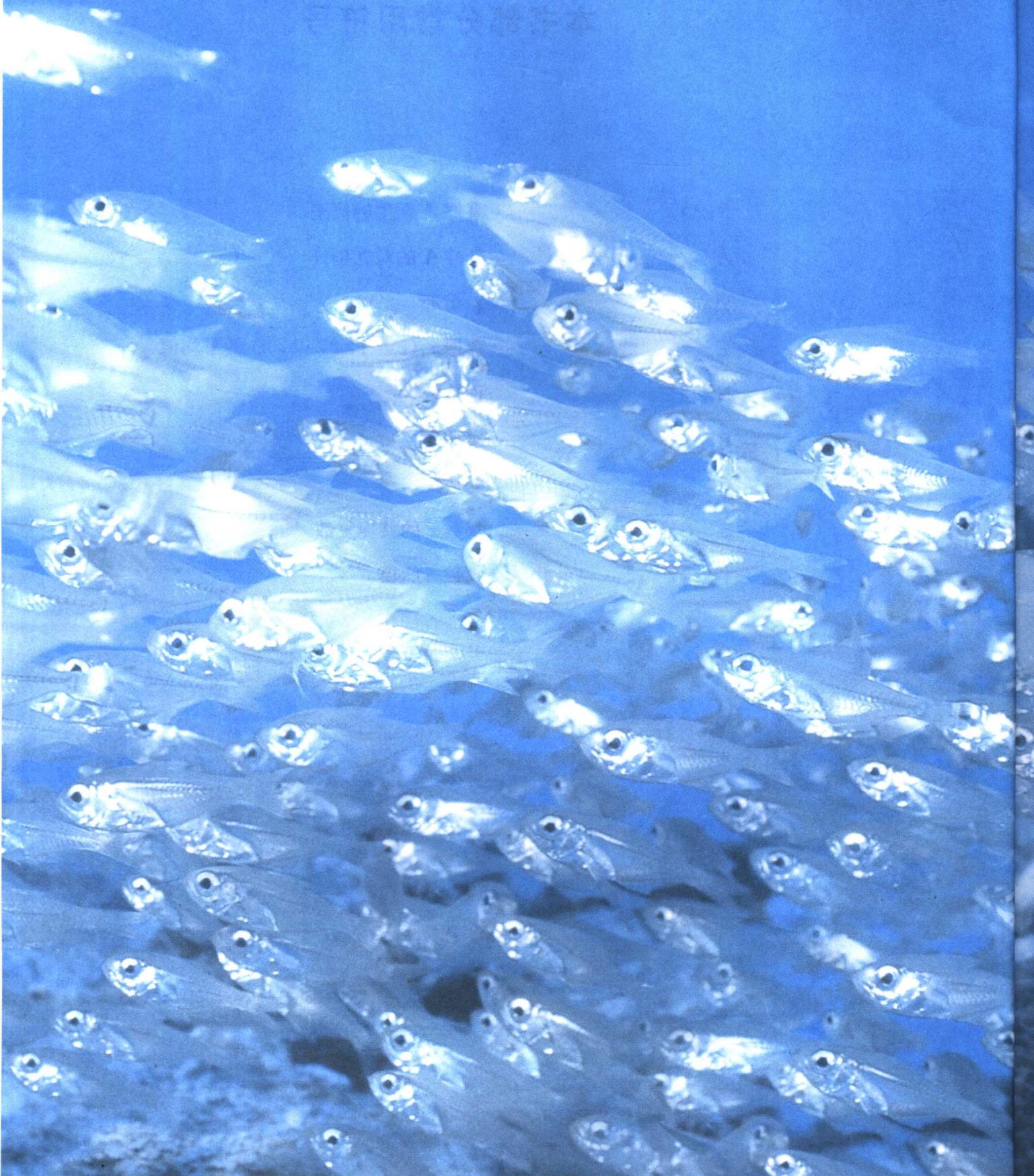
## 附 录

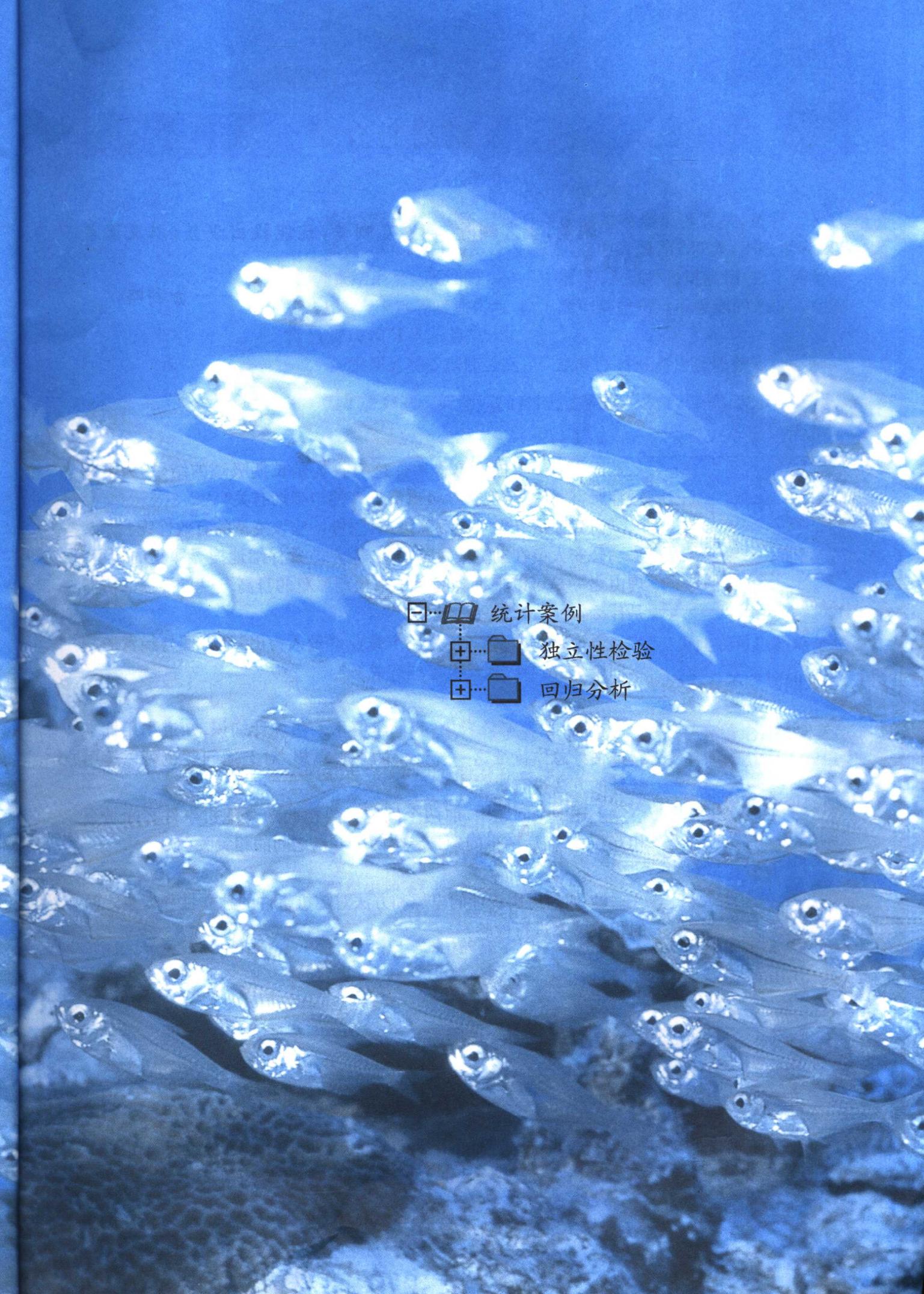
附录1 相关性检验的临界值表 .....	93
----------------------	----

## 本书部分常用符号

$P(A)$	事件 $A$ 发生的概率
$\bar{A}$	事件 $A$ 的对立事件
$\chi^2$	$\chi^2$ 分布
$\bar{x}$	数据 $x_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 的平均值
$\mathbb{N}^*$	正整数集
$\mathbb{R}$	实数集
$\mathbb{C}$	复数集
$\bar{z}$	复数 $z$ 的共轭复数
$ z $	复数 $z$ 的模

# 第1章 统计案例





统计案例

独立性检验

回归分析

测量,重复测量,再重复测量,就能找出误差,以及误差的误差.

——伽利略

医生对患者提出忠告:“你这气管炎是长期吸烟的结果,为了减缓症状,请快戒烟吧!”呼吸道疾病真的与吸烟有关吗?

研究人员开发了一种新疫苗,怎样检验该疫苗的有效性呢?

公安人员在勘测案发现场时,总是非常仔细地搜寻罪犯的脚印,理由之一是可以根据脚的大小来预测罪犯的身高.这里,推理的依据是什么?

无论是一个家庭,还是一个企业,“量人为出”是管理与经营的基本原则.支出与收入具有怎样的关系?

在《数学3(必修)》中,我们学习了一些统计知识,知道了用样本特征估计总体特征这一统计学的基本思想.对上述问题也可以运用统计的方法进行研究.

上述四个问题中,前两个问题是检验两个随机事件之间是否相互独立,而后两个问题是考察两个变量之间的相关关系.

● 如何运用统计的思想和方法对随机事件的独立性和变量之间的相关关系进行检验?

# 1.1

## 独立性检验

某医疗机构为了了解呼吸道疾病与吸烟是否有关,进行了一次抽样调查,共调查了515个成年人,其中吸烟者220人,不吸烟者295人。调查结果是:吸烟的220人中有37人患呼吸道疾病(以下简称患病),183人未患呼吸道疾病(以下简称未患病);不吸烟的295人中有21人患病,274人未患病。

- 根据这些数据能否断定:患呼吸道疾病与吸烟有关?

为了研究这个问题,我们将上述数据用表1-1-1表示:

表1-1-1

	患病	未患病	合计
吸烟	37	183	220
不吸烟	21	274	295
合计	58	457	515

形如表1-1-1的表格称为 $2\times 2$ 列联表。由此表可以粗略地估计出:在吸烟的人中,有 $\frac{37}{220} \approx 16.82\%$ 的人患病;在不吸烟的人中,有 $\frac{21}{295} \approx 7.12\%$ 的人患病。因此,从直观上可以得到结论:吸烟者与不吸烟者患病的可能性存在差异。

上述结论给我们的印象是患病与吸烟有关,事实果真如此吗?能有多大的把握认为“患病与吸烟有关”呢?

为了回答这个问题,我们作出相反的判断:“患病与吸烟没有关系”,即提出如下假设:

$H_0$ : 患病与吸烟没有关系。

将表1-1-1中的数字用字母代替,得到用字母表示的 $2\times 2$ 列联表(表1-1-2):

表1-1-2

	患病	未患病	合计
吸烟	$a$	$b$	$a+b$
不吸烟	$c$	$d$	$c+d$
合计	$a+c$	$b+d$	$a+b+c+d$

如果  $H_0$  成立,那么在吸烟的人中患病的比例应该与不吸烟的人中相应的比例差不多,有

$$\frac{a}{a+b} \approx \frac{c}{c+d},$$

即

$$a(c+d) \approx c(a+b),$$

故

$$ad - bc \approx 0,$$

因此,  $|ad - bc|$  越小, 患病与吸烟之间的关系就越弱;  $|ad - bc|$  越大, 患病与吸烟之间的关系就越强.

为了消除样本量对上式的影响,统计学中引入下面的量(称为卡方统计量):

$$\chi^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, \quad (1)$$

其中  $n = a + b + c + d$  为样本量.

这样,若  $H_0$  成立,即“患病与吸烟没有关系”,则  $\chi^2$  的值应该很小.根据表 1-1-1 中的数据,利用公式(1)计算得  $\chi^2$  的值为 11.863 4,这个值大不大呢?

统计学已有明确的结论,在  $H_0$  成立的情况下,随机事件 “ $\chi^2 \geqslant 6.635$ ”发生的概率约为 0.01,即

$$P(\chi^2 \geqslant 6.635) \approx 0.01, \quad (2)$$

也就是说,在  $H_0$  成立的情况下,对统计量  $\chi^2$  进行多次观测,观测值超过 6.635 的频率约为 0.01.

现在的  $\chi^2 = 11.863 4$ , 大于 6.635,由(2)式可知,出现这样的观测值  $\chi^2$  的概率不超过 0.01. 因此,我们有 99% 的把握认为  $H_0$  不成立,即有 99% 的把握认为“患病与吸烟有关系”.

**思考** 认为“患病与吸烟有关系”是否指吸烟的成年人一定会患病?

以上我们研究了吸烟与患呼吸道疾病是否有关的问题.用这种方法还可以解决类似的问题,比如花的颜色与花粉的形状是否有关、用药效果与用药方式是否有关等.用  $\chi^2$  统计量研究这类问题的方法称为独立性检验(test of independence).

上述进行独立性检验所采用的思想是:要研究“患呼吸道疾病与吸烟有关”这一结论的可靠程度,首先假设该结论不成立,即假设“患呼吸道疾病与吸烟没有关系”成立,在该假设下构造  $\chi^2$  统计量.如果  $\chi^2$  的观测值很大,那么在一定程度上说明假设不合理.根据  $\chi^2$  的含

义,可以通过(2)式评价该假设不合理的程度.如果计算出 $\chi^2 > 6.635$ ,说明假设不合理的程度约为99%,即“患呼吸道疾病与吸烟有关系”这一结论成立的可信程度约为99%.

一般地,对于两个研究对象I和II,I有两类取值类A和类B(如吸烟与不吸烟),II也有两类取值类1和类2(如患呼吸道疾病和未患呼吸道疾病),我们得到如下列联表所示的抽样数据:

表1-1-3

		II		合计
		类 1	类 2	
I	类 A	a	b	a+b
	类 B	c	d	c+d
合计		a+c	b+d	a+b+c+d

要推断“I与II有关系”可按下面的步骤进行:

- (1) 提出假设 $H_0$ : I与II没有关系;
- (2) 根据 $2 \times 2$ 列联表与公式(1)计算 $\chi^2$ 的值;
- (3) 查对临界值(表1-1-4),作出判断.

表1-1-4

$P(\chi^2 \geq x_0)$	0.50	0.40	0.25	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
$x_0$	0.455	0.708	1.323	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

例如:

- (1) 若观测值 $\chi^2 > 10.828$ ,则有99.9%的把握认为“I与II有关系”;
- (2) 若观测值 $\chi^2 > 6.635$ ,则有99%的把握认为“I与II有关系”;
- (3) 若观测值 $\chi^2 > 2.706$ ,则有90%的把握认为“I与II有关系”;
- (4) 若观测值 $\chi^2 \leq 2.706$ ,则认为没有充分的证据显示“I与II有关系”,但也不能作出结论“ $H_0$ 成立”,即不能认为I与II没有关系.

由《数学3(必修)》学习的内容可知,用样本估计总体时,由于抽样的随机性,结果并不唯一.因此,由某个样本得到的推断有可能正确,也有可能错误.利用 $\chi^2$ 进行独立性检验,可以对推断的正确性的概率作出估计,样本量n越大,这个估计越准确.

在实际应用中,  
通常要求 $a, b, c, d$   
均不小于5.

**例1** 在500人身试验某种血清预防感冒的作用,把他们一年中的感冒记录与另外500名未用血清的人的感冒记录作比较,结果如表1-1-5所示.问:该种血清能否起到预防感冒的作用?

表 1-1-5

	未感冒	感冒	合计
使用血清	258	242	500
未使用血清	216	284	500
合计	474	526	1 000

**分析** 在使用该种血清的人中,有  $\frac{242}{500} = 48.4\%$  的人患过感冒;在没有使用该血清的人中,有  $\frac{284}{500} = 56.8\%$  的人患过感冒,使用过血清的人与未使用过血清的人的患病率相差较大.从直观上来看,使用过血清的人与未使用过血清的人患感冒的可能性存在差异.下面我们用  $\chi^2$  进行独立性检验,给出这个判断的可信程度.

**解** 提出假设

$H_0$ : 感冒与是否使用该种血清没有关系.

根据列联表中的数据,可以求得

$$\chi^2 = \frac{1000 \times (258 \times 284 - 242 \times 216)^2}{474 \times 526 \times 500 \times 500} \approx 7.075.$$

因为当  $H_0$  成立时,  $\chi^2 \geq 6.635$  的概率约为 0.01, 所以我们有 99% 的把握认为: 该种血清能起到预防感冒的作用.

## 探 究

当抽取的样本量很小时,用  $\chi^2$  进行独立性检验的结论是否可靠?有兴趣的同学可以通过查阅有关资料来了解相关知识.

**例 2** 为研究不同的给药方式(口服与注射)和药的效果(有效与无效)是否有关,进行了相应的抽样调查,调查结果列在表 1-1-6 中.根据所选择的 193 个病人的数据,能否作出药的效果与给药方式有关的结论?

表 1-1-6

	有 效	无 效	合 计
口 服	58	40	98
注 射	64	31	95
合 计	122	71	193

**分析** 在口服的病人中,有  $\frac{58}{98} \approx 59\%$  的人有效;在注射的病人中,有  $\frac{64}{95} \approx 67\%$  的人有效.从直观上来看,口服与注射的病人的用药效果的有效率有一定的差异,能否认为用药效果与用药方式一定有关呢?下面我们用独立性检验的方法加以说明.

**解 提出假设**

$H_0$ : 药的效果与给药方式无关.

根据列联表中的数据可以求得

$$\chi^2 = \frac{193 \times (58 \times 31 - 40 \times 64)^2}{122 \times 71 \times 98 \times 95} \approx 1.3896 < 2.706.$$

当  $H_0$  成立时,  $\chi^2 \geq 1.3896$  的概率大于 10%, 这个概率比较大, 所以根据目前的调查数据, 不能否定假设  $H_0$ , 即不能作出药的效果与给药方式有关的结论.

**例 3** 气管炎是一种常见的呼吸道疾病, 医药研究人员对两种中草药治疗慢性气管炎的疗效进行对比, 所得数据如表 1-1-7 所示. 问: 它们的疗效有无差异?

表 1-1-7

	有效	无效	合计
复方江剪刀草	184	61	245
胆 黄 片	91	9	100
合 计	275	70	345

**分析** 由列联表中的数据可知, 服用复方江剪刀草的患者的有效率为  $\frac{184}{245} \approx 75\%$ , 服用胆黄片的患者的有效率为  $\frac{91}{100} = 91\%$ , 服用复方江剪刀草的患者与服用胆黄片的患者的有效率存在较大差异, 从直观上来看, 两种中草药的疗效有差异. 下面我们用  $\chi^2$  进行独立性检验, 以确定能有多大把握作出这一推断.

**解 提出假设**

$H_0$ : 两种中草药的治疗效果没有差异, 即病人使用这两种药物中何种药物对疗效没有明显差异.

根据列联表中的数据可以求得

$$\chi^2 = \frac{345 \times (184 \times 9 - 61 \times 91)^2}{275 \times 70 \times 245 \times 100} \approx 11.098.$$

当  $H_0$  成立时,  $\chi^2 \geq 10.828$  的概率约为 0.001, 而这里

$$\chi^2 \approx 11.098 > 10.828,$$

所以我们有 99.9% 的把握认为: 两种药物的疗效有差异.

**练习**

- 某桑场为了了解职工发生皮炎是否与采桑有关, 对其工作人员进行了一次调查, 结果如下表. 试问: 发生皮炎是否与采桑有关?

	采桑	不采桑	合计
患皮炎	18	12	30
未患皮炎	4	78	82
合计	22	90	112

2. 为了鉴定新疫苗的效力,将 60 只豚鼠随机地分为两组,其中一组在接种疫苗后全部注射了病源菌,结果列于下表. 问: 能否有 90% 的把握认为疫苗有效?

	发 病	没发 病	合 计
接 种	3	27	30
没 接 种	17	13	30
合 计	20	40	60

3. 某报对“男女同龄退休”这一公众关注的问题进行了民意调查,数据如下表. 根据表中数据,能否认为对这一问题的看法与性别有关?

	赞 同	反 对	合 计
男	198	217	415
女	476	109	585
合 计	674	326	1 000

## 阅读

## 统计学与流行病学

统计学是医学研究的有用工具, 医学工作者经常对数据进行统计推断, 以观察某些疾病的发生与蔓延的诱因.

要了解疾病在人群中的分布与发病率, 必须组织人员进行细致的抽样调查, 了解病人干什么工作, 吃了什么, 环境如何, 有过哪些病史和家族史; 了解不同的病人有什么共同点、不同点; 了解已感染的病人与未感染的人群有什么不同; 等等. 经过分析后, 找出病源的实际因素. **记述流行病学的研究方法是从不同的角度来分析上述得到的结果, 研究疾病随着时间变化的趋向, 以及从一群人向另一群人蔓延的趋向; 观察流行病学的研究方法是通过分别观察得病与不得病的两组人群, 为他们的饮食起居、医学与家庭病史的种种数据记录下一份非常详细的图表, 最后运用统计方法进行分析; 实验流行病学的研究方法是对一组患者进行治疗, 对另一组则不使用药物治疗(例如暗示疗法), 然后进行对比与观察.**

使用这几种方法, 最终就可以看出使疾病发生蔓延的真正诱因, 并且作出治疗方案.