银领工程

高等职业教育技能型人才培养培训工程系列教材

经济与管理数学
——概率论与数理统计

雷田礼　主编

康永强　杨圣宏　刘志勇　副主编

高等教育出版社
Higher Education Press

银领工程

高等职业教育技能型人才培养培训工程系列教材

经济与管理数学
——概率论与数理统计

雷田礼 主编

康永强 杨圣宏 刘志勇 副主编

雷田礼 康永强 杨圣宏

刘志勇 齐松茹 郑 红 编

王培麟 康晓红

高等教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

经济与管理数学．概率论与数理统计／雷田礼主编．北京：高等教育出版社，2006.7
ISBN 7－04－019499－6

Ⅰ.经...　Ⅱ.雷...　Ⅲ.①概率论－高等学校：技术学校－教学参考资料②数理统计－高等学校：技术学校－教学参考资料　Ⅳ.①F224②021

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 064157 号

策划编辑 周先海　**责任编辑** 张耀明　**封面设计** 张　楠　**责任绘图** 宋小梅
版式设计 王艳红　**责任校对** 杨凤玲　**责任印制** 陈伟光

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010－58581118
社　　址	北京市西城区德外大街4号	免费咨询	800－810－0598
邮政编码	100011	网　　址	http://www.hep.edu.cn
总　　机	010－58581000		http://www.hep.com.cn
		网上订购	http://www.landraco.com
经　　销	蓝色畅想图书发行有限公司		http://www.landraco.com.cn
印　　刷	北京宝旺印务有限公司	畅想教育	http://www.widedu.com
开　　本	787×960　1/16	版　　次	2006年7月第1版
印　　张	9	印　　次	2006年7月第1次印刷
字　　数	190 000	定　　价	11.90元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换。

物料号　19499-00

内 容 提 要

本书是为适应高等职业院校数学教学新的发展趋势需要而编写的。全书注重“模块案例一体化”的思想以及“与专业结合、必需够用为度”的原则。

本书力争跳出数学理论体系的束缚，通过案例驱动，努力实现“模块案例一体化”的思想，即实现数学模块与经济案例的融合，缩短数学课与专业课之间的距离。在凸现“以培养能力为中心”的同时，体现了“与专业结合”的思想。

本书在弱化甚至是删除复杂数学定理、性质的证明的同时，对内容复杂、技巧性强的计算内容也较大地进行了简化，但并没降低对数学内容和计算能力的要求。本书重点突出了对数学思想的介绍，通过大量案例，强化培养了学生解决专业问题的数学思维习惯；通过功能强大的软件知识的学习与实际应用，也能提升学生在处理复杂计算时的能力。

全书内容共分六章，包括随机事件与概率、随机变量及其分布、随机变量的数字特征、数理统计基础知识、参数估计、一元回归分析等。

本书可作为高职高专院校、成人高等院校、本科院校举办的二级职业技术学院经管类专业的数学教材，也可供相关科技人员参考。

出 版 说 明

为了认真贯彻《国务院关于大力推进职业教育改革与发展的决定》，落实《2003—2007年教育振兴行动计划》，缓解国内劳动力市场技能型人才紧缺现状，为我国走新型工业化道路服务，自2001年10月以来，教育部在永州、武汉和无锡连续三次召开全国高等职业教育产学研经验交流会，明确了高等职业教育要“以服务为宗旨，以就业为导向，走产学研结合的发展道路”，同时明确了高等职业教育的主要任务是培养高技能人才。这类人才，既要能动脑，更要能动手，他们既不是白领，也不是蓝领，而是应用型白领，是“银领”。从而为我国高等职业教育的进一步发展指明了方向。

培养目标的变化直接带来了高等职业教育办学宗旨、教学内容与课程体系、教学方法与手段、教学管理等诸多方面的改变。与之相应，也产生了若干值得关注与研究的新课题。对此，我们组织有关高等职业院校进行了多次探讨，并从中遴选出一些较为成熟的成果，组织编写了“银领工程”丛书。本丛书围绕培养符合社会主义市场经济和全面建设小康社会发展要求的“银领”人才的这一宗旨，结合最新的教改成果，反映了最新的职业教育工作思路和发展方向，有益于固化并更好地推广这些经验和成果，很值得广大高等职业院校借鉴。我们的这一想法和做法也得到了教育部领导的肯定，教育部副部长吴启迪专门为首批“银领工程”丛书提笔作序。

我社出版的高等职业教育各专业领域技能型人才培养培训工程系列教材也将陆续纳入“银领工程”丛书系列。

“银领工程”丛书适合于高等职业学校、高等专科学校、成人高校及本科院校举办的二级职业技术学院、继续教育学院和民办高校使用。

高等教育出版社

2006年5月

序　　言

在深圳经济特区建立二十五周年之际，我欣喜地给高职院校数学教学改革的又一新作——《经济与管理数学》为序。这是因为数学教学的改革对于培养高技术人才和高技能人才来说，不仅是非常需要的，也是非常紧迫的。我国的高等职业院校无论是学校数还是在校生人数，都已经是名副其实的“半边天”了。但是，如何建立一整套与我国高职教育模式相适应的教学模式，如何推进包括数学在内的理论课的教学改革任务是相当繁重的。

纵观作为高职院校数学课的改革历程，大致分为两个阶段：第一阶段为“压缩模块型”，即将传统的数学内容删去繁琐的数学论证，压缩成若干模块，以供有关专业选用；第二阶段为“举证应用型”，即对传统的数学知识进行整合，添加数学知识应用部分加以举证的内容。随着高职院校教学改革的整体推进，引起人们对高职院校数学课程教学改革的进一步思索。人们不禁要问：删去了繁琐的数学论证后，留下的内容主要是数学概念和计算，在计算机软件如此发达的今天，高职院校的学生有无必要花费如此多的时间去演练数学计算？人们还要问：将数学应用的内容举证式地引进高职数学课程，是否真正做到了数学与专业知识的结合？

我们一直这样认为：即现代化建设需要各种类型、各种层次的人才，而各种类型、各种层次的人才当然需要有各种类型、各种层次的大学去培养。这是逻辑和实践意义上的题中之意。培养具有一定专业理论知识、又具有较强的实践操作能力的高技术、高技能人才已成为当前蓬勃发展的高职教育的重大历史使命和不可替代的教育目标。因此，高职院校的数学教学也一定能找到符合这类大学的人才培养目标的教学模式。我们就是在上述战略思考和实际教学经验总结的基础上，为高职院校经济、管理类专业编写了一本新型的数学教材——《经济与管理数学》。它具有如下几个特点：

第一，用“模块案例一体化”的方法，从经济案例中引出数学概念和方法，将数学知识模块与经济案例充分融合，有效地缩短了数学与专业知识的距离，使学生对抽象的数学知识的背景理解更深刻，应用更有效；

第二，引入了先进的数学软件，使学生计算手段现代化。虽然学生演练数学计算的时间少了，但由于学生能用数学软件进行计算，能更有效地解决经济与管理实践中的复杂计算问题；

第三，提高了学生分析问题、解决问题的能力。由于摒弃了对传统的数学知识系统进行盘点式的教学方法，采用了以经济与管理前沿的案例驱动，融合数学知识的方法，使学生加深了对数学概念与方法的理解，提高了用数学知识分析和处理实际问题的能力。又由于学生学会了用数学软件进行计算，提高了学生解决复杂实际问题的能力。

数学的发展史表明，任何数学概念的形成和数学方法的提出，首先是从生动丰富的实践活

动中，通过抽象和提炼才形成的，然后再用理论化的数学概念和数学方法来指导实践和服务于实践。本教材就是基于数学发展的这一基本流程和认识论的基本特征，从具体到抽象，再从抽象到具体。这种教学思路非常符合目前高等职业技术教育重实践、重动手能力培养人才的特点。鉴于该教材鲜明的教学改革特色，可以说，它是高职院校数学教学改革进入新阶段的一种有益的尝试；它为用现代化知识改造传统知识，建立新的教学体系作出的一种努力；它为基础课教学从举证式地为专业知识服务转变为主动与专业知识融合提供了一种样例。

我真诚地期盼全国有更多的数学教育工作者，以锐意改革的特别之为，以不断创新的精彩之为，来创造更富有实效、更加具有生命力的数学教育的新模式。愿我国高职教育教学改革园地中绚丽的丛花，能够开放得更加鲜艳！

深圳职业技术学院 俞仲文

2006 年 3 月

前　　言

近年来，高等职业教育以其鲜明的特色，在适应现代社会人才多样化需求，实施高等教育大众化等方面，做出了重大的贡献。同时，由于其鲜明的职业特征，其课程体系及教学内容与传统大学教育相比有着许多的不同。为了达到高职教学的培养目标、适应高职学生的特点，我们在多年不断的改革和探索的基础之上，针对高职高专学生编写了《经济与管理数学》一书(共分两册,第一册微积分与线性代数,第二册为概率论与数理统计)，本书为第二册《概率论与数理统计》。

本书力求体现如下特点:

第一，全书在科学性的基础之上力争跳出传统数学理论体系的约束、以经济管理案例驱动数学内容，贯彻“与专业结合，必需、够用为度”之原则，争取较好实现数学模块与专业案例的对接。体现了“模块案例一体化”的教学特色，缩短了数学课程与后续专业课之间的距离。

第二，为了实现高职院校应用型人才的培养目标，本书力求按“以能力培养为中心”的原则组织编写。所有数学内容都力争以经济管理生活中的实际案例为背景展开，从实际案例的解答中引入数学概念，最后再将数学思想和方法应用到实际案例中去。并通过大量的经济案例强化学生应用数学知识解决实际问题的能力，充分体现了以“能力为中心”的培养目标。

第三，我们认为，数学教学应以“思想传授为主，计算和证明为辅”。学生只有真正理解和掌握了数学思想，才能在解决实际问题中融会贯通、左右逢源，才能有所创新。我们通过实际案例引入数学概念，还通过案例反复强化学生对这些数学思想和概念的理解。争取培养学生在解决实际问题中的数学思维习惯。

第四，在突出数学思想的同时，结合高职高专学生的实际情况，本书弱化了复杂及技巧性较高的数学计算内容，节约了相当的篇幅。但另一方面则引入了语言简洁、交互性较好、易于掌握的 **MATLAB** 数学软件知识，希望学生掌握这一门功能强大的数学计算工具，并能用它去处理较为复杂的数学计算内容。

第五，根据开放教育的特点，本书将建成立体化教材，除了主教材，还将配备可修改的电子教案、自主学习的网络课程、试题库、全书的习题详解等，对教师教学和学生自学提供了强有力的帮助。

在主教材编写特色上，我们在每章首都列出了学生应掌握的学习目标，在 **MATLAB** 命令语句上都给出了详细解释。易于学生自学。同时案例丰富、力求贴近实际，有利于激发学生的学习兴趣。

本套教材由雷田礼任主编，负责统一编写思想。本册由康永强、杨圣宏和刘志勇任副主编。参加编写的人员还有齐松茹、郑红、康晓红、王培麟等。全书由雷田礼和杨圣宏统稿，刘志勇进行了文字、图表校定工作。郑红、刘志勇和伍春燕对习题进行了审定。

特别感谢深圳职业技术学院院长俞仲文教授对本书的编写提出了重要的指导性意见，审阅了编写模式并作序；另外，在本书的编写过程中，深圳职业技术学院工业中心领导、深圳信息职业技术学院的张玉成在本书的编写过程中都提出了一些建设性意见。在此一并表示感谢。

由于本书涉及面较广，加上编者水平有限，经验不足且时间仓促，书中不当之处在所难免，恳请读者批评指正。

另：本书习题详解的 Word 文档，可通过邮箱 door22h@sina.com 向作者索取。

编 者

2006 年 3 月

郑重声明

目　　录

第一章　随机事件与概率

学习目标

1. 了解随机事件、概率、条件概率及独立性等基本概念；
2. 通过对事件的关系和运算的理解，能够掌握事件的和、积、对立事件及其相应的性质；
3. 会解简单的古典概型问题；
4. 熟练运用概率的加法公式和乘法公式，了解全概率方法.

在微积分的学习当中，遇到的案例和数学问题都有这样的特征，有了与之相关的足够信息，就能得出确定的结果. 譬如在计算圆的面积时，如果已知半径，那么圆的面积就唯一确定了. 这类现象在一定条件下出现的结果是唯一的，称为确定性现象。

实际上，经济领域和日常生活中的许多问题，即使我们对获得的信息进行彻底研究，未来的不确定性依然存在. 比如，那份合约真的能保证吗？明天的股票指数是否会上升？下个月人民币会升值吗？这类现象，在一定的条件下可能出现的结果有多个且各以一定的可能性出现，至于哪个结果出现，事前无法准确地判定，这种现象称为随机现象.

【一则经典的案例】《读者》杂志 2005 年第二期，有一篇短文《失败计划》中提到：二战中，盟军胜利登陆诺曼底之后，最高统帅艾森豪威尔将军发表了讲话："我们已经胜利登陆，德军被打败，这是大家共同努力的结果，我向大家表示感谢和祝贺."可是当时谁也不知道，在登陆之前，除了这份讲话稿之外，艾森豪威尔还准备了一份截然相反的讲话稿，那是一份失败时的演讲稿. 这篇演讲稿是这样的："我很悲伤地宣布，我们登陆失败，这完全是我个人决策和指挥的失误，我愿意承担全部责任，并向所有人道歉."

还可以在本章后面阅读到【神奇的功勋】的文章，对于不确定性现象你会有更深的认识.

对随机现象只做个别试验或观测，看不出明显的规律性. 但在相同的条件下，对随机现象进行大量的重复试验或观测，就会发现各种结果的出现是有一定规律性的.

定义 1.1　对随机现象进行观察的过程称为随机试验，简称试验. 记为 E.

它有如下特征：

1. 试验可以在相同条件下重复进行；
2. 试验的所有可能结果是已知的，且各以一定的可能性出现；
3. 在试验前不能确定出现哪个结果.

§1.1 随机事件的概念与运算

1.1.1 随机事件的概念

案例 1.1 在编号为 1，2，3，4，5，6 的六个零件中，任取一个检验，观察取出的零件号数．可能的结果是“1”，“2”，…，“6”，这 6 种结果究竟出现哪一种，在抽取前是不能确定的．由于观察目的的需要，有时将该试验结果描述为“出现偶数号”，“出现大于 2 的号数”等．

案例 1.2 记录某地铁车站于 6:00 至 6:10 这 10 分钟内候车的人数．可能是 0，1，2，3，…．

案例 1.3 某车工在同样的工艺条件下生产出来的零件的尺寸在 12 ± 0.1 mm 之间，而每个零件的尺寸在加工完成以前是不能准确预言的．

在随机试验时，所描述的结果出现了，称为这个“事件”发生了．

定义 1.2 随机试验的结果称为随机事件．简称为事件．一般用大写字母 A，B，C 等表示．事件可分为基本事件和复合事件．

基本事件　相对于观察目的不可再分解的事件，称为基本事件．案例 1.1 中“取出 4 号零件”，“取出 5 号零件”等都是基本事件．

复合事件　由两个或两个以上基本事件并在一起，构成的事件称为复合事件．案例 1.1 中“取出偶数号零件”，“取出号数 >2 的零件”等都是复合事件．

定义 1.3 随机试验的基本事件称为样本点，记为 ω．全体样本点的集合称为样本空间，用 Ω 表示．

案例 1.4 从标号为 1，2，3，4，5 的产品中任取一产品，用 ω_i 表示“取得 i 号产品”的基本事件($i=1,2,3,4,5$)．样本空间为 $\Omega=\{\omega_1,\omega_2,\omega_3,\omega_4,\omega_5\}$．

案例 1.5 将一个硬币抛掷两次，若记正面向上为 H，反面向上为 T，则样本空间由如下四个样本点组成：$\Omega=\{(HH),(HT),(TH),(TT)\}$．

案例 1.6 测试某种元件的寿命(单位:以小时计)，则样本点是一个非负数，所以样本空间为 $\Omega=\{t:t\geqslant 0\}$．

随机事件可看成样本空间的子集，有时称为事件集．在试验中必定发生的事件称为必然事件，它就是样本空间 Ω．在试验中不可能发生的事件称为不可能事件，即不包含任何样本点的空集，通常记为 $\varnothing$．

1.1.2 事件间的关系与运算

事件间的关系与运算可以用集合论的方法进行研究．

1．事件的包含

如果事件 A 发生必然导致事件 B 发生，即属于 A 的每一个样本点也都属于 B，则称事件 B 包含事件 A，或称事件 A 包含于事件 B，记作 $B \supset A$ 或 $A \subset B$.

显然对于任何事件 A，有 $\varnothing \subset A \subset \Omega$.

2. 事件的相等

如果事件 A 包含事件 B，事件 B 也包含事件 A，称事件 A 与 B 相等，即 A 与 B 中的样本点完全相同. 记作 $A = B$.

3. 事件的和(并)

事件 A，B 中至少有一个发生的事件，即“A 或 B”，称为事件 A 与 B 的和(并). 它是由属于 A 或 B 的所有样本点构成的集合. 记作 $A+B$ 或 $A \cup B$.

4. 事件的积(交)

事件 A 与 B 同时发生的事件，即“A 且 B”，称为事件 A 与 B 的积(交). 它是由既属于 A 又属于 B 的样本点构成的集合. 记作 AB 或 $A \cap B$.

5. 事件的差

事件 A 发生而事件 B 不发生的事件，称为事件 A 与 B 的差. 它是由属于 A 但不属于 B 的样本点构成的集合. 记作 $A-B$.

6. 互不相容事件

如果事件 A 与 B 不能同时发生，即 $AB = \varnothing$，称事件 A 与 B 互不相容(或称互斥). 互不相容事件 A 与 B 没有公共的样本点. 显然，基本事件间是互不相容的.

7. 对立事件

事件“A 不发生”称为 A 的对立事件(或逆事件). 它是由样本空间中所有不属于 A 的样本点组成的集合. 记作 $\overline{A}$. 显然 $A\overline{A} = \varnothing$，$A + \overline{A} = \Omega$，$\overline{\overline{A}} = A$.

8. 完备事件组

若事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 为两两互不相容的事件，并且 $A_1 + A_2 + \cdots + A_n = \Omega$，称 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 构成一个完备事件组.

各事件的关系及运算如图 1－1 所示.

事件与集合对照见表 1－1：

表 1－1

符　号	集　合　论	概　率　论
Ω	全集	样本空间，必然事件
$\varnothing$	空集	不可能事件
$\omega \in \Omega$	集合的元素	Ω 的样本点
$\{\omega\}$	单元素集	基本事件
$A \subset \Omega$	Ω 的子集 A	事件 A

续表

符　　号	集 合 论	概 率 论
$A\subset B$	集合 A 包含在集合 B 中	事件 A 含于事件 B
$A=B$	集合 A 与 B 相等	事件 A 与事件 B 相等
$A\cup B(A+B)$	集合 A 与 B 的并	事件 A 与 B 之和
$A\cap B(AB)$	集合 A 与 B 的交	事件 A 与 B 之积
$\overline{A}$	集合 A 的补集	事件 A 的对立事件
$A-B$	集合 A 与 B 的差	事件 A 与 B 之差
$A\cap B=\varnothing(AB=\varnothing)$	集合 A 与 B 无公共元素	事件 A 与 B 互不相容

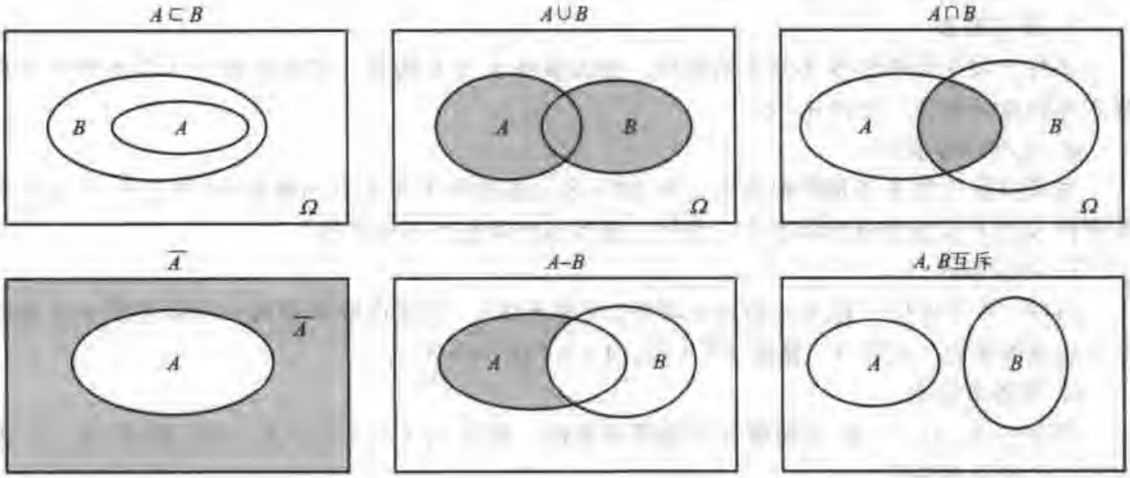

图 1－1

随机事件的运算规律见表 1－2：

表 1－2

运算律＼运算	和	积
交换律	$A+B=B+A$	$AB=BA$
结合律	$A+(B+C)=(A+B)+C$	$(AB)C=A(BC)$
分配律	$A(B+C)=AB+AC$	$A+BC=(A+B)(A+C)$
包含律	$A+B\supset A$，$A+B\supset B$	$AB\subset A$，$AB\subset B$

续表

运算律 \ 运算	和	积
重叠律	$A+A=A$	$AA=A$
吸收律	$A+\Omega=\Omega$，$A+\varnothing=A$	$A\Omega=A$，$A\varnothing=\varnothing$
对立律	$A+\overline{A}=\Omega$	$A\overline{A}=\varnothing$
摩根律	$\overline{A+B}=\overline{A}\cdot\overline{B}$	$\overline{AB}=\overline{A}+\overline{B}$

案例 1.7 某球迷连续三次购买足球彩票，每次一张，用 A，B，C 分别表示第一、二、三次所买的彩票中奖的事件. 试用 A，B，C 及其运算表示下列事件：

(1) 第三次未中奖；

(2) 第一次、第二次中奖，第三次未中奖；

(3) 至少有一次中奖；

(4) 恰有一次中奖；

(5) 至多中奖两次；

(6) 三次都不中奖.

解 (1) $\overline{C}$； (2) $AB\overline{C}$；

(3) $A+B+C$； (4) $A\overline{B}\,\overline{C}+\overline{A}B\overline{C}+\overline{A}\,\overline{B}C$；

(5) $\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}$； (6) $\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$或$\overline{A+B+C}$.

案例 1.8 从一批产品中每次取出一个产品进行检验，连续地抽取三次，事件 A_i 表示第 i 次取到合格品($i=1,2,3$). 试用事件的运算符号表示下列事件：三次都取到合格品；至少有一次取到合格品；恰有两次取到合格品；最多有一次取到合格品.

解 三次都取到合格品：$A_1A_2A_3$；

至少有一次取到合格品：$A_1+A_2+A_3$；

恰有两次取到合格品：$A_1A_2\overline{A}_3+A_1\overline{A}_2A_3+\overline{A}_1A_2A_3$；

最多有一次取到合格品：$\overline{A}_1\overline{A}_2+\overline{A}_1\overline{A}_3+\overline{A}_2\overline{A}_3$.

§1.2 随机事件的概率

1.2.1 概率的定义

日常生活中，经常会听到如下陈述：

1. 产品的合格率为 98%；
2. 明天某股票价格上升的可能性不大；
3. 有 50% 的胜率中标.

以上陈述的每一条都是关于某个随机事件发生的可能性的陈述. 用概率来表示随机事件发生的可能性的大小.

定义 1.4(概率的描述定义) 随机事件 A 发生的可能性称为随机事件 A 发生的概率(Pr obability), 记为 $P(A)$.

如何计算随机事件的概率呢? 观察下面的案例.

案例 1.9 从 10 只不同的股票中随机抽取一只进行分析, 显然, 每一只股票都可能被抽到, 即有 10 个基本事件, 而且抽到每一只股票的机会均等, 故每只股票抽到的可能性都是$\frac{1}{10}$.

此类试验有以下特点:

1. 每次试验有有限个基本事件, 即样本空间由有限多个样本点构成(有限性);
2. 每次试验, 每个基本事件出现的可能性相同(等可能性).

称具有这两个特征的试验的概率问题为**古典概型**. 可用如下公式计算:

$$P(A)=\frac{A\text{ 中包含的基本事件数}}{\text{基本事件总数}}=\frac{n_A}{n}. \tag{1.2.1}$$

案例 1.10 一批产品共 200 个, 其中有 6 个废品. 求: (1) 这批产品的废品率(即任取 1 个产品是废品的概率); (2) 任取 3 个恰有 1 个废品的概率; (3) 任取 3 个全不是废品的概率.

解 设 $P(A),P(A_1),P(A_0)$分别表示(1), (2), (3)中所求的概率, 根据公式(1.2.1),

$$P(A)=\frac{6}{200}=0.03,$$

$$P(A_1)=\frac{C_6^1C_{194}^2}{C_{200}^3}\approx 0.085\,5,$$

$$P(A_0)=\frac{C_{194}^3}{C_{200}^3}=0.912\,2.$$

1.2.2 概率的性质

由概率的古典概型定义知, 概率有如下基本性质:

(1) 任何事件 A 的概率都介于 0 和 1 之间, 即 $0\leqslant P(A)\leqslant 1$;

(2) 必然事件的概率等于 1, 即 $P(\Omega)=1$;

(3) 不可能事件的概率等于 0, 即 $P(\varnothing)=0$.

阅读文章

《偶然中的必然》

从表面上看, 随机现象的每一次观察结果都是偶然的, 但多次观察某个随机现象, 可以发