小学图书馆百科文库

XIAO XUE TU SHU GUAN BAI KE WEN KU

B·K·W·K

数与运算

中国大百科全书出版社

数与运算

兰保玲　编著

中国大百科全书出版社
北　京

图书在版编目（C I P）数据

数与运算/兰保玲编著．—北京：中国大百科全书出版社，1996.8
（小学图书馆百科文库）
ISBN 7-5000-5703-2

Ⅰ．数…　Ⅱ．兰…　Ⅲ．①数，初等数学-基本知识②算术运算-基本知识　Ⅳ．O12

中国版本图书馆 CIP 数据核字（96）第 07658 号

中国大百科全书出版社出版发行
（北京阜成门北大街 17 号　邮编 100037）
山东滨州新华印刷厂印装　各地新华书店经销
开本 850×1168　1/32　印张 4.375　字数 97 千字
1996 年 8 月第 1 版　1997 年 10 月第 3 次印刷
印数 20001～30000
定　价：4.80 元

序

“百年大计，教育为本。”发展教育事业是国家兴盛、民族富强的必由之路。在社会主义现代化建设的过程中，人们越来越清醒地认识到：科技的发展，经济的振兴，乃至整个社会的进步，从根本上说，取决于劳动者素质的提高和大批人才的涌现，一句话，取决于教育。为此，党和国家适时地制定了“科教兴国”的宏伟战略，要求大力发展教育事业。作为这一战略的重要内容，党和国家历来重视基础教育，强调发展教育事业必须从基础抓起，从小学抓起，要求努力改善办学条件，提高师生的科学文化素质。正是在这样的背景下，国家教委提出在全国各地小学建立具有一定藏书数量的小型图书馆。目前，这一要求正在逐步落实，一批适合小学特点、具有一定藏书量的小学图书馆已陆续建立。它对于提高小学教学水平，拓展师生知识视野，营造校园文化氛围，无疑会起到重要作用。

出版大批高质量的图书，为实现“科教兴国”宏伟战略目标服务，为提高广大读者科学文化素质服务，这

是出版工作者义不容辞的责任。多年来，我国出版界在保质保量出版各级各类学校教材的同时，还出版了大量教学辅导读物和学生课外读物，为教育事业的发展提供了强有力的智力支持，给广大师生输送了丰富多采的精神食粮。但在已有的读物中，能够适应小学特点，全面、系统、准确、深入浅出地介绍百科知识的大型丛书，还不多见，这不能不说是一个遗憾。中国大百科全书出版社自建社以来，一直致力于《中国大百科全书》(74卷)的出版，围绕这一工程，用中国大百科全书出版社、知识出版社的名义，出版了多种类型的知识性读物。充分利用百科全书的丰富资源，运用编辑出版百科全书的丰富经验，直接为广大小学师生提供一套百科类知识丛书，是出版社全体同志多年的心愿。为此，我们在国家教委领导同志的支持下，从1992年起，组织首都教育界、科技界近百名专家学者，着手编纂这套《小学图书馆百科文库》。经过4年的努力，这套文库终于与读者见面了。

这套文库可供充实各地小学图书馆之用，但其作用更在于，通过这种途径配合小学教学活动，促进小学教学质量的提高，同时为广大师生提供一种拓展知识视野的课外读物。为了达到这一目的，在文库编纂过程中，编辑和作者进行了认真研究和精心策划。在读者对象的定位上，确定为小学教师、小学高年级学生和学生家长，将知识层次控制在小学及中学水平读者可以理解的范围内。在各科内容的选择上，力求作为课本知识的补充和

延伸。为此，编写过程中参考了小学教学大纲、教材、教学参考书，以使其内容覆盖小学教材中出现的所有知识主题，能够解答学生提出的各种问题。同时，该丛书内容的列选还参考了《中国大百科全书》有关各卷的知识，将小学课本知识加以系统地拓宽和延伸。在编排体例上，采用百科条目或短文的形式，按知识体系顺序编排，以满足读者系统掌握知识的需要，既便于阅读，也便于检索。在表达方法上，该丛书尽量采纳普及读物的写法，适当穿插一些轶闻掌故，以求深入浅出，引人入胜。

作为一套百科类知识丛书，文库在知识的介绍上，还体现了以下几个特点：一是“全”。文库包含思想品德、语文、数学、自然、社会、历史、地理、科技、英语、音乐、美术、体育、实验活动等方面的内容，具有完整的结构，大致体现了学科的知识系统。每个词条的内容，也力求尽量完整，讲清知识主题的来龙去脉。二是“准”。文库以《中国大百科全书》为主要参考书，发扬编辑百科全书的严谨细致的工作作风，在保证准确性的前提下，深入浅出地讲清知识主题，所介绍的知识比一般少儿读物更为准确。三是“新”。文库注意介绍现代科技发展的最新成就和最新知识，其中以新科技内容为主题的就有能源、微电子、电子计算机等。对老的学科，也注意补充新的内容。

这样一套大型小学百科文库的问世，无论在出版界，还是在教育界，都是一件新事。我们希望这套文库能对

提高小学教学水平，增强师生科学文化素质起到积极作用，同时，也期待着广大师生的批评建议。作为一项重点出版项目，我们将根据大家的意见对文库不断进行修订再版，使其成为广大师生得心应手的一部系列工具书。

1996 年 6 月

目　　录

自 然 数

人们在数物体的时候，用来表示物体个数的 1，2，3，4，5，……叫做自然数。人类对自然数的认识过程，经历了极为漫长的历史。

在远古时代，原始人过着穴居野处的生活。为了生存，就要和大自然斗争。对原始人来说，“有”和“无”猎物、果实是他们最关心的问题。“有”就可以把食物分给大家饱餐一顿，“无”只好饿肚子。因此，人类很早就有了“有”与“无”的概念。

原始人在分配猎物时，部落的酋长常常会命令他们逐个地走到猎物堆前，取走一只猎物。他们会发现有时候猎物先被取空了，这说明猎物“少”了，人“多”了。如果每人取走一只后，猎物恰好被取完，这说明猎物和人“一样多”。人们经过许多类似的实践，渐渐有了“多”、“少”、“一样多”的概念。为了区分不同的多，人们经常用一些办法记数。在使用文字之前，许多民族是用一条绳子打成各式各样的结扣来记数的：事情大就打一个大结扣，事情小就打一个小结扣，结扣的多少就表示数量的多少。后来逐渐有了代替实物的符号，即用刀刻道道来代替实物小结扣。这是数产生的萌芽。在我国河南曾发掘出刻有文字的龟甲和牛的肩胛骨，许多甲骨上刻有如图 1 所示的符号。据科学家分析，这些刻有文字的甲骨出自公元前 14 世纪的商朝时代。它是

我国现知的文字记数的最早的历史资料。

图 1

几乎每个民族都有过自己的记数符号。早在 4、5 千年前的巴比伦人，曾用有棱角的木片在泥板上压出各种有棱角的符号记数，叫作楔形文字。如图 2。

图 2

这就是巴比伦时代的记数文字。

古埃及人把象形字雕刻在石器或木器上。见图 3。用以表示 1，10，100，1000，10000，100000，1000000。

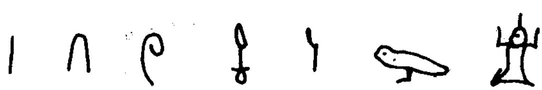

图 3

随着语言、文化的不断发展变化，经历了漫长岁月，出现了今天所使用的数字符号。像 1，2，3，4，5……这样的数，叫自然数。自然数的单位是 1。最小的自然数是 1，没有最大的自然数。自然数是现实世界中得出的第一个“数的系统”。自然数是整数的一部分，它是正整数。

自然数用来表示数量多少的数叫做基数。例如：5 个人的“5”，3 张桌子的“3”都是表示事物个数的数，是基数。

用来表示事物次序的自然数叫做序数。例如：第 4 届亚运会的第“4”，门牌 9 号的“9”都是表示事物次序的数，是序数。

1889年意大利数学家皮亚诺（Giuseppe Peano 1858～1932）首先用公理的形式来定义自然数，刻画了自然数的基本属性。由于公理最初是皮亚诺提出的，所以也叫皮亚诺公理。它包括以“1”、“后继数”、“自然数”三者为不定义概念的五条公理：①1是自然数；②任一自然数有唯一自然数为其后继数；③没有两个相异自然数有同一后继数；④1不是任何自然数的后继数；⑤如果1具有性质P，且任何具有性质P的自然数的后继数也具有性质P，则一切自然数具有性质P。其中⑤是数学归纳法的原理。自然数的后继数以在该数的右上角加“′”表示。例如$2'=3$。一般地，自然数n的后继数记作n'。

自然数的大小比较，有以下的基本顺序律：

①. 次序的全序性对于任意两个自然数a、b，总存在、且只存在$a>b$，$a=b$，$a<b$这三种关系之一。

②. 相等的自反性　对于任意自然数a，$a=a$。

③. 相等的对称性　如果$a=b$，则$b=a$。

④. 相等的传递性　如果$a=b$，$b=c$，则$a=c$。

⑤. 不等的反对称性　如果$a>b$，则$b<a$；如果$a<b$则$b>a$。

⑥. 不等的传递性　如果$a>b$，$b>c$，则$a>c$；如果$a<b$，$b<c$则$a<c$。

阿拉伯数字

0，1，2，3，4，5，6，7，8，9称为阿拉伯数字。可是阿拉伯数字并不是阿拉伯人创造的，而是印度人创造的。

早在1000多年以前，印度人采用10进位制并用一种特殊的数字来表示数，这些数字总共10个，而且非常简单，每个均可一笔连书（图4）：

图 4

随着印度的天文学、数学书藉被译成阿拉伯文，印度数字开始传播。阿位伯的数学家花拉子米（Muhammad ibn Mūsāal-Khwārizmī 约 780～850）领会了印度数字的技巧，写了一些著作，介绍了印度数字的使用方法，后来他的著作被译成拉丁文，慢慢传到了欧洲。

另一方面，西方的商人到东方经商的不断增多。有一位意大利的数学家，名叫斐波那契（Leonardo Fibonacci 约 1170～约 1240），他早年随父经商，遍游北非、埃及、希腊等地。他于 1202 年著成《算盘书》，向欧洲介绍了“印度数字”及“十进位记数法”的优越性（当时的欧洲人仍然用原始的罗马数字）。

到了 14 世纪，欧洲通用的数字已经变成和现在的数字差不多了（图 5）：

图 5

由于阿拉伯数字比中国数字、罗马数字等都简单易学。因此，它被广泛传播和普遍采用，到今天通行于全世界。

罗马数字

罗马数字是罗马人创造的记数符号。13 世纪以前，欧洲各国盛行罗马数字。它有 7 个数字。

Ⅰ(表示 1)　Ⅴ(表示 5)　Ⅹ(表示 10)　L(表示 50)

C(表示 100)　D(表示 500)　M(表示 1000)

这 7 个基本数字在位置上不论怎样变化，它代表的数字是不变的。

用这 7 个数字表示数时，如果数字的排列是相同的数字连写或者大的在左，小的在右，所表示的数就等于各个数字所表示的数相加之和，如果数字的排列是小的在左，大的在右，所表示的数就等于从较大数字表示的数减去较小数字表示的数。例如

Ⅱ = 2，Ⅲ = 3，Ⅳ = 4，Ⅵ = 6，Ⅶ = 7，Ⅷ = 8，Ⅸ = 9

XL = 40　XC = 90　CX = 110　DC = 600　MC = 1100

在数字上面划一横线或在数字的右下角写一个字母 m，就表示这个数字增值 1000 倍。例如：15000 记作 $\overline{XV}$ 或 XV_m，按照这种记数法记较大的数十分冗长。例如：

3888 记作 MMMDCCCLXXXVIII.

罗马数字没有“0”。

大约在公元 6 世纪前后，“0”已经从东方传到罗马。由于当时的罗马教皇非常保守，认为用罗马数字可以记任何数。把“0”说成是“异端邪说”，并下令禁止使用“0”。

有一位罗马学者因在手册中记载了关于“0”的介绍、“0”的用法及“0”在记数、运算等方面的优越性，被投进监狱，还受到酷刑。但是封建神权的阻止和镇压并没有挡住“0”的传播，人们还是秘密地使用“0”，“0”终于胜利地通行于全世界。

零

“0”不是从计数中得来的自然数。从历史上看，0 作为一个独立的数被引进数的系统中来，是比较晚的。

“0”的发现与十进位的记数法有着密切的关系。因为位值制记数法必须用一种方法表示哪一位是空位。否则五十三和五百零三，都用“53”来记就混淆了。关于这一点最早为中国发现。公

元前 4 世纪的战国时代，就已采用在筹算盘上留下空位来解决这个问题。由于算筹记数不同位的数码要纵横相间布局，两个数字之间有没有空位是很容易辨别的。例如 503 被表示成ⅢⅡ　Ⅲ。

空位的方法出现虽然很早，但用圆圈“0”表示零号却难以产生。据考证，被发现的最早的载有零号的文字，是在公元 7 世纪柬埔寨和苏门答腊的碑文上。那里用“·”和“○”表示零。用“·”表示零在印度使用是较早的。至于用“○”表示零，一些史学家考虑到东南亚各国的文化曾受到中、印两国很大影响，所以他们倾向于这个记号是疆土相连、文化互通的中印两国共同创造。

“0”这个简单的符号比位值制记数法晚 1000 年之久。但当有了这个符号，十进位位值制便迅速传播开。

“零”是在数学中占有重要位置的数。注意零不是自然数。零在记数中表示空位。零还表示没有。例如：方军同学原有 3 个苹果，吃掉 3 个，还剩几个？$3-3=0$。方军没有苹果了。此时用零（“0”）表示没有。但零（“0”）并不总是表示“无”。例如，冬季的某日，气温是 0℃，能不能说气温是没有温度呢？答案是否定的。这里的 0 表示零上和零下温度的一个数量界限，它表示了在摄氏温标中冰点这个确定的量。

0 在运算中作用也是很大的。在四则运算中：

$0+a=a$　　　$a-a=0$

$a+0=a$　　　$a\times 0=0$

$0+0=0$　　　$0\times a=0$

$a-0=a$　　　$0\div a=0$（$a\neq 0$，即 0 不能做除数）

除此之外，0 还扮演着其他重要角色。例如：工人师傅加工零件，要求精确到 15 毫米或精确到 15.0 毫米是不同的。前者精确到毫米，即在 14.5 到 15.5 毫米之间。后者精确到 0.1 毫米，

即在 14.95 到 15.05 毫米之间，后者的加工精度要求较高。又如：在电子计算机内的数是用二进制表示的，它只用 0 和 1 这两个数字表示任意数。

十进位制

自然数不但要有名字，而且还要有记号。由于自然数有无限多个，如果每一个自然数都给一个独立标记是不可能的。为了寻求表达自然数的方法，在产生记数符号的过程中，逐渐形成了十进位制及其他不同的进位制度。

我们经常会看到一些学龄前儿童，借助于 10 个手指数数，这实际上是用手指对应数的方法，表示被数物与手指个数一样多。这种用 10 个手指对应数的方法在中国古时，通过酒宴上的划拳行令，就广为人知。

如果一堆东西，有手指那么多，便构成一个计数单位“十”，如果这样的堆数又有十个手指那么多，就构成另一个计数单位“百”。依此类推。这就是我们现在通用的十进位制的起源。在数学发展史上，计数单位是多种多样的。有些民族手、脚指共用，采用的是二十进位制。电子线路中只有“通”和“断”这两种可能，因此电子计算机的计数采用的是二进位制。还有五进位制，六十进位制等等。随着时代的发展，计数法基本上趋近于十进位制。

在十进位制中，每个数字代表的数不仅取决于数字本身，还取决于它在记数中的位置。即 0，1，2，3，4，5，6，7，8，9 在不同的数位上，代表的数值是不同的。由此可见，十进位制的特点：一是逢十进一，即相邻两个单位间的进率是十；二是使用 0，1，2，3，4，5，6，7，8，9 这 10 个数字。用这 10 个数字与位置值相结合，就可以写出一切自然数。阿拉伯数字之所以能

够通行于全世界，十进位制记数法是一个重要的原因。

二进位制

依据“逢二进一”的法则，使用 0、1 两个数字记数，叫做二进位制记数。

二进位制被广泛应用于电子计算机中，这是由于二进位制数在电器元件中容易实现，容易运算。因为二进位制中只有两个数字，即 0 和 1，而电学中具有两种稳定状态以代表 0 和 1 的东西是很多的，如电灯的亮和灭，电压的高和低等。

二进位制数的运算公式很简单

$0+0=0,\qquad 0\times 0=0$

$0+1=1,\qquad 0\times 1=0$

$1+0=1,\qquad 1\times 0=0$

$1+1=10,\qquad 1\times 1=1$

即加法四条，乘法四条。

由于人们习惯于十进制，因此常常要进行十进位制和二进位制的转换。一个十进制整数要化为二进制整数只需将它一次又一次地被 2 除得到的余数（从最后一次的余数读起）就是用二进制表示的数。

例如：

$$\begin{array}{r|l l}
2 & 11 & (1 \\ \hline
2 & 5 & (1 \\ \hline
2 & 2 & (0 \\ \hline
2 & 1 & (1 \\ \hline
 & 0 &
\end{array}$$

得到 $(11)_{10}=(1011)_2$。

括弧外的注脚 10 或 2 分别表示括弧中的数是十进制数或二进制数。