与人教版最新全日制普通高级中学教科书同步

总主编/蔡上鹤

特别合作 sina新浪网 中学生学习报

Magic

魔力！高效！经典！权威！

魔法数学

Magic Math

魔法数学 MAGIC MATH

高一上

同步学与练

丛书主编/严文科 刘燕

- 最全面、最创新的素质教育
- 最科学、最优化的学习流程
- 最新颖、最独到的情境设置

请认准此防伪标识

百所名校联盟·缔造世纪精品工程

魔法大奖等你拿 Magic

著名节目主持人、魔法教辅品牌代言人 何炅

长征出版社
CHANGZHENG PRESS

与人教版最新全日制普通高级中学教科书同步

总主编/蔡上鹤

Magic

魔力！高效！经典！权威！

MAGIC MATH
魔法数学

魔法数学

Magic Math

高一上

同步学与练

丛书主编/严文科　刘　燕

本册主编/何锡冰

编　　委/邱维国　王作文

陈　杰　张秀鹤

长征出版社

CHANGZHENG PRESS

图书在版编目（CIP）数据

魔法数学同步学与练．高一/何锡冰主编．—北京：长征出版社，2004
学生用书
ISBN 7-80015-994-9

Ⅰ．魔…　Ⅱ．何…　Ⅲ．数学课—高中—教学参考资料　Ⅳ．G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2004）第 036426 号

魔法数学同步学与练高一上

主创设计 / 魔法教育发展研究中心
电　　话 / 010—80602977
网　　址 / http：//www.magic 365.com.cn

出　　版 / 长征出版社
（北京市西城区阜外大街 34 号　邮编：100832）
行销企划 / 北京九恒世纪文化有限公司
（服务热线：010—80602977）
经　　销 / 全国新华书店
印　　刷 / 三河市三佳印刷装订有限公司
开　　本 / 880×1230　1/16
字　　数 / 7600 千字
印　　张 / 238 印张
版　　次 / 2004 年 6 月第 1 版
印　　次 / 2004 年 6 月第 1 次印刷
书　　号 / ISBN 7-80015-994-9/G・302
全套定价 / 288.00 元

前 言

Preface

本丛书是在张定远、蔡上鹤、薄冰、张同恂、程耀尧、刘真、杨启楠、臧嵘、刘淑梅等中学教育界权威、教材专家的悉心指导下，在清华附中、北大附中、北京四中、黄冈中学、华东师大附中等国内百余所重点中学的鼎力协助下，吸收了国内教育领域最新的科研成果，结合《新课程标准》下新的学习理念，依据人民教育出版社最新教材编写而成。

本书立足课堂教学，大力推广学案式教学理论，在对课堂教学内容进行全面设计和规划的同时，突出学生在课堂上的主体地位，通过预习导引、知能互动、探究学习等过程，充分调动学生的学习热情，真正发挥和张扬学生学习的自主性、独立性、能动性和创造性，从更深的层次开发学生的潜能，帮助学生轻松、快乐、高效地学习。

本书尤其注重对训练题和测试题的选编和设置：对本节知识点的学习和考查全面、完整；对训练题的选编由浅入深、由易到难，层次分明；充分结合与社会生活密切相关的国际、国内热点问题及科技、教育、卫生等领域的前沿问题编写、设置训练题。

本书具有以下几方面的特点：

互动性 本书在自主、合作、探究的学习理念指导下，每个栏目都力求体现学生的自主性、参与性和互动性，尤其注重对每一章节的关键信息进行筛选，然后设置趣味性、诱导性的问题，让学生在参与的过程中轻松、快乐、高效地掌握知识。

实用性 内容与教材重难点紧密结合，既有学习规律总结，又有学习方法点拨，还有解题技巧探究；每节课都精心选编了达标训练题，低台阶切入，螺旋式拔高，体现了循序渐进的原则，符合学生的认知规律，有很强的实用性。

超前性 本书突出新课标要求，强调学生主体探究、主动学习、快乐学习的"魔法"思路，充分挖掘学生的思维潜能，培养和提高学生的创新能力，以适应新形势下的高考要求，具有明显的超前性。

本书设置了【预习导引】【知能互动】【疑难解析】【探究学习】【高考链接】【达标训练】等栏目。

【预习导引】 创设课前问题，既与学习内容相关又和生产生活实践密切联系，充满探索性、应用性、趣味性，供学生在预习的基础上回答。

前 言

Preface

【知能互动】将核心知识问题化，把重要的概念、规律和方法设计成空或表格，由学生在预习教材的基础上动脑、动手独立完成，变被动记忆为主动参与整合，促进学生对知识体系的宏观把握。

【疑难解析】有针对性地对教材中的重点、难点、疑点进行详细解析，帮助学生释疑解难。

【探究学习】紧扣教材重点难点，选择具有代表性、典型性的经典例题进行解析和探究，不仅注重知识应用，而且突出思维方法的传授和解题技巧的展示，真正体现教师的引导作用。在基本的解析后，又深入分析易错结果和原因，并进行类推训练和思维拓展，让学生领悟正确的解题思路，引导学生"学而且思"。

【高考链接】精心选择近几年的典型高考试题进行剖析、探究，让学生提前触摸高考，从中感受高考的命题趋势、命题立意和难易程度，避免猜题押宝式的题海战术，为素质备考奠定基础。

【达标训练】以基础题、中档题为主，力求覆盖每一章节的全部知识点。习题编排上有明显的梯度变化，能适应学生的认知水平；内容选择上注重创新，鼓励学生在解题过程中进行知识的重组和能力的迁移，体现能力立意的高考新要求。

本书在编辑过程中特别强调降低差错率、消灭错别字，编辑及作者们也在这方面做了非常大的努力，但由于时间仓促，难免会有不足之处，恳请各位老师及同学批评指正。

编 者

2004年6月

目 录

Contents

目 录

Contents

第一章 集合与简易逻辑

1.1 集 合

预习导引

1. 我们在初中接触过的"正数的集合"、"负数的集合"如：$2x-1>3\Rightarrow x>2$，所有大于 2 的实数组成的集合称为这个不等式的解集.

如：几何中，圆是到定点的距离等于定长的点的集合.

如：自然数的集合 0，1，2，3，……

如：高一(5)全体同学组成的集合.

请想一想，集合这个概念该如何描述呢？

2. 集合概念中"某些指定的对象"的含义你认为该如何理解？

知能互动

1. $2x-3>1$ 的解能否组成一个集合

2. 圆是到定点的距离等于定长的点的

3. 我校的足球运动员可以组成一个________集合中的每个对象叫做这个集合的

4. 全体整数组成的集合通常简称为________记作________.

5. 集合中的元素必须是________，又是________. 集合的表示方法常用的有________和________.

6. 不含任何元素的集合叫做________记作________.

7. 全体整数的集合通常简称________记作________.

8. 全体有理数的集合通常简称________记作________.

9. 全体实数组成的集合通常简称________记作________.

10. 一般的，含有有限个元素的集合叫做________；含有无限个元素的集合叫做________.

11. 集合$\{(x,y)\mid y=x^2+1\}$与集合$\{y\mid y=x^2+1\}$是同一个集合吗？

12. 方程$(x-1)(x^2-3x+2)(x-2)=0$的解集是　（　）

A. $\{1,1,2\}$　B. $\{1,1,2,2\}$

C. $\{(1,2)\}$　D. $\{1,2\}$

13. 方程组$\begin{cases}x+y=1,\\x^2-y^2=9\end{cases}$的解$(x,y)$的集合是　（　）

A. $(5,4)$　B. $\{5,-4\}$

C. $\{(-5,4)\}$　D. $\{(5,-4)\}$

14. 下列各种对象的全体：

(1)不超过 π 的正有理数；

(2)高三(3)班个子高的学生；

(3)算术平方根等于自身的数；

(4)水泊梁山的 108 将

其中能组成集合的是　（　）

A. (1)(2)(3)　B. (1)(3)(4)

C. (2)(3)(4)　D. (1)(2)(4)

15. $A=\{x\mid x=y^2+1, y\in\mathbf{R}\}$，$B=\{y\mid y=x^2+1, x\in\mathbf{R}\}$，则集合 A 与 B 的关系是　（　）

A. $=$　B. $\neq$　C. $\in$　D. $\subseteq$

16. $A=\{(x,y)\mid y=x^2+1, y\in\mathbf{R}\}$，$B=\{y\mid y=x^2+1, \in\mathbf{R}\}$，则集合 A 与 B 的关系是　（　）

A. $=$　B. $\neq$　C. $\in$　D. $\subseteq$

17. 已知集合 $A=\{(x,y)\mid y=x^2+1, y\in\mathbf{R}\}$，点 $D(1,2)$，则集合 A 与点 D 的关系是点 D(　　)集合 A

A. $=$　B. $\neq$　C. $\in$　D. $\subseteq$

18. 已知集合 $A=\{y\mid y\geqslant 1.5, y\in\mathbf{R}\}$，$a=\sqrt{2}$，则 a 与集合 A 的关系是 a(　　)A

A. $\notin$　B. $\not\subseteq$　C. $\in$　D. $\subseteq$

疑难解析

集合是集合论中原始的、不定义的概念. 教科书给出的"一般地，某些指定的对象集在一起就成为一个集合". 这句话，只是对集合概念描述性说明，不作为概念的定义. 集合中的对象必须是确定的，也就是说任何一个对象(即元素)是否属于集合是可以判定的，否则不能构成集合. 比如"好人""较大的数"，由于没有明确的判定标准，因此无法确定哪些对象是属于"好人"、"较大的数"，它们都不能成为集合，"我国的

老年人"就不能组成一个集合,因为组成它的对象是不确定的. 又如,给出集合{地球上的四大洋},它只有太平洋、大西洋、印度洋、北冰洋四个元素,其他对象都不是它的元素. 集合中的对象可以具有某些共同的特性,也可以毫无共性. 只要对象是确定的,即使毫无关系也可构成集合,比如"上海中学高一1班学生和三角形"这就是一个集合. 另外集合中的元素又是互异的,即集合中的元素彼此之间没有相同的,两个相同的对象在同一个集合中时只能算作这个集合的一个元素,集合与组成集合的元素的顺序无关. 如集合$\{1,2,3\}$与$\{3,2,1\}$是同一个集合.

确定性和互异性是集合中元素的两个重要特性,在理解集合概念时,要考虑集合中元素的这两个性质.

元素与集合的关系:如果a是集合A的元素,就说a属于集合A,记作$a\in A$;如果a不是集合A的元素,就说a不属于集合A,记作$a\notin A$.

空集的概念比较难理解. 空集是指不含任何元素的集合,记作$\varnothing$. 注意"$\varnothing$"并不是希腊字母"φ",$\varnothing$应读作"空集". $\{0\}$与$\varnothing$不同,$\{0\}$表示含有一个元素"0"的集合,$\varnothing$是不含任何元素的集合. $\varnothing$与$\{\varnothing\}$也不相同,$\{\varnothing\}$表示含有一个元素"$\varnothing$"的集合,它是一个以集合为元素的高一级集合. 任何元素都不属于空集,即任意元素a都有$a\notin\varnothing$. 空集是个特殊的集合,除了它本身的实际意义外,在研究集合、集合的运算时,必须予以单独考虑.

关于自然数集的分析

教科书中给出的常用数集的记法,是新的国家标准,与原教科书不尽相同,应该注意. 新的国家标准定义自然数集$\mathbf{N}$含元素0,这样做一方面是为了推行国际标准化组织(ISO)制定的国际标准,以便早日与之接轨,另一方面,0还是十进位数$\{0,1,2,\cdots,9\}$中最小的数. 还要注意几下几点:

(1)自然数集合与非负整数集合是相同的集合,也就是说自然数集包含0;

(2)自然数集内排除0的集,表示成$\mathbf{N}^*$或$\mathbf{N}_+$,其他数集如整数集$\mathbf{Z}$、有理数集$\mathbf{Q}$、实数集$\mathbf{R}$内排除0的集,也可类似表示$\mathbf{Z}^*$,$\mathbf{Q}^*$,$\mathbf{R}^*$.

关于教材的主要内容:

1. 常用数集及其表示方法:

(1)非负整数集(自然数集):全体非负整数的集合. 记作$\mathbf{N}$,

(2)正整数集:非负整数集内排除0的集. 记作$\mathbf{N}^*$或$\mathbf{N}$;

(3)整数集:全体整数的集合. 记作$\mathbf{Z}$;

(4)有理数集:全体有理数的集合,记作$\mathbf{Q}$;

(5)实数集:全体实数的集合,记作$\mathbf{R}$.

2. 注意:(1)自然数集与非负整数集是相同的,也就是说,自然数集包括数0;

(2)非负整数集内排除0的集. 记作$\mathbf{N}^*$或$\mathbf{N}_+$. $\mathbf{Q}$、$\mathbf{Z}$、$\mathbf{R}$等其他数集内排除0的集,也是这样表示,例如,整数集内排除0的集,表示成$\mathbf{Z}^*$.

3. 元素对于集合的隶属关系:

(1)属于:如果a是集合A的元素,就说a属于A,记作$a\in A$;

(2)不属于:如果a不是集合A的元素,就说a不属于A,记作$a\notin A$.

4. 集合中元素的特性:

(1)确定性:按照明确的判断标准给定一个元素或者在这个集合里,或者不在,不能模棱两可;

(2)互异性:集合中的元素没有重复;

(3)无序性:集合中的元素没有一定的顺序(通常用正常的顺序写出).

注:①集合通常用大写的拉丁字母表示,如A、B、C、P、Q……元素通常用小写的拉丁字母表示,如a、b、c、p、q……

②"$\in$"的开口方向,不能把$a\in A$颠倒过来写.

5. 集合的表示方法:

(1)列举法:把集合中的元素一一列举出来,写在大括号内表示集合的方法.

例如,由方程$x^2-1=0$的所有解组成的集合,可以表示为$\{-1,1\}$.

注:有些集合亦可如下表示:从51到100的所有整数组成的集合:$\{51,52,53,\cdots,100\}$所有正奇数组成的集合:$\{1,3,5,7,\cdots\cdots\}$.

a与$\{a\}$不同:a表示一个元素,$\{a\}$表示一个集合,该集合只有一个元素.

(2)描述法:用确定的条件表示某些对象是否属于这个集合,并把这个条件写在大括号内表示集合的方法. 格式:$\{x\in A\mid P(x)\}$.

含义:在集合A中满足条件$P(x)$的x的集合.

例如,不等式$x-3>2$的解集可以表示为:$\{x\in\mathbf{R}\mid x-3>2\}$或$\{x\mid x-3>2\}$,所有直角三角形的集合可以表示为:$\{x\mid x$是直角三角形$\}$

注:在不致混淆的情况下,可以省去竖线及左边部分. 如:{直角三角形};{大于10^4的实数},错误表示法:{实数集};{全体实数}.

6. 文氏图:用一条封闭的曲线的内部来表示一个集合的方法.

注:何时用列举法?何时用描述法?

(1)有些集合的公共属性不明显,难以概括,不便用描述法表示,只能用列举法.

如 集合$\{x^2,3x+2,5y^3-x,x^2+y^2\}$

(2)集合的元素不能无遗漏地一一列举出来,或者不便于、不需要一一列举出来,常用描述法

如:集合$\{(x,y)\mid y=x^2+1\}$;集合{1000以内的质数}.

7. 有限集与无限集.

(1)有限集:含有有限个元素的集合;

(2)无限集:含有无限个元素的集合;

(3)空集:不含任何元素的集合. 记作$\varnothing$,

如:$\{x\in\mathbf{R}\mid x^2+1=0\}$.

探究学习

例1 "我国的小河流"不能组成一个集合,你能用集合的知识解释吗?

考查集合中元素的确定性.

集合中的元素必须是确定的.

解答： "我国的小河流"不能组成一个集合. 因为集合中的元素必须是确定的，而在我国的河流中到底多大才算小河流并无具体的标准.

> **探究** 集合中的元素具有确定性和无序性. 这就是说给定一个集合，任何一个对象是不是这个集合的元素也就确定了. 例如，给出集合{中国古代四大发明}，集合中只有指南针、印刷术、火药、造纸术四个元素，其他对象都不是它的元素. 而"我国的小河流"就不能组成一个集合，因为组成它的对象是不确定的.

例 2 若数集 A 满足：若 $a\in A, a\neq 1$，则 $\frac{1}{1-a}\in A$，求证：(1)若 $2\in A$，则 A 中另有两个元素；(2)集合 A 不可能是单元素集；(3)$a\in A$ 且 $a\neq 0$，则 $1-\frac{1}{a}\in A$.

命题意图 考查集合的定义，元素与集合的关系.

分析 根据条件若 $a\in A, a\neq 1$，则 $\frac{1}{1-a}\in A$，a 的条件是 $a\neq 1$，所以只需将 a 代入即可.

解答： (1)若 $2\in A$，则 $\frac{1}{1-2}\in A$，即 $-1\in A$；若 $-1\in A$，则 $\frac{1}{1-(-1)}\in A$，即 $\frac{1}{2}\in A$，所以 $2\in A$ 时，集合 A 中另有两个元素 -1 和 $\frac{1}{2}$.

(2)如果集合 A 是单元素集，则必有 $a=\frac{1}{1-a}$，变形为 $a^2-a+1=0$，方程无解. 所以集合 A 不可能是单元素集.

(3)∵ $a\in A$ 且 $a\neq 0$，则 $\frac{1}{1-a}\in A$，

∵ $\frac{1}{1-a}\in A$，则 $\frac{1}{1-\frac{1}{1-a}}\in A$，$\frac{1}{1-\frac{1}{1-a}}=\frac{1}{\frac{-a}{1-a}}=1-\frac{1}{a}$，

∴ $a\in A$，则 $1-\frac{1}{a}\in A$.

> **探究** 判断某元素是否在某集合中，就是判断这个元素是否满足该集合的条件. 如果满足，则元素在集合中，不满足，则这个元素不在该集合中.

高考链接

若不等式 $x+a>6$ 的解集为 $(-1,+\infty)$，则实数 a 的值为多少？

解答： 由不等式 $x+a>6$ 变形为 $x>6-a$，

∴ $6-a=-1$，即 $a=7$.

达标训练

第一课时

一、判断题

1. 空集可以表示成{0}或{∅}. (　　)
2. $\mathbf{N}=\{1,2,3,4,\cdots\cdots\}$. (　　)
3. 方程 $(x-1)^2(x-2)=0$ 解集为 $\{1,1,2\}$. (　　)
4. $\{(x,y)\mid x+y=0,\ x-y=0\}=\{(0,0)\}$. (　　)

二、选择题

5. 已知 $A=\{x\}$，下列各式中正确的是 (　　)

A. $x\notin A$　　B. $0\in A$
C. $x\in A$　　D. $x\neq 0$

6. 设 $A=\{0,a\}$，$B=\{x\mid x\in A\}$，则 A 与 B 的关系是 (　　)

A. $A\subsetneqq B$　　B. $A\subseteq B$
C. $A=B$　　D. $A\in B$

7. 下列集合表示空集的是 (　　)

A. $\{x\mid x=0\}$
B. $\{(x,y)\mid y^2=-x^2, x,y\in\mathbf{R}\}$
C. $\{x\in\mathbf{N}\mid 2x^2+3x-2=0\}$
D. $\{x\in\mathbf{R}\mid \sin x+\cos x=\sqrt{2}\}$

8. 由实数 $x, -x, |x|, \sqrt{x^2}, -\sqrt[3]{x^3}$ 组成的集合中最多含有元素(　　)个.

A. 2　　B. 3
C. 4　　D. 5

9. 设 $a,b\in\mathbf{Z}$，形如 $a+\sqrt{5}b$ 的数构成的集合记作 M，若 $x,y\in M$，则下列元素中不属于 M 的是 (　　)

A. $x+y$　　B. $x-y$
C. xy　　D. $\frac{x}{y}$

10. 已知集合 $A=\{x\in\mathbf{R}\mid ax^2-3x+2=0, a\in\mathbf{R}\}$，若 A 中元素至多有 1 个，则 a 的取值范围是 (　　)

A. $\{a\mid a=0，或 a\geqslant\frac{9}{8}\}$　　B. $\{a\mid a\geqslant\frac{9}{8}\}$
C. $\{a\mid a=0\}$　　D. $\{a\mid a=\frac{9}{8}，或 a=0\}$

三、填空题

11. 若 $\frac{1-t}{1+t}\in\{t\}$，则 $t=$________.

12. 集合 $A=\{x\mid ax^2+2x+1=0\}$ 中只有一个元素时，a 的取值集合是________.

第二课时

一、选择题

1. 下列六个关系式：①$\{a,b\}\in\{b,a\}$；②$\{a,b\}=\{b,a\}$；③$\{0\}=\varnothing$；④$0\in\{0\}$；⑤$\varnothing\in\{0\}$；⑥$\varnothing\notin\{0\}$，其中正确的个数为 (　　)

A. 2 个　　B. 5 个　　C. 4 个　　D. 1 个

2. 如果方程 $ax^2+2x+1=0$ 有负根，则 a 的取值集合是（　）

A. $\{a \mid 0<a\leqslant 1\}$

B. $\{a \mid a\leqslant 1\}$

C. $\{a \mid 0<a\leqslant 1,或\ a<0\}$

D. $\{a \mid 0\leqslant a\leqslant 1\}$

3. 集合 $P=\{x \mid x=2k,k\in \mathbf{Z}\}$，$Q=\{x \mid x=2k+1,k\in \mathbf{Z}\}$，$R=\{x \mid x=4k+1,k\in \mathbf{Z}\}$，$a\in P$，$b\in Q$，则有（　）

A. $a+b\in P$

B. $a+b\in Q$

C. $a+b\in R$

D. $a+b$ 不属于 P、Q、R 中任意一个

4. 下面的集合中，表示同一个集合的是（　）

A. $M=\{x|x^2+0.1=0\}$，$P=\{x|x^2=0\}$

B. $M=\{(x,y)|y=x^2+1\}$，$P=\{x|(x,y) \mid x=y^2+1\}$

C. $M=\{y|y=t^2+1\}$，$P=\{x|x=(t-1)^2+1\}$

D. $M=\{x=1,y=2\}$，$P=\{(1,2)\}$

5. 不等式 $ax^2+ax-4<0$ 的解集为 $\mathbf{R}$，则 a 的取值范围是（　）

A. $-16\leqslant a<0$　　B. $a>-16$

C. $-16<a\leqslant 0$　　D. $a<0$

6. 下列各对象可以组成集合的是（　）

A. 与 1 非常接近的全体实数

B. 某校 2002～2003 学年度第一学期全体高一学生

C. 高一年级视力比较好的同学

D. 与无理数 π 相差很小的全体实数

二、填空题

7. 已知集合 $A=\{a,b,2\}$，$B=\{2,b^2,2a\}$ 且 $A=B$，则 $a=$____.

8. 不等式 $x-1>-3$ 的解集________.

9. 已知集合 $A=\left\{x\in \mathbf{N} \middle| \dfrac{12}{6-x}\in \mathbf{N}\right\}$，用列举法表示集合 $A=$________.

10. 已知集合 $A=\{y \mid y=x^2,x<0\}$，$B=\{y \mid y=2^x,x\in \mathbf{R}\}$，则集合 A________集合 B.

三、解答题

11. 已知集合 $A=\{x\in \mathbf{R}|ax^2-3x+2=0,a\in \mathbf{R}\}$，

(1)若 A 是空集，求 a 的取值范围；

(2)若 A 中只有一个元素，求 a 的值，并把这个元素写出来；

(3)若 A 中至多只有一个元素，求 a 的取值范围.

12. 设 $A=\{x \mid x^2+(a+2)x+a+1=0,a\in \mathbf{R}\}$，求 A 中所有元素的和.

1.2　子集、全集、补集

预习导引

1. 你能用列举法表示集合：$A=\{6$ 的正约数$\}$，$B=\{10$ 的正约数$\}$，$C=\{6$ 或 10 的正公约数$\}$吗，集合 A、B、C 之间有什么关系？如何表示它们之间的关系？

2. 集合 S 是全班同学的集合，集合 A 是班上所有参加校运会的同学的集合，集合 B 是班上所有没有参加校运动会的同学的集合. 如何用图表示集合 B 与集合 A、S 之间的关系？

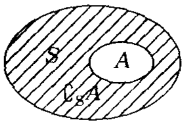

图 1－2－1

设 S 是一个图 1－2－1 集合，A 是 S 的一个子集（即 $A\subseteq S$），由 S 中所有不属于 A 的元素组成的集合，叫做 S 中的子集 A 在 S 中的补集（或余集）记作：$\complement_S A$；即 $\complement_S A=\{x|x\in S,且\ x\notin A\}$.

3. $A=\{1,2,3\}$，$B=\{1,2,3,4,5\}$，集合 A 是集合 B 的一部分，我们就说集合 B________集合 A，或集合 A________集合 B.

4. 一般地对于两个集合 A 与 B，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，我们就说集合 A 包含于集合 B 或集合 B 包含集合 A 记作________.

5. $A=\{x|x^2-1=0\}$，$B=\{-1,1\}$，集合 A 与集合 B 的元素是相同的，我们就说集合 A________集合 B.

6. 一般地对于两个集合 A 与 B，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，同时集合 B 的任何一个元素都是集合 A 的元素，我们就说集合 A 等于集合 B，记作________.

7. 写出 $\mathbf{N}$,$\mathbf{Z}$,$\mathbf{Q}$,$\mathbf{R}$ 的包含关系，并用文氏图 1－2－2 表示.

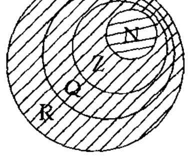

图 1－2－2

8. 图 1—2—3 中的阴影部分表示 A 在 S 中的补集 $\complement_S A$.

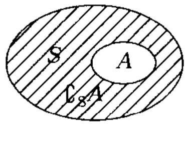

图 1—2—3

9. 已知集合 $S=\{1,2,3,4,5,6\}$,集合 $A=\{1,3,5\}$,那么 $\complement_S A$ 如何表示呢?

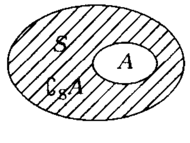

图 1—2—4

知能互动

1. 用适当的符号($\in$, $\notin$, $=$, $\supsetneqq$, $\subsetneqq$)填空:

(1)a ________ $\{a\}$;

(2)a ________ $\{a,b,c\}$;

(3)d ________ $\{a,b,c\}$;

(4)$\{a\}$ ________ $\{a,b,c\}$;

(5)$\{a,b\}$ ________ $\{b,a\}$;

(6)$\{3,5\}$ ________ $\{1,3,5,7\}$;

(7)$\{2,4,6,8\}$ ________ $\{2,8\}$;

(8)$\varnothing$ ________ $\{1,2,3\}$.

2. 对于两个集合 A 与 B 关系,用图形表示如图 1—2—5:

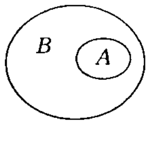

图 1—2—5

那么用集合符号表示可记作________.

3. 按照规定空集是任何集合的________.

4. 任何集合是它本身的________.

5. 对于集合 A、B,如果 $A\subseteq B$ 且 $B\subseteq A$,那么集合 A ________集合 B

6. a ________ $\{a,b,c,d\}$.

7. 如果全集 $A=\{1,2,3,6,4,5\}$,$B=\{1,2,3\}$,那么集合 B 的补集=________.

8. 如果全集 $U=\mathbf{R}$,那么 $\complement_U\mathbf{Q}$ 的补集 $\complement_U(\complement_U\mathbf{Q})=$ ________.

9. 集合 S、A 的关系如图 1—2—6 所示

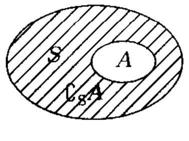

图 1—2—6

则集合 A 的补集=________.

10. 如果 $S=\{x\mid x$ 是小于 9 的正整数$\}$,$A=\{1,2,3\}$,$B=\{3,4,5,6\}$,那么 $\complement_S A=$ ________, $\complement_S B=$ ________.

$\complement_S B=\{1,2,7,8\}$.

11. (1)如果全集 $U=\mathbf{Z}$,那么 $\mathbf{N}$ 的补集 $\complement_{\mathbf{Z}}\mathbf{N}=$ ____;

12. 在下列各题中,指出关系式 $A\subseteq B$,$A\supseteq B$,$A\subsetneqq B$,$A\supsetneqq B$,$A=B$ 中哪些成立:

(1)$A=\{1,3,5,7\}$,$B=\{3,5,7\}$;

(2)$A=\{1,2,4,8\}$,$B=\{x\mid x$ 是 8 的正约数$\}$.

13. 判断下列各式是否正确,并说明理由:

(1)$2\subseteq\{x\mid x\leqslant 10\}$;

(2)$2\in\{x\mid x\leqslant 10\}$;

(3)$\{2\}\subsetneqq\{x\mid x\leqslant 10\}$;

(4)$\varnothing\in\{x\mid x\leqslant 10\}$;

(5)$\varnothing\not\subseteq\{x\mid x\leqslant 10\}$;

(6)$\varnothing\subsetneqq\{x\mid x\leqslant 10\}$;

(7)$\{4,5,6,7\}\not\subseteq\{2,3,5,7,11\}$;

(8)$\{4,5,6,7\}\not\supseteq\{2,3,5,7,11\}$.

14. 对于任意集合 A 与集合 B,总有

$A\cap A=$ ________, $A\cup A=$ ________,

$A\cup\varnothing=$ ________.

15. $A\cap\varnothing=$ ________. $A\cap B=$ ________. $A\cup B=$ ________.

16. $A\cup\overline{A}=$ ________, $A\cap\overline{A}=$ ________.

17. $\overline{A\cup B}$ ________ $\overline{A}\cap\overline{B}$, $\overline{A\cap B}$ ________ $\overline{A}\cup\overline{B}$.

18. 在图 1—2—7 中 A,B,C 表示集合,试用集合符号表示它们之间的包含关系.

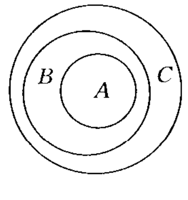

图 1—2—7

19. 用适当的方法表示下列集合,然后说出其是有限集还是无限集.

(1)由所有非负奇数组成的集合;

(2)由所有小于 20 的奇质数组成的集合;

(3)平面直角坐标系内第二象限的点组成的集合;

(4)方程 $x^2-x+1=0$ 的实根组成的集合;

(5)所有周长等于 10 cm 的三角形组成的集合.

20. (1)若 $S=\{1,2,3,4,5,6\}$,$A=\{1,3,5\}$,求 $\complement_S A$;

(2)若 $A=\{0\}$,求证:$\complement_{\mathbf{N}}A=\mathbf{N}^*$;(3)求证:$\complement_{\mathbf{R}}Q$ 是无理数集.

疑难解析

N Z Q R

1. 常用集合的字母表示:自然数集、整数集、有理数集、实数集、复数集分别用大写字母 $\mathbf{N}$,$\mathbf{Z}$,$\mathbf{Q}$,$\mathbf{R}$,$\mathbf{C}$ 表示. 有时一些材料上

还用$\mathbf{Q}^+$表示正有理数集,用$\mathbf{R}^-$表示负实数集等等.

2. 子集:一般地,对于两个集合A与B,如果集合A的任何一个元素都是集合B的元素,我们就说集合A包含于集合B,或集合B包含集合A.

记作:$A\subseteq B$或$B\supseteq A$,$A\subset B$或$B\supset A$读作:A包含于B或B包含A.

注意:

集合A的任何一个元素都是集合B的元素,要特别强调任意一个元素.

若任意$x\in A\Rightarrow x\in B$,则$A\subseteq B$.

即:如果x属于集合A,那么x就属于集合B.

当集合A不包含于集合B,或集合B不包含集合A时,则记作$A\not\subseteq B$或$B\not\supseteq A$.

注:$A\subseteq B$有两种可能:

(1)A是B的一部分;(2)A与B是同一集合.

3. 真子集:对于两个集合A与B,如果$A\subseteq B$,并且$A\neq B$,就说集合A是集合B的真子集,记作$A\subsetneqq B$(或$B\supsetneqq A$),空集是任何非空集合的真子集.

与旧定义比较:(旧定义)若集合B中至少有一个元素不属于集合B的子集A,则称集合A为集合B的真子集,记作$A\subsetneqq B$.

4. 集合相等:一般地,对于两个集合A与B,如果集合A的任何一个元素都是集合B的元素,同时集合B的任何一个元素都是集合A的元素,我们就说集合A等于集合B,记作$A=B$.或对于集合A,B,如果$A\subseteq B$,同时$B\subseteq A$,那么$A=B$.

5. 子集与真子集符号的方向. 如$A\subseteq B$与$B\supseteq A$同义;$A\subseteq B$与$A\supseteq B$不同.

6. 空集是任何集合的子集,$\varnothing\subseteq A$.

空集是任何非空集合的真子集,$\varnothing\subsetneqq A$. 若$A\neq\varnothing$,则$\varnothing\subsetneqq A$. 任何一个集合是它本身的子集,$A\subseteq A$.

7. 易混符号

(1)"$\in$"与"$\subseteq$":元素与集合之间是属于关系;集合与集合之间是包含关系. 如$1\in\mathbf{N}$,$-1\notin\mathbf{N}$,$\varnothing\subseteq\mathbf{R}$,$\{1\}\subseteq\{1,2,3\}$;

(2)$\{0\}$与$\varnothing$:$\{0\}$是含有一个元素0的集合,$\varnothing$是不含任何元素的集合. 如$\varnothing\subseteq\{0\}$. 不能写成$\varnothing=\{0\}$,$\varnothing\in\{0\}$.

8. 集合的子集个数:集合A有n个元素,集A的子集共有2^n个,真子集有2^n-1个,非空真子集有2^n-2个.

9. 全集:如果集体S含有所要研究各个集合的全部元素,这个集合就可以看作一个全集,全集通常用U表示.

10. 补集:一般地,设S中一个集合,A是S的一个子集(即$A\subseteq S$),由S中所有不属于A的元素组成的集合,叫做S中子集A的补集(或余集),记作$\complement_S A$,即$\complement_S A=\{x\mid x\in S$,且$x\notin A\}$.

与旧定义比较:

(旧定义)若所研究的集合都是某给定的集合的子集,这给定集合称全集,记作I. I中所有不属于集$A\subseteq I$的元素组成的集合,叫做集合A在集I中补集,记作$\complement_I A$,$\complement_I A=\{x\mid x\in I$,且$x\notin A\}$.

11. 运算的性质:

集合的包含关系有传递性:$A\subseteq B$,$B\subseteq C\Rightarrow A\subseteq C$;$A\subsetneqq B$,$B\subsetneqq C\Rightarrow A\subsetneqq C$.

如韦恩图1—2—8所示.

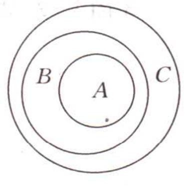

图1—2—8

对任意集合A与B,总有

$A\cap A=A\cup A=A\cup\varnothing=A$

$A\cap\varnothing=\varnothing$,$A\cap B=B\cap A$,$A\cup B=B\cup A$;

$A\cup\complement_U A=I$,$A\cap\complement_U A=\varnothing$.

交、并、补运算有德·摩根定律:

$\complement_U(A\cup B)=(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$;

$\complement_U(A\cap B)=(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$.

形如$2n(n\in\mathbf{Z})$的整数叫做偶数,形如$2n+1(n\in\mathbf{Z})$的整数叫做奇数,$\{$奇数$\}\cup\{$偶数$\}=\mathbf{Z}$,$\{$奇数$\}\cap\{$偶数$\}=\varnothing$.

若$I=\mathbf{R}$,则$\complement_{\mathbf{R}}A=\{$无理数$\}$称无理数集.

探究学习

例1　设全集$S=\{2,4,1-a\}$,$A=\{2,a^2-a+2\}$,若$\complement_S A=\{-1\}$,求实数a的值.

命题意图　考查补集、全集的有关概念,补集的表示方法,集合的性质中元素的互异性.

分析　由$\complement_S A=\{-1\}$知,集合S中有元素-1,集合A中有元素4,因此$a^2-a+2=4$.

解答:　$\because S=\{2,4,1-a\}$,$A=\{2,a^2-a+2\}$,

且$\complement_S A=\{-1\}$,

$\therefore a^2-a+2=4$,

解得:$a=2$或$a=-1$.

又因为根据集合中元素的互异性知,$a\neq-1$,所以$a=2$.

> **探究**　利用集合的性质解题时,必须充分利用集合的有关概念,集合中元素的三大基本性质.

例2　已知集合$A=\{1,2,x^2\}$,集合$B=\{x,1,y\}$,且$A=B$,则x,y的值分别为　　(　　)

A. 2;4或0;2　　B. 1;2

C. 2;4　　D. 0;2

命题意图　集合相等的概念,集合中元素的有关性质.

分析　根据集合相等的含义知,集合A与集合B的元素相同,再由集合的互异性可知x,y的取值限定.

解答:　由集合的互异性可知$x\neq1$,所以,当$x=2$时,$x^2=4$,集合$A=\{1,2,4\}$,则$y=4$. 当$x=x^2$时,得$x=0$或$x=1$,又因为$x\neq1$,所以$x=0$,集合$A=\{1,2,0\}$,则$y=2$.

答案:A

> **探究**　要明确集合相等的定义,集合的三个性质:确定性、互异性、无序性.

例3　分别写出集合$A=\{a_1,a_2\}$,$B=\{a_1,a_2,a_3\}$,$C=\{a_1,a_2,a_3,a_4\}$的子集,并观察一个集合的子集个数与这个集合中元素的个数有何关系?

命题意图　子集的有关概念,子集的计算方法,观察

能力,分析、判断、归纳的能力.

分析 这是一道探索性问题,旨在从简单问题入手,通过二元集合,三元集合及四元集合子集的个数,引发学生进行归纳猜想,总结规律,从而得出 n 元集合的子集有 2^n 个的结论.此结论的严格证明需利用排列组合知识.

以简单问题为例得出一般性结论,再用得出的结论解决复杂问题,这是一种研究解决复杂问题的行之有效的办法.为了区分"子集"、"真子集"、"非空真子集"这些概念,还可以进一步提问学生,一个 n 元集合真子集、非空真子集的个数分别是多少.

解答: 集合 $A=\{a_1,a_2\}$ 的子集数为 2^2 个,集合 $B=\{a_1,a_2,a_3\}$ 的子集数为 2^3 个,集合 $C=\{a_1,a_2,a_3,a_4\}$ 的子集数为 2^4 个.,

经过观察发现,集合的子集个数 y 与这个集合中元素的个数 n 的关系为 $y=2^n$.

> **探究** 集合的子集个数 y 与这个集合中元素的个数 n 的关系为 $y=2^n$,这是一个结论,在刚开始学习集合知识时,是通过观察得出结论的,在后来学习了排列知识后,再给出严格的证明,另外需要记住以下结论:
> (1)含 n 个元素的集合的子集数为 2^n;非空子集数为 2^n-1;
> (2)真子集数为 2^n-1;非空真子集数为 2^2-2.

例 4 如果 $A\subseteq B$, $B\subseteq C$,那么 $A\subseteq C$.

命题意图 子集的有关概念及证明方法.

分析 这是一道证明题,要证明集合 A 是集合 C 的子集,需根据子集的定义.即需证明对于集合 A 中任一元素,均在集合 C 中.

解答: 设 x 是 A 的任一元素,则 $x\in A$.

$\because A\subseteq B$,

$\therefore x\in B$.

又 $\because B\subseteq C$, $\therefore x\in C$;

$\therefore$ 对于集合 A 中任一元素 x,如果 $x\in A$,总有 $x\in C$ 成立.从而 $A\subseteq C$.

> **探究** 对于集合中的证明题,依据的是集合的有关概念,要灵活运用集合的有关知识,注意记忆有关的结论,如(1)任何一个集合是它本身的子集,记做 $A\subseteq A$;
> (2)真子集:如果 $A\subseteq B$,且 $A\neq B$ 那就说集合 A 是集合 B 的真子集,记作 $A\subsetneqq B$;
> (3)空集是任何非空集合的真子集.
> (4)如果 $A\subseteq B$, $B\subseteq C$,那么 $A\subseteq C$;
> (5)如果 $A\subseteq B$ 同时 $B\subseteq A$ 那么 $A=B$.

高考链接

1.(2003 上海春)已知集合 $A=\{x|-2\leqslant x\leqslant 2,x\in\mathbf{R}\}$, $B=x|a\leqslant x,x\in\mathbf{R}\}$,且 $A\subseteq B$,求实数 a 的取值范围.

解答: $\because -2\leqslant x\leqslant 2, a\leqslant x$,且 $A\subseteq B$,

$\therefore a\leqslant -2$.

$\therefore$ 实数 a 的取值范围为 $(-\infty,-2)$.

2.(2002 全国)设集合 $M=\{x|x=\frac{k}{2}+\frac{1}{4},k\in\mathbf{Z}\}$, $N=\{x|x=\frac{k}{4}+\frac{1}{2},k\in\mathbf{Z}\}$,则 ( )

A $M=N$　　B $M\subsetneqq N$

C $M\supsetneqq N$　　D M 与 N 无相同元素

解答: $x=\frac{k}{2}+\frac{1}{4}=\frac{2k+1}{4}$, $x=\frac{k}{4}+\frac{1}{2}=\frac{k+2}{4}$,

$\because k\in\mathbf{Z}$,

$\therefore$ 集合 $\{x\mid x=2k+1\}$ 为奇数集;集合 $\{x\mid x=k+2\}$ 为整数集,

$\therefore M\subsetneqq N$.

答案:B

3.(2000 广东)已知集合 $A=\{1,2,3,4\}$,那么 A 的真子集个数为 ( )

A 15　B 16　C 3　D 4

解答: 根据子集个数的计算办法应为 $2^4-1=15$.

注意:求集合 A 的真子集时,千万不要忘记空集 $\varnothing$ 是任何非空集合的真子集,而集合 A 不是其本身的真子集.

答案:A

达标训练

第一课时

一、选择题

1.已知全集 $U=\{x|-1<x<9\}$, $A=\{x|1<x<a\}$,若集合 $A\subseteq U$ 且 $A\neq\varnothing$,则 a 的取值范围是 ( )

A $a<9$　　B $a\leqslant 9$

C $a\geqslant 9$　　D $1<a\leqslant 9$

2.设全集 $U(U\neq\varnothing)$,已知 M,N,P,且 $M=\complement_U N$, $N=\complement_U P$,则 M 与 P 的关系是 ( )

A $M=\complement_U P$　　B $M=P$

C $M\supseteq P$　　D $M\subseteq P$

二、解答题

3.已知全集 U, A 是 U 的子集,$\varnothing$ 是空集,$B=\complement_U A$,求 $\complement_U B$, $\complement_U\varnothing$, $\complement_U U$.

4.设 $U=\{梯形\}$, $A=\{等腰梯形\}$,求 $\complement_U A$.

5.(1)已知 $U=\mathbf{R}$, $A=\{x|x^2+3x+2<0\}$,求 $\complement_U A$.

(2)已知集合 $U=\{(x,y)|x\in\{1,2\},y\in\{1,2\}\}$,又知集合 $A=\{(x,y)|x\in\mathbf{N}^*,y\in\mathbf{N}^*,x+y=3\}$,求 $\complement_U A$.

6. 已知全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $A=\{x|1\leqslant 2x+1<9\}$，求 $\complement_U A$.

7. 已知 $S=\{x|-1\leqslant x+2<8\}$，$A=\{x|-2<1-x\leqslant 1\}$，$B=\{x|5\leqslant 2x-1<11\}$，讨论 A 与 $\complement_S B$ 的关系.

8. 设 $U=\{x\in\mathbf{N}|x<10\}$，$A=\{1,5,7,8\}$，$B=\{3,4,5,6,9\}$，$C=\{x\in\mathbf{N}|0\leqslant 2x-3<7\}$求：$A\cap B$，$A\cup B$，$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$，$(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$，$A\cap C$，$[\complement_U(C\cup B)]\cap(\complement_U A)$.

9. 判断下列写法是否正确

①$\varnothing\subseteq A$；②$\varnothing\subsetneqq A$；③$A\subseteq A$；④$A\subsetneqq A$.

10. (1)填空：N___Z，N___Q，R___Z，R___Q，$\varnothing$___$\{0\}$.

(2)是否对任意一个集合 A，都有 $A\subseteq A$. 为什么？

(3)集合 $\{a,b\}$ 的子集有那些？

(4)高一(1)班同学组成的集合 A，高一年级同学组成的集合 B，则 A，B 的关系为_______.

一、判断题

1. {平行四边形}$\cap${梯形}$=\varnothing$. ( )

2. 对任意集合 A，都有$\varnothing\subseteq A$. ( )

3. 集合 A 的子集是由 A 中的部分元素组成的. ( )

4. 若 $A=\{x|y=\sqrt{1-x}\}$，$B=\{y|y=x^2\}$，则 $A\cap B=A$. ( )

5. 不等式 $4x^2+2y^2+4x-4y+3\leqslant 0$ 的解集是 $\left\{-\frac{1}{2},1\right\}$. ( )

二、填空题

6. 设集合 $P=\{x|x^2-x+3>0,x\in\mathbf{R}\}$，则 $P=$____.

7. 如果 $A=\{x|1<|x|\leqslant 3,x\in\mathbf{Z}\}$，那么 A 的非空真子集共有_______个.

8. 如果 card $(A)=10$，card $(B)=7$，card $(A\cap B)=5$，那么 card $(A\cup B)=$________.

三、选择题

9. 设 $A=$\{平行四边形\}，$B=$\{矩形\}，$C=$\{菱形\}，$D=$\{正方形\}. 则正确的是 ( )

A. $A=B\cup C$ B. $D=B\cap C$

C. $A=B\cup C\cup D$ D. $B\cap C=\varnothing$

10. 若 $S=\{0,1,2,3,4,5\}$，$M=\{0,2,5\}$，$N=\{1,2,4\}$，则 $\complement_S(M\cup N)$是 ( )

A. $\{3\}$ B. $\{2\}$ C. $\{1,3,4,5\}$ D. $\varnothing$

四、解答题

11. 已知集合 $P=\{(x,y)|y=x^2-2x\}$，$Q=\{(x,y)|y=kx-2\}$，若 $P\cap Q\neq\varnothing$，求 k 的取值范围.

12. 解不等式(组)

(1) $x^2-x-42>0$； (2) $x(x^2-1)<0$.

1.3 交集、并集

预习导引

1. 填空：若全集 $U=\{x|0\leqslant x<6,x\in\mathbf{Z}\}$，$A=\{1,3,5\}$，$B=\{1,4\}$，那么 $\complement_U A=$_______. $\complement_U B=$_______. 集合 $\complement_U A$ 与集合 $\complement_U B$ 有无相同元素？

2. 已知 6 的正约数的集合为 $A=\{1,2,3,6\}$，10 的正约数的集合为 $B=\{1,2,5,10\}$，那么 6 与 10 的正公约数的集合为$C=$_______.

3. 观察图 1－3－1 中两个图的阴影部分，它同集合 A、集合 B 有什么关系？

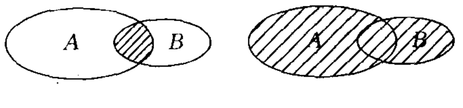

图 1　　图 2

图 1－3－1

4. 一般地，由所有属于 A 且属于 B 的元素所组成的集合，叫做 A 与 B 的交集. 记作 $A\cap B$(读作"A 交 B")，即 $A\cap B=\{x|x\in A$，且 $x\in B\}$.

那么(1)集合 $\{1,2,3,6\}\cap\{1,2,5,10\}=$_______.

(2)$A=\{a,b,c,d,e\}$，$B=\{c,d,e,f\}$. 则 $A\cap B=$________.

(3)一般地，由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合，叫做 A，B 的并集. 记作：$A\cup B$(读作"A 并 B")，即 $A\cup B=\{x|x\in A，或\ x\in B\}$).

则集合 $\{1,2,3,6\}\cup\{1,2,5,10\}=$________.

1. (1)一般地，由所有属于 A 且属于 B 的元素所组成的集合，叫做 A 与 B 的________，记作 $A\cap B$(读作"A 交 B").

(2)一般地，由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合，叫做 A 与 B 的________，记作：$A\cup B$(读作"A 并 B").

(3)形如 $2n(n\in\mathbf{Z})$ 的整数叫做________，形如 $2n+1$ $(n\in\mathbf{Z})$ 的数叫做________，全体奇数的集合叫做________. 全体偶数的集合叫做________.

2. (1) 设 $A=\{x|x>-2\}$，$B=\{x|x<3\}$，求 $A\cap B$.

(2)设 $A=\{x|x$ 是等腰三角形$\}$，$B=\{x|x$ 是直角三角形$\}$，求 $A\cap B$.

(3) $A=\{4,5,6,8\}$，$B=\{3,5,7,8\}$，求 $A\cup B$.

(4)设 $A=\{x|x$ 是锐角三角形$\}$，$B=\{x|x$ 是钝角三角形$\}$，求 $A\cup B$.

3. 设 $A=\{x|-1<x<2\}$，$B=\{x|1<x<3\}$，求 $A\cup B$.

4. 已知 $A=\{x|x^2\leqslant 4\}$，$B=\{x|x>a\}$，若 $A\cap B=\varnothing$，实数 a 的取值范围为________.

5. 集合 $P=\{(x,y)|\ x+y=0\}$，$Q=\{(x,y)|\ x-y=2\}$ 则 $A\cap B=$________.

6. 已知 $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$，$A\cap(\complement_U B)=\{1,8\}$，$(\complement_U A)\cap B=\{2,6\}$，$\{\complement_U A\}\cap(\complement_U B)=\{4,7\}$，则集合 $A=$________.

7. 已知元素 $(1,2)\in A\cap B$，并且 $A=\{(x,y)|\ mx-y^2+n=0\}$，$B=\{(x,y)|\ x^2-my-n=0\}$，求 m，n 的值.

8. 已知集合 $A=\{x|x^2+4x-12=0\}$、$B=\{x|x^2+kx-k=0\}$. 若 $A\cap B=B$，求 k 的取值范围.

9. 设集合 $A=\{-4,2m-1,m^2\}$，$B=\{9,m-5,1-m\}$，又 $A\cap B=\{9\}$，求实数 m 的值.

10. 设 $A=\{x|x^2+ax+b=0\}$，$B=\{x|x^2+cx+15=0\}$，又 $A\cup B=\{3,5\}$，$A\cap B=\{3\}$，求实数 a,b,c 的值.

11. 设 $A=\{2,-1,x^2-x+1\}$，$B=\{2y,-4,x+4\}$，$C=\{-1,7\}$ 且 $A\cap B=C$ 求 x，y.

12. 已知 $A=\{x|2x^2=sx-r\}$，$B=\{x|6x^2+(s+2)x+r=0\}$ 且 $A\cap B=\left\{\frac{1}{2}\right\}$，求 $A\cup B$.

1. 若 $A\supseteq B$，则 $A\cup B=A$，$A\cap B=B$.

并：最大范围

交：公共部分

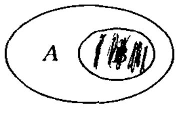

图 1—3—2

2. 若 $A\subseteq B$ 则 $A\cap B=A$，$A\cup B=B$.

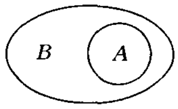

图 1—3—3

3. 若 $A=B$，则 $A\cap A=A$，$A\cup A=A$.

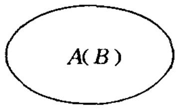

图 1—3—4

4. 若 A,B 相交,有公共元素,但不互相包含
则 $A\cap B\subsetneqq A$,$A\cap B\subsetneqq B$,$A\cup B\supsetneqq A$, $A\cup B\supsetneqq B$.

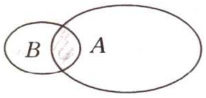

图 1—3—5

5. 若 A,B 无公共元素,则 $A\cap B=\varnothing$.

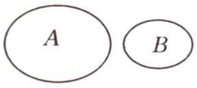

图 1—3—6

6. 交集的性质

(1)$A\cap A=A$; $A\cap\varnothing=\varnothing$;$A\cap B=B\cap A$;

(2)$A\cap B\subseteq A$;$A\cap B\subseteq B$.

7. 并集的性质

(1)$A\cup A=A$;

(2)$A\cup\varnothing=A$;

(3)$A\cup B=B\cup A$;

(4)$A\cup B\supseteq A$,$A\cup B\supseteq B$.

联系交集的性质有结论:

$\varnothing\subseteq A\cap B\subseteq A\subseteq A\cup B$.

8. 德·摩根定律:

$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=\complement_U(A\cup B)$;

$(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=\complement_U(A\cap B)$(可以用韦恩图来理解).

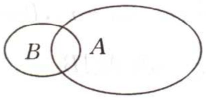

图 1—3—7

结合补集还有以下结论:

(1)$A\cup(\complement_U A)=U$;

(2)$A\cap(\complement_U A)=\varnothing$.

探究学习

例 1 我校高中部先后举行了数理化三科竞赛,学生中至少参加一科竞赛的有:数学 807 人,物理 739 人,化学 437 人,至少参加其中两科的有:数学与物理 593 人,数学与化学 371 人,物理与化学 267 人,三科都参加的有 213 人,试计算参加竞赛的学生总数.

命题意图 应用题的进一步熟悉掌握,进一步训练利用图表法解题.

分析 因为学生中至少参加一科竞赛的有:数学 807 人,物理 739 人,化学 437 人,至少参加其中两科的有:数学与物理 593 人,数学与化学 371 人,物理与化学 267 人,三科都参加的有 213 人,所以利用图表法可观察得出答案.

解答: 由公式或如图 1—3—8 填数字计算,

$\mathrm{Card}(A\cup B\cup C)$

$=\mathrm{Card}(A)+\mathrm{Card}(B)+\mathrm{Card}(C)-\mathrm{Card}(A\cap B)-\mathrm{Card}(A\cap C)-\mathrm{Card}(C\cap B)+\mathrm{Card}(A\cap B\cap C)=965$.

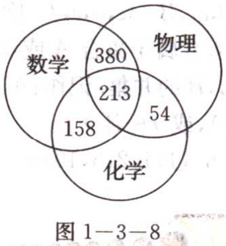

图 1—3—8

探究 数学知识的应用意识要加强,图表法的使用.

例 2 已知集合 $U=\{x\in\mathbf{R}\mid 1<x\leqslant 7\}$,$A=\{x\in\mathbf{R}\mid 2\leqslant x<5\}$,$B=\{x\in\mathbf{R}\mid 3\leqslant x<7\}$.

求:(1)$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$;

(2) $\complement_U(A\cap B)$;

(3)$(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$;

(4) $\complement_U(A\cup B)$.

命题意图 集合的交集、并集、补集的有关概念,数轴的使用.

分析 利用数形结合的思想,将满足条件的集合在数轴上一一表示出来,从而求集合的交集、并集、补集,可先在数轴上画出集合 U,A,B,然后求出 $A\cap B$,$A\cup B$,$\complement_U A$,$\complement_U B$.

解答: 利用数轴工具,画出集合 U,A,B 的示意图,如图1—3—9.

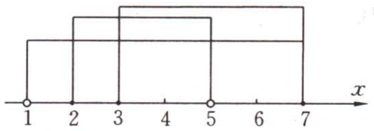

图 1—3—9

那么可以观察数轴得到,

$A\cap B=\{x\in\mathbf{R}\mid 3\leqslant x<5\}$;

$A\cup B=\{x\in\mathbf{R}\mid 2\leqslant x<7\}$;

$\complement_U A=\{x\in\mathbf{R}\mid 1<x<2\}\cup\{x\in\mathbf{R}\mid 5\leqslant x\leqslant 7\}$;

$\complement_U B=\{x\in\mathbf{R}\mid 1<x<3\}\cup\{7\}$;

从而可求得:

(1)$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=\{x\in\mathbf{R}\mid 1<x<2\}\cup\{7\}$;

(2) $\complement_U(A\cup B)=\{x\in\mathbf{R}\mid 1<x<2\}\cup\{7\}$;

(3)$(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=\{x\in\mathbf{R}\mid 1<x<3\}\cup\{x\in\mathbf{R}\mid 5\leqslant x\leqslant 7\}$;

(4) $\complement_U(A\cap B)=\{x\in\mathbf{R}\mid 1<x<3\}\cup\{x\in\mathbf{R}\mid 5\leqslant x\leqslant 7\}$.

探究 通过观察图 1—3—10 四幅图形可以发现以下结论:

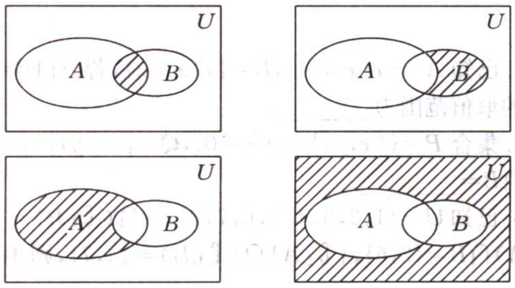

图 1—3—10