

水力发电建设技术经验专题报导



椭圆孔口应力集中计算

科技卫生出版社

內 容 提 要

本书論述橢圓形孔口的应力計算公式,計算步驟,
附有一套完整的曲綫图,簡化計算。

水力发电建設技术經驗專題报导

橢圓孔口应力集中計算

編 者 水利电力部上海勘测設計院

*

科 技 卫 生 出 版 社 出 版

(上海南京西路2004号)

上海市书刊出版业营业許可証出 088 号

中华书局上海印刷厂印刷 新华书店上海发行所总經售

*

开本 787×1092 耗 1/27 印張 14/27 字數 17,000

1958年12月第1版 1958年12月第1次印刷

印数 1—2,000

統一书号: 15119·1034

定价: (9) 0.14 元

計、弄：新安江水电
站工程設計
代表組

整理：蔡 济 人
潘 家 錚

审查：潘 家 錚



水力发电建設

滬技0059号

技术經驗專題报导

1958年11月

橢圓孔口应力集中計算

目 录

一、概述.....	1
二、用幕斯黑列什維里法計算孔口应力集中的基本公式.....	1
三、橢圓孔口的应力計算公式.....	4
四、計算的步驟.....	8
五、設計資料.....	10
六、举例.....	10

一. 概 述

在重力坝和其他水工建筑物中往往要布置各种廊道和井洞。当这些孔口的面积远比坝体为小时，则孔洞的存在只使孔口附近的坝体应力发生重分布。为了尽量改善孔口边缘的应力集中现象，应该选择有利的孔口形式。众所周知，圆形或椭圆形孔口所产生的坝体应力重分布现象和应力集中情况比方形孔口为好，因为方形孔口的角隅部分将产生很大的局部逾限应力。在实际工程中由于圆形孔口的适用范围有一定限制，一般采用上圆下方的标准廊道断面。我们在设计中为了避免方形角隅处的应力集中，考虑先采用椭圆形廊道断面，然后再在下部进行局部回填，做成标准断面。这种做法，已在新安江工程中采用。这样，我们必须寻求椭圆形孔口的计算方法。按椭圆孔口计算要应用复变函数及保角变换方法，这些计算是较繁复的。为了这个原因，我们特地进行了大量计算，绘成一套完整的曲线图，便于其他设计同志使用。

二. 用“幕斯黑列什维里”法计算孔口应力集中的基本公式

孔口应力集中计算，一般作为平面问题处理，以各向同性介质的弹性理论进行计算。这一方法的概念可以叙述如下。弹性理论平面问题的基本方程式（无体积力作用），亦即应力函数的重调和方程 $\nabla^4 F = 0$ 的一般性解答可以写为：

$$\begin{aligned} F &= \operatorname{Re}\{\bar{z}\phi_1(z) + x_1(z)\} \\ &= \frac{1}{2}\{\bar{z}\phi_1(z) + z\bar{\phi}_1(\bar{z}) + x_1(z) + \bar{x}_1(\bar{z})\} \end{aligned} \quad (1)$$

式中 z 是复变数, $z = x + iy$, $\phi_1(z)$ 及 $x_1(z)$ 是 z 的两个“可解析函数”, 为复变函数, z 及 $\phi_1(z)$ 或 $x_1(z)$ 上加一横, 表示共轭变数或共轭函数, 如 $\bar{z} = x - iy$, 而“Re”表示复变函数中的实数部分。

边界条件可以这样写: 当孔口周边有外荷载 X_n 及 Y_n 作用时:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x \cos(n, x) + \tau_{xy} \cos(n, y) &= X_n; \\ \tau_{xy} \cos(n, x) + \sigma_y \cos(n, y) &= Y_n. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

将应力以应力函数表之, 上述条件可以改写为:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial x} + i \frac{\partial F}{\partial y} &= \varphi_1(z) + z\overline{\varphi_1'(z)} + \overline{\Psi_1(z)} \\ &= i \int_0^s (X_n + iY_n) ds + C \\ &= f_1 + if_2 + \text{常数}. \end{aligned} \quad (3)$$

式中 $\Psi_1(z) = \frac{dx_1}{dz}$ 。

因此, 用复变函数解平面弹性问题方法可简述如下: 即找寻两个可解析的复变函数 $\varphi_1(z)$ 及 $x_1(z)$ [或 $\Psi_1(z)$], 使满足方程式(3)的边界条件。找出这两个函数后, 分应力可微分而得:

$$\sigma_x + \sigma_y = 2[\varphi_1'(z) + \overline{\varphi_1'(z)}] = 4\text{Re}\varphi_1'(z); \quad (4)$$

$$\sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} = 2[\bar{z}\varphi_1''(z) + \Psi_1'(z)]. \quad (5)$$

如采用极坐标系统, 则用下式转化:

$$z = x + iy = re^{i\theta}, \quad (6)$$

而应力公式为:

$$\sigma_r + \sigma_\theta = 4\text{Re}\varphi_1'(z) = 2[\varphi_1'(z) + \overline{\varphi_1'(z)}]; \quad (7)$$

$$\sigma_\theta - \sigma_r + 2i\tau_{r\theta} = 2[\bar{z}\varphi_1''(z) + \Psi_1'(z)]e^{2i\theta}; \quad (8)$$

$$\sigma_r - i\tau_{r\theta} = \varphi_1'(z) + \overline{\varphi_1'(z)} - e^{2i\theta}[\bar{z}\varphi_1''(z) + \Psi_1'(z)]. \quad (9)$$

对我们的问题而言, 即在无穷平面中有一孔口, $\varphi_1(z)$ 及 $\Psi_1(z)$ 两函数可取下列形式:

$$\varphi_1(z) = -\frac{\bar{X} + i\bar{Y}}{2\pi(1+\kappa)} \ln z + (B + iC)z + \varphi_1^0(z), \quad (10)$$

$$\Psi_1(z) = \frac{\kappa(X - iY)}{2\pi(1+\kappa)} \ln z + (B_1 + iC_1)z + \Psi_1^0(z). \quad (11)$$

式中 $\varphi_1^0(z)$ 及 $\Psi_1^0(z)$ 是两个无穷级数的函数:

$$\varphi_1^0(z) = a'_0 + \frac{a'_1}{z} + \frac{a'_2}{z^2} + \dots, \quad (12)$$

$$\Psi_1^0(z) = b'_0 + \frac{b'_1}{z} + \frac{b'_2}{z^2} + \dots. \quad (13)$$

如孔口周边无外力时, 式(10)、(11)的 $X=Y=0$ 。

系数 $B+iC$ 及 B_1+iC_1 由无穷远点的应力状态的条件确定。若无穷远点的应力组成部分以下列数值表示:

$$\sigma_x^\infty = p; \quad \sigma_y^\infty = q; \quad \tau_{xy}^\infty = t;$$

并均为常数, 则

$$B = \frac{p+q}{4}; \quad B_1 = -\frac{p-q}{2} \cos 2\alpha; \quad C_1 = \frac{p-q}{2} \sin 2\alpha. \quad (14)$$

式中 α 为相当于 p 的应力状态的主应力轴与 x 轴在无穷远处所交成的角。常数 C 与平面无穷远处部分的硬性转动有关, 但对应力的分布并无影响, 故可置 $C=0$, 常系数 $a'_0, a'_1, \dots, b'_0, b'_1, \dots$ 等需从边界条件中求得。

对于椭圆孔来讲, 为了应用“幕斯黑列什维氏法”的基本公式, 还须进行一番变换工作, 即将这些孔变换为单位圆。设原坐标平面变数为 z , 变换为新变数 ζ , 其变换方程为:

$$z = \omega(\zeta). \quad (15)$$

$$\text{令} \quad \varphi(\zeta) = \varphi_1(z); \quad (16)$$

$$\Psi(\zeta) = \Psi_1(z); \quad (17)$$

$$\varphi'_1(z) = \frac{d\varphi_1}{dz} = \frac{\varphi'(\zeta)}{\omega'(\zeta)} = \Phi(\zeta); \quad (18)$$

$$\psi_1'(z) = \frac{d\psi_1}{dz} = \frac{\psi'(\zeta)}{\omega'(\zeta)} = \Psi(\zeta); \quad (19)$$

則应力公式改为:

$$\sigma_r + \sigma_\theta = 4\operatorname{Re}\varphi'(\zeta) = 2[\Phi(\zeta) + \overline{\Phi(\zeta)}]; \quad (20)$$

$$\sigma_\theta - \sigma_r + 2i\tau_{\theta\theta} = -\frac{2\zeta^2}{\rho^2\omega'(\zeta)}[\overline{\omega(\zeta)}\Phi'(\zeta) + \omega'(\zeta)\Psi(\zeta)] \quad (21)$$

或

$$\begin{aligned} \sigma_r - i\tau_{\theta\theta} &= \Phi(\zeta) + \overline{\Phi(\zeta)} \\ &- \frac{\zeta^2}{\rho^2\omega'(\zeta)}[\overline{\omega(\zeta)}\Phi'(\zeta) + \omega'(\zeta)\Psi(\zeta)] \end{aligned} \quad (22)$$

至于函数 $\varphi_1(z)$ 及 $\psi_1(z)$ 將为:

$$\varphi(\zeta) = \varphi_1[\omega(\zeta)] = \frac{X+iY}{2\pi(1+x)} \ln \zeta + C \frac{B+iC}{\zeta} + \varphi_0(\zeta); \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \Psi(\zeta) &= \psi_1[\omega(\zeta)] \\ &= \frac{-x(X-iY)}{2\pi(1+x)} \ln \zeta + C \frac{B_1+iC_1}{\zeta} + \psi_0(\zeta) \end{aligned} \quad (24)$$

式中

$$\varphi_0(\zeta) = \sum_0^\infty a_n \zeta^n; \quad \psi_0(\zeta) = \sum_0^\infty b_n \zeta^n. \quad (25)$$

(25)式的无穷項系数 a_n 及 b_n 需由边界条件求得。

三. 橢圓孔口的应力計算公式

根据沙文的著作, 已經求出了位于均匀受拉場 p 中的橢圓孔外域的应力函数为

$$\varphi(\zeta) = \frac{pR}{4} \left[\frac{1}{\zeta} + (2e^{2i\alpha} - m)\zeta \right]; \quad (26)$$

$$\Psi(\zeta) = -\frac{pR}{2} \left[\frac{e^{-2i\alpha}}{\zeta} + \frac{\zeta^3 e^{2i\alpha} + (me^{2i\alpha} - m^2 - 1)\zeta}{m\zeta^2 - 1} \right]. \quad (27)$$

而橢圓孔口外域变换为單位圓形內域的变换函数为:

$$z = \omega(\zeta) = R \left(\frac{1}{\zeta} + m\zeta \right). \quad (28)$$

应用以上解答,和第二节中的基本公式,即可求出各分应力公式。这些公式中的符号,再略加解释于下:

$\phi(\zeta)$ 、 $\psi(\zeta)$ ——应力函数;

ζ ——复变数;

p ——均匀拉力场强度;

R ——椭圆平均轴长, $R = \frac{a+b}{2}$ (a, b 为长短轴之半);

α ——长轴与拉力场方向的交角;

m ——表示椭圆偏心率之比值,

$$m = \frac{a-b}{a+b}, \text{ 或令 } k = \frac{b}{a}, \quad m = \frac{1-k}{1+k}; \quad (29)$$

$\omega(\zeta)$ ——转换函数;

z ——单位圆平面上的复变数,

$$z = x + iy = re^{i\theta}. \quad (30)$$

下面,我们就可按照上节中的基本公式推求应力公式。

按此先推求下列各值:

$$\omega(\zeta) = R \left(\frac{1}{\zeta} + m\zeta \right); \quad (31)$$

$$\omega'(\zeta) = R \left(-\frac{1}{\zeta^2} + m \right); \quad (32)$$

$$\overline{\omega(\zeta)} = R \left(\frac{\bar{\zeta}}{\rho^2} + m \frac{\rho^2}{\zeta} \right); \quad (33)$$

$$\overline{\omega'(\zeta)} = R \left(-\frac{\bar{\zeta}^2}{\rho^4} + m \right); \quad (34)$$

$$\varphi_1'(\zeta) = \frac{pR}{4} \left[-\frac{1}{\zeta^2} + (2e^{2i\alpha} - m) \right]; \quad (35)$$

$$\psi'(\zeta) = -\frac{pR}{2} \left\{ -\frac{e^{-2ia}}{\zeta^2} + \frac{(m\zeta^2-1)[3e^{2ia}\zeta^2 + (me^{2ia}-m^2-1)]}{(m\zeta^2-1)^2} \right. \\ \left. - \frac{[\zeta^3 e^{2ia} + (me^{2ia}-m^2-1)\zeta] 2m\zeta}{(m\zeta^2-1)^2} \right\}; \quad (36)$$

$$\text{于是 } \Phi(\zeta) = \frac{\psi'(\zeta)}{\omega'(\zeta)} = \frac{p}{4} \left[\frac{(2e^{2ia}-m)\zeta^2-1}{m\zeta^2-1} \right]; \quad (37)$$

$$\bar{\Phi}(\zeta) = \frac{p}{4} \left[\frac{2(m\zeta^2-1)(2e^{2ia}-m)\zeta - [(2e^{2ia}-m)\zeta^2-1] 2m\zeta}{(m\zeta^2-1)^2} \right] \quad (38)$$

$$\bar{\Phi}(\zeta) = \frac{p}{4} \left[\frac{(2e^{2ia}-m)\rho^4-\zeta^2}{m\rho^4-\zeta^2} \right]; \quad (39)$$

$$\Psi(\zeta) = \frac{\psi'(\zeta)}{\omega'(\zeta)} = -\frac{p}{2} \left\{ -\frac{e^{-2ia}}{(m\zeta^2-1)} + \frac{\zeta^2[3e^{2ia}\zeta^2 + (me^{2ia}-m^2-1)]}{(m\zeta^2-1)^2} \right. \\ \left. - \frac{\zeta^2[\zeta^3 e^{2ia} + (me^{2ia}-m^2-1)\zeta] \cdot 2m\zeta}{(m\zeta^2-1)^3} \right\}. \quad (40)$$

將以上各式代入应力公式中后:

$$\sigma_r + \sigma_\theta = 2[\Phi(\zeta) + \bar{\Phi}(\bar{\zeta})] \\ = \frac{p}{2} \left[\frac{(2e^{2ia}-m)\zeta^2-1}{m\zeta^2-1} + \frac{(2e^{2ia}-m)\rho^4-\zeta^2}{m\rho^4-\zeta^2} \right] \\ = \frac{p}{2} \left\{ \frac{[2(\cos 2\alpha + i \sin 2\alpha) - m][\rho^2(\cos 2\theta + i \sin 2\theta)] - 1}{m\rho^2(\cos 2\theta + i \sin 2\theta) - 1} \right. \\ \left. + \frac{\rho^4[2(\cos 2\alpha + i \sin 2\alpha) - m] - \rho^2(\cos 2\theta + i \sin 2\theta)}{m\rho^4 - \rho^2(\cos 2\theta + i \sin 2\theta)} \right\}; \quad (41)$$

$$\sigma_\theta - \sigma_r + 2i\tau_{\theta\theta} = \frac{2\zeta^2}{\rho^2\omega'(\zeta)} [\omega(\zeta)\Phi'(\zeta) + \omega'(\zeta)\Psi(\zeta)] \\ = \frac{\rho\zeta^2(\zeta^2+m\rho^4)\{(m\zeta^2-1)(2e^{2ia}-m) - [(2e^{2ia}-m)\zeta^2-1]m\}}{\rho^4\left(-\frac{\zeta^2}{\rho^4}+m\right)(m\zeta^2-1)^2} \\ - \frac{p(-1+m\zeta^2)}{\rho^2\left(-\frac{\zeta^2}{\rho^4}+m\right)} \left\{ -\frac{e^{2ia}}{(m\zeta^2-1)} + \frac{\zeta^2[3e^{2ia}\zeta^2 + (me^{2ia}-m^2-1)]}{(m\zeta^2-1)^2} \right. \\ \left. - \frac{2m\zeta^3[\zeta^3 e^{2ia} + (me^{2ia}-m-1)\zeta]}{(m\zeta^2-1)^3} \right\}. \quad (42)$$

將 $\zeta = \rho(\cos \theta + i \sin \theta)$ 代入，并分离实数部分及虚数部分后，即可从上述两式求得 σ_r , σ_θ 及 $\tau_{r\theta}$ ；但推求普遍的应力公式较繁瑣，一般只須求得几个控制断面上的应力即可。

(1) 沿 X 軸的应力公式 ($\theta=0$):

$$\cos 2\theta = 1, \sin 2\theta = 0, \zeta = \rho(\cos \theta + i \sin \theta) = \rho,$$

$$\text{則 } \sigma_\theta - \sigma_r =$$

$$p \left\{ \frac{2\rho^2 \cos 2\alpha (m\rho^4 - m\rho^2 + m^2\rho^2 - 1) + 2m\rho^2 (1 + m\rho^2 - \rho^2 - m^2\rho^2)}{(m\rho^2 - 1)^3} - \frac{\rho^2 \cos 2\alpha (3\rho^2 + m) - \rho^2 (m^2 + 1)}{(m\rho^2 - 1)^2} + \frac{\cos 2\alpha}{m\rho^2 - 1} \right\}; \quad (43)$$

$$\sigma_\theta + \sigma_r = p \left[\frac{2\rho^2 \cos 2\alpha - m\rho^2 - 1}{m\rho^2 - 1} \right]. \quad (44)$$

当椭圆处于正向应力場中时， $\alpha=0$ ，則簡化成：

$$\begin{aligned} \sigma_\theta &= \frac{\rho^6 (2m^2 - m^3 - m) + \rho^4 (3 - m^3 + 5m^2 - 7m) + \rho^2 (2m - m^2 - 1)}{2(m\rho^2 - 1)^3} p \\ &= \frac{2\rho^6 (k^3 - k^2) + 4\rho^4 (k^2 + 2k^3) - 2\rho^2 (k^2 + k^3)}{[(1-k)\rho^2 - (1+k)]^3} p_0. \end{aligned} \quad (45)$$

(2) 沿 Y 軸的应力公式 ($\theta = \frac{\pi}{2}$):

$$\cos \theta = 0, \sin \theta = 1, \zeta = \rho(\cos \theta + i \sin \theta) = \rho i, \zeta^2 = -\rho^2.$$

$$\begin{aligned} \sigma_\theta - \sigma_r &= p \left\{ \frac{\cos^2 \alpha}{m\rho^2 + 1} + \frac{\rho^2 \cos^2 \alpha (2m\rho^2 + 3\rho^2 - m - 2)}{(m\rho^2 + 1)^2} \right. \\ &\quad + \frac{\rho^2 (m^2 + m - m^2\rho^2 + 1)}{(m\rho^2 + 1)^2} + \frac{2m\rho^4 \cos^2 \alpha (1 - m\rho^2 - \rho^2 + m)}{(m\rho^2 + 1)^3} \\ &\quad \left. + \frac{m\rho^2 (1 - 2m\rho^2 - m^2\rho^2 - 2\rho^2)}{(m\rho^2 + 1)^3} \right\}; \end{aligned} \quad (46)$$

$$\sigma_\theta + \sigma_r = p \left[\frac{2\rho^2 \cos^2 \alpha - m\rho^2 + 1}{m\rho^2 - 1} \right]. \quad (47)$$

当 $\alpha=0$ 时，

$$\sigma_{\theta} = \left\{ \frac{\rho^6 [m - 2m^3 + 2m^2] + \rho^4 [5m + 3 - m^2] + \rho^2 [m^2 + 4m + 1 + 2]}{2(m\rho^2 + 1)^3} \right\} P \quad (48)$$

$$\text{或 } \sigma_{\theta} = \left\{ \frac{\rho^6 [1 + 5k - 9k^2 + 3k^3] + \rho^4 [7 + 15k + 5k^2 - 3k^3]}{2[(1-k)\rho^2 + (1+k)]^3} + \frac{\rho^2 [6 + 6k - 2k^2 - 2k^3] - [2 + 6k + 6k^2 + 2k^3]}{2[(1-k)\rho^2 + (1+k)]^3} \right\} P_0 \quad (49)$$

以上两个公式是我们的实用公式。

四. 计算的步骤

茲將应用上述公式計算橢圓孔周應力的步驟詳述于次。

(1) 曲線坐標的定點。

我們首先從橢圓的長短軸 a 、 b 計算偏心率 $m = \frac{a-b}{a+b}$ 或 $k = \frac{b}{a}$ 。那末，任何一點的直角坐標 x 、 y 和曲線坐標 (ρ, θ) 間的關係為：

$$z = x + iy = R \left[\frac{1}{\zeta} + m\zeta \right].$$

以 $\zeta = \rho e^{i\theta} = \rho(\cos\theta + i\sin\theta)$ 代入，分開虛、實部分後，可得

$$x = \frac{R}{\rho} (m\rho^2 + 1) \cos\theta; \quad (50)$$

$$y = \frac{R}{\rho} (m\rho^2 - 1) \sin\theta. \quad (51)$$

這是 (x, y) 和 (ρ, θ) 間的一般性關係式，特別在 x 軸上， $\theta = 0$ ，故

$$x = \frac{R}{\rho} (m\rho^2 + 1),$$

$$\begin{aligned}
 \text{或} \quad \frac{x}{a} &= \frac{R}{a\rho} (m\rho^2+1) = \frac{a+b}{2a\rho} (m\rho^2+1) \\
 &= \frac{1+k}{2\rho} \left(\frac{1-k}{1+k} \rho^2 + 1 \right) = \frac{1-k}{2\rho} \rho^2 + \frac{1+k}{2\rho} \\
 &= \left(\frac{\rho^2+1}{2\rho} \right) + \left(\frac{1-\rho^2}{2\rho} \right) k. \quad (52)
 \end{aligned}$$

同样, 在 y 軸上, $\theta = \frac{\pi}{2}$, 故

$$y = \frac{R}{\rho} (m\rho^2-1);$$

$$\text{或} \quad \frac{y}{b} = \frac{a+b}{2\rho b} (m\rho^2-1)。$$

令 $k' = \frac{a}{b}$, 上式可化为

$$\begin{aligned}
 \frac{y}{b} &= \frac{1+k'}{\rho} \left(\frac{k'-1}{k'+1} \rho^2 - 1 \right) = \frac{k'-1}{2} \rho + \frac{1+k'}{2\rho} \\
 &= \frac{1+\rho^2}{2\rho} + \frac{(1-\rho^2)}{2\rho} k'. \quad (53)
 \end{aligned}$$

从式(52)(53), 当我们知道曲线坐标 ρ 值后, 即可求出相应的 x 或 y 值。

(2) x, y 軸上应力值的计算。

由式(45)(49), 我们将常数 k 代入, 并分别令 $\rho=1, 0.9, 0.8, \dots$, 可以求出相应的应力 σ_ρ , 在 x, y 軸上, σ_ρ 就分别相当于 σ_y 及 σ_x 。

(3) 应力图和总拉力计算。

在 x, y 軸上, 就每一个曲线坐标 ρ , 算出相应的 x 或 y , 在軸上标定其位置, 并点出相应的应力 σ_x 或 σ_y 值, 连成曲线, 并可求出曲线下的总面积, 即为总的拉力或压力, 由此可以配置钢筋。

(4) 填内孔口的计算。

在计算填内椭圆形孔口时, 我们先求出孔口形心处的第一、二

主应力，并假定他們的方向与椭圆軸平行（一般廊道較靠近填面，因此主应力方向是常和椭圆的長短軸接近平行的），然后分別計算在两种应力場下，沿 x, y 軸上的应力分布曲綫，疊加后，可得最終的結果。

五. 設計資料

为了减少設計中的計算工作量，我們取 $k=0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0$ （圓孔）、及 $k'=0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0$ （圓孔）等 20 种不同的椭圆，分別求出在均匀应力場中沿 x, y 軸的应力分布曲綫，繪成附图，以供檢用。

六. 例 舉

茲以新安江大堤 38 高程檢查廊道应力計算为例，椭圆形孔口中心的填体应力强度（即均匀应力場的强度）为

$$\sigma_y = 115.3 \text{ 吨/公尺}^2;$$

$$\sigma_x = 19.6 \text{ 吨/公尺}^2。$$

（此項数值得自大堤应力分析成果）

椭圆形孔口的長短軸尺寸为：

在 Y 軸方向 $a=1.0$ 公尺；

X 軸方向 $b=0.78$ 公尺；

$$\text{則 } k = \frac{b}{a} = 0.75。$$

这种廊道最大拉力常发生在 Y 軸上，故先計算 Y 軸上的应力图。

查图得下列結果：

在 Y 軸上的拉应力强度：

$\frac{y}{a}=1.0$	$\sigma=1.0000\sigma_y=115.3 \text{ 吨/公尺}^2$
1.05	$0.6625\sigma_y=76.4$
1.1	$0.4600\sigma_y=53.0$
1.2	$0.2275\sigma_y=26.2$
1.3	$0.1100\sigma_y=12.7$
1.4	$0.0475\sigma_y=5.5$
1.5	$0.0125\sigma_y=1.4$
1.55	$0 \times \sigma_y = 0$

根据上述成果可繪成曲綫，在曲綫(1)下方的阴影面积，即在 Y 軸上所受到的总拉力为 15,400 公斤(以每公尺廊道長度計)。

由于 X 軸方向的应力强度 $\sigma_x=19.6$ 吨/平方公尺作用下，在 Y 軸上所产生的压应力强度同样可查图求得：

$\frac{y}{a}=1.0$	$\sigma=3.68\sigma_x=72.1 \text{ 吨/公尺}^2$
1.1	$2.60\sigma_x=51.0$
1.2	$2.10\sigma_x=41.1$
1.3	$1.80\sigma_x=35.3$
1.4	$1.60\sigma_x=31.4$
1.5	$1.45\sigma_x=28.4$

同样可以繪成曲綫(2)，在該曲綫下面的面积即为 Y 軸上所受到的总压力 P 。在图中可以看出在 ABC 区域内还存有相互抵消后的拉应力区。其值为 1860 公斤。由此可配置鋼筋。

从这个例子中，还可以看到，水平应力 $\sigma_x=19.6$ 能够抵銷絕大部分拉力，对廊道的应力情况极为有利。不过，这应力 σ_x 必須确有保証。如果該应力可靠性不足，則應該仍按 σ_y 所引起的总拉力配筋(或酌量减少)以避免廊道发生較大裂縫。

本資料計算者：新安江設計代表組

張芝琪、刘永杰、叶廷高、錢君蘭、謝庆生、顧綠璿

压力弹度图

